

Рис. 15.10. Ізометрія двовимірної маніпуляційного коду

в'язані з обмеженою розрядністю процесорів. Коди сигналів, які вибрано як пілотні, наведені в табл. 15.1.

Таблиця 15.1

Назва сигнального сузір'я	Код пілот-сигналу
НАР 8	0
QAM 8	1
НАР 16	7
QAM 16	1
НАР 32	3
QAM 32	9
НАР 64	19
QAM 64	11
НАР 128	37
QAM 128	57

15.4. РОЗРАХУНОК ЗАВАДОСТІЙКОСТІ СИГНАЛЬНИХ СУЗІР'ІВ

Оскільки статистичний метод багатократної імітації сумарного вектора сигналу і шуму з подальшим прийняттям рішення за правилом Котельникова потребує для достатньої точності не менше, ніж $20/P^*$ спроб імітації кожного сигналу (де P^* — середнє значення ймовірності помилки розрізнення сигналів при заданому співвідно-

шенні сигнал/шум), статистичний розрахунок в області великих співвідношень сигнал/шум (де властивості маніпуляційних кодів проявляються найбільш повно) потребує великої кількості вимірювань. Тому розрахунок проводився аналітично, методом інтегрування двовимірної функції розподілу щільності ймовірності значень суміші сигналу з білим шумом в областях сигналів. Такий розрахунок дає змогу визначити як ймовірності помилок розрізнення кожної пари сигналів сузір'я, так і ймовірності помилок у кожному двійковому розряді кодів сигналів. Як відомо, функція розподілу ймовірностей миттєвих значень сигналу, що складається з інформаційного сигналу з координатами (x, y) та завади, яка відповідає моделі білого шуму, описуються так:

$$\omega(x) := \frac{1}{\sqrt{2x\sigma_x}} e^{-\left[\frac{(\bar{x}-x)^2}{2\sigma_x^2}\right]};$$

$$\omega(y) := \frac{1}{\sqrt{2x\sigma_y}} e^{-\left[\frac{(\bar{y}-y)^2}{2\sigma_y^2}\right]}.$$
(15.12)

Враховуючи те, що параметри розподілу ймовірностей значень шуму не залежать від координатної системи приймача,

$$\sigma_e = \sigma_x = \sigma. \quad (15.13)$$

Тоді інтегральні функції розподілу матимуть такий вигляд:

$$F(X) := \int_{-\infty}^x \omega(x) dx = \frac{1}{2x} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}\right];$$
(15.14)

$$F(Y) := \int_{-\infty}^y \omega(y) dy = \frac{1}{2x} \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}\right],$$

де $\Phi(Z)$ — інтеграл Лапласа.

Для сигнальних сузір'їв *QAM* областями сигналів (крім периферійних сигналів сузір'я) є квадрати, центри яких збігаються з сигнальними точками, а сторони перпендикулярні до відрізків, що з'єднують сигнальні точки. В такому разі, згідно з основними положеннями теорії ймовірностей, інтегральне значення ймовірності прийняття рішення за правилом Котельникова на користь сигнальної точки «*J*» при передаванні через канал з білим шумом сигналу, що відповідає точці «*I*», визначається сумісною ймовірністю:

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}} = \left(\Phi \left(\frac{x_a - x_i}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{x_a - x_i}{\sigma} \right) \right) \times \\ \times \left(\Phi \left(\frac{y_a - y_i}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{y_a - y_i}{\sigma} \right) \right), \quad (15.15)$$

де $P_{x_{ij}}$ — імовірність попадання проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом у діапазон значень координат x , який належить околу точки J , якщо на вході каналу сигнал I ; $P_{y_{ij}}$ — імовірність попадання в діапазон значень координат y , який належить околу точки J , проекції сигнальної точки на виході каналу з білим шумом, якщо на вході каналу сигнал I ; $\Phi \left(\frac{x_a - x_i}{\sigma} \right)$ — значення функції Лапласа, коли аргументом є відношення різниці координат x точок A та I до дисперсії миттєвих значень білого шуму σ ($\sigma = \sqrt{P_3}$, де P_3 — середня потужність завади).

Позначивши $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$ та врахувавши, що $x_a - x_i = 0,5d0e$, $x_a - x_i = 0,5d0e$, $y_c - y_i = 0,5d0e$, $y_a - y_i = 0,5d0e$, отримаємо

$$P_{ij} = \left(\Phi \left(\frac{\Delta x + 0,5d0e}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\Delta x - 0,5d0e}{\sigma} \right) \right) \times \\ \times \left(\Phi \left(\frac{\Delta y + 0,5d0e}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\Delta y - 0,5d0e}{\sigma} \right) \right). \quad (15.16)$$

Формула (15.16) описує залежність ймовірності прийняття рішення про приймання непериферійної точки сузір'я QAM з координатами $(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)$ при передаванні сигналу (x_i, y_i) через канал з білим шумом.

Для периферійних точок розрахункова формула дещо спрощується. Дійсно, якщо у (15.16) одна із змінних x_a, x_a, y_a або y_a , відповідно до положення точки, набуває значення $\pm \infty$, тоді один з інтегралів Лапласа набуває значення «0» або «1». Незалежно від того, якого саме значення набуває один з інтегралів Лапласа («0» або «1»), величина однієї з імовірностей $P_{x_{ij}}$ або $P_{y_{ij}}$ набуває того ж значення:

$$P_{x_{ij}} = \Phi \left(\frac{\Delta x + 0,5d0e}{\sigma} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\Delta x - 0,5d0e}{\sigma} \right); \\ P_{y_{ij}} = \Phi \left(\frac{\Delta y + 0,5d0e}{\sigma} \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\Delta y - 0,5d0e}{\sigma} \right); \quad (15.17) \\ P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}}.$$

Отже, в обох випадках геометричній симетрії сигнального сузір'я відповідає симетрія ймовірностей помилок.

Для кутових периферійних точок розрахункова формула спрощується ще більше. При цьому у (15.16) значення $\pm \infty$ набуває не одна зі змінних x_a , x_b , y_a або y_b , а дві. Тоді значення «0» або «1» набувають два з інтегралів Лапласа. Отже,

$$\begin{aligned} P_{x_{ij}} &= \Phi\left(\frac{\Delta x + 0,5d_{0e}}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\Delta x - 0,5d_{0e}}{\sigma}\right); \\ P_{y_{ij}} &= \Phi\left(\frac{\Delta y + 0,5d_{0e}}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\Delta y - 0,5d_{0e}}{\sigma}\right); \\ P_{ij} &= \left(1 - \Phi\left(\frac{\Delta x - 0,5d_{0e}}{\sigma}\right)\right) \left(1 - \Phi\left(\frac{\Delta y - 0,5d_{0e}}{\sigma}\right)\right). \end{aligned} \quad (15.18)$$

Аналогічно розв'язується задача і для сузір'їв *НАР*. Відмінність полягає у змінних межах інтегралів функції розподілу ймовірностей, що є наслідком шестикутної форми областей сигналів.

Розрахунок проводився окремо для кожного сигнального сузір'я за допомогою системи «MathCAD® v.7.0 Professional Edition».

Результати розрахунків ілюструються рис. 15.11—15.15. Графіки відношень ймовірностей помилок розрізнення сигналів $P_{\text{сигн}}$ (усереднених за всіма значеннями у сузір'ї) до ймовірностей помилок у двійкових розрядах P_2 (також усереднених за всіма значеннями у сузір'ї) (див. рис. 15.12) ілюструють ефективність маніпуляційного кодування. Як видно із графіків, маніпуляційні коди сузір'я *QAM* (неперервні лінії) забезпечують значно більший вигреш у заводстійкості, ніж коди сузір'їв *НАР* (штрихові лінії).

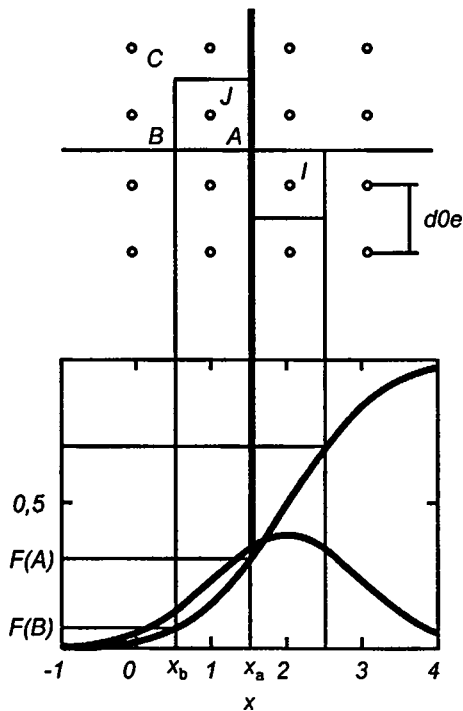


Рис. 15.11. Функції розподілу ймовірностей амплітуд суміші сигналу з гауссовим шумом в області сигналу сузір'я *QAM16*

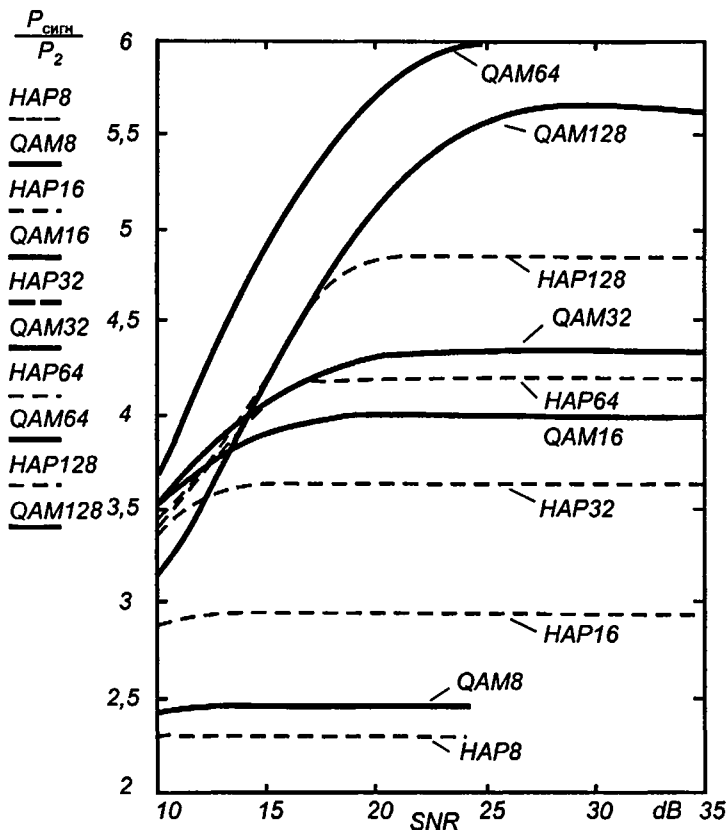


Рис. 15.12. Ефективність маніпуляційного кодування

Це пояснюється тим, що відношення кількості інверсій до кількості мінімальних евклідових відстаней у сузір'ях $HAP\left(\frac{6}{5}\right)$ більше, ніж у сузір'ях $QAM\left(\frac{4}{4}\right)$. Графіки мають дві ділянки: на першій ділянці із ростом співвідношення сигнал/шум серед усієї кількості помилок розрізнення сигналів зростає відсоток помилок розрізнення сусідніх сигналів сузір'я, відстань Хемінга між якими мінімальна. Отже, перша ділянка характеризує величину виграшу, який забезпечує розроблений маніпуляційний код порівняно з випадковим кодуванням. Друга ділянка характеризує потенційні можливості коду. При цих значен-

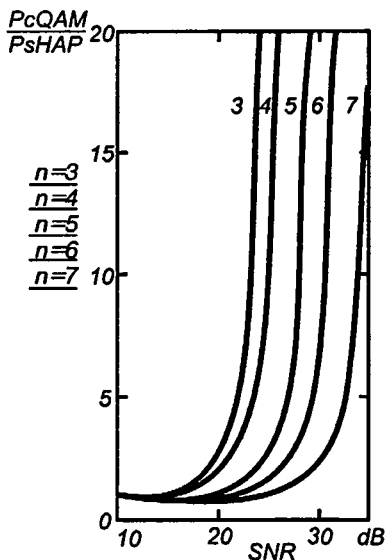


Рис. 15.13. Виграш за ймовірністю помилки розрізнення сигналів

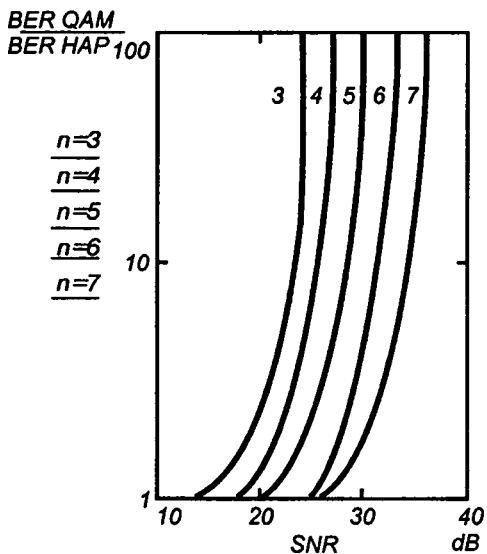


Рис. 15.14. Відносний виграш у ймовірності помилки у двійковому розряді

нях співвідношення сигнал/шум усі помилки розрізнення сигналів пов'язані з розрізненням сусідніх сигналів. При співвідношенні сигнал/шум близько 25 дБ ймовірності помилок у сузір'ях *HAP8* і *QAM8* (нижні криві на рис. 15.12) зменшуються до нуля.

Графіки на рис. 15.13 і рис. 15.14 характеризують відносний виграш у завадостійкості сузір'їв *HAP* порівняно з сузір'ями *QAM*. На рис. 15.13 зображено графіки відношень ймовірностей помилок розрізнення сигналів сузір'їв *QAM* P_{cQAM} до ймовірностей помилок розрізнення сигналів сузір'їв *HAP* P_{sHAP} . На рис. 15.14 зображено графіки відношень ймовірностей помилок у двійкових розрядах сузір'їв *QAM* BER_{QAM} до ймовірностей помилок у двійкових розрядах сузір'їв *HAP* BER_{HAP} . Усі величини ймовірностей — усереднені за всіма значеннями у кожному сузір'ї.

Графіки залежностей середньої за поєднаннями ймовірності помилки у двійковому розряді на виході напівнеперервного каналу зображені на рис. 15.15.

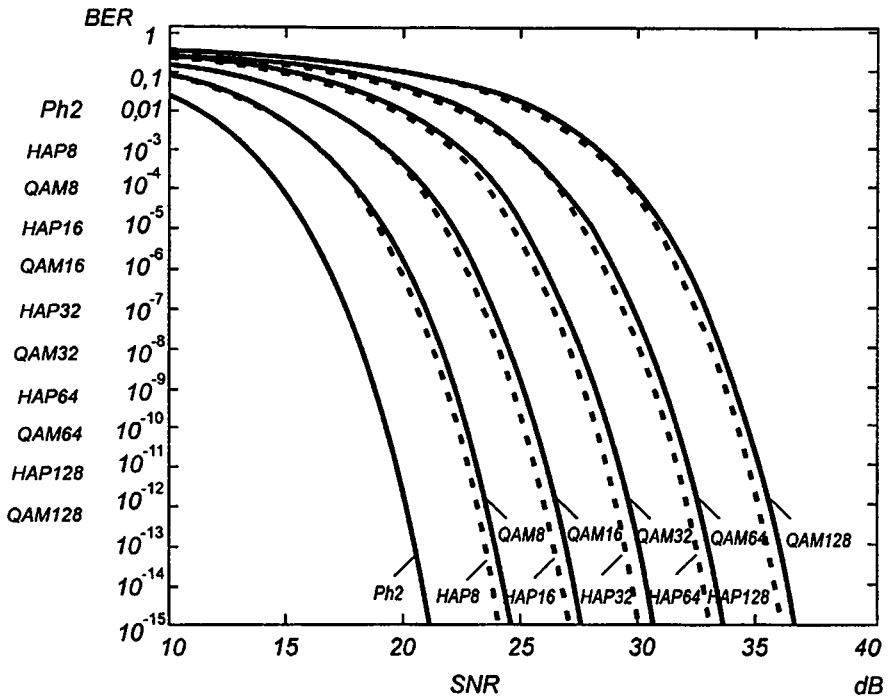


Рис. 15.15. Абсолютний вигравш у ймовірності помилки у двійковому розряді

15.5. ЕФЕКТИВНІСТЬ КАНАЛУ ПЕРЕДАВАННЯ КЕРУЮЧОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Відповідно до ієрархії ВВС канал передавання керуючої інформації складається з фізичного і каналного рівнів.

Фізичний рівень каналу забезпечує узгодження параметрів сигналу з такими характеристиками фізичного каналу, як АФЧХ і розподіл щільності потужності шуму, і має забезпечувати задану постійну складову затримки сигналу та ймовірність помилки у двійковому розряді переданого цифрового потоку, що, у свою чергу, визначає вимоги до середньої швидкості передавання. Побудова підсистеми фізичного рівня є багатокритерійною оптимізаційною задачею, критеріями якої є:

- постійна величина затримки цифрового потоку в каналі ;
- значення ймовірності помилки в двійковому розряді цифрового потоку;
- середня швидкість передавання цифрового потоку;

вартість підсистеми фізичного рівня.

Канальний рівень забезпечує об'єднання керуючих повідомлень у єдиний потік для передавання на фізичний рівень, контроль імовірності помилки отриманої інформації, контроль затримки повідомлення в каналі залежно від імовірності помилки, що забезпечується підсистемою фізичного рівня і довжиною конкретного керуючого повідомлення, переданого верхніми рівнями системи керування мережі. Побудова підсистеми канального рівня також є багатокритерійною оптимізаційною задачею, критеріями якої є:

- дисперсія величини затримки керуючого повідомлення в каналі;
- значення ймовірності помилки в керуючому повідомленні;
- середня швидкість передавання потоку повідомлень;
- вартість підсистеми канального рівня.

Випадковий характер величини затримки повідомлень у каналі й імовірності помилки в повідомленні визначаються нестаціонарністю характеристик завод у більшості фізичних каналів і, як наслідок, змінною величиною як самої ймовірності помилки в розряді, так і часу обробки повідомлення на канальному рівні. Існують можливості зменшити дисперсію ймовірності помилки в повідомленні та дисперсію затримки повідомлення в каналі:

використанням виправляючих кодів з великою коригувальною здатністю (наприклад, згорткових), що призводить до введення значної надмірності, що не буде ефективно використовуватися при зниженій імовірності помилки в розряді та значно зменшить пропускну здатність каналу;

блоковим кодуванням при передаванні надвеликими блоками, довжина яких настільки велика, щоб імовірність помилок у блоці дуже мало відрізняється від середньостатистичної. Широко відомі блокові коди з оптимальною надмірністю при заданій коригувальній здатності, однак кодування надвеликими блоками призводить до неприйняттого для керуючої інформації значення постійної величини затримки цифрового потоку в каналі та підвищеній складності декодерів коригувального коду.

Компромісне рішення забезпечення заданої правильності передавання при заданій величині затримки повідомлення в каналі та надмірності коригувального коду — алгоритми зміни кількості надмірності, що вводиться, при зміні стану каналу. Оптимальною може бути така надоперативна адаптація, при якій кількість надмірності, що вводиться, точно відповідає стану каналу в даний момент часу. Але, оскільки надмірність вводиться при передаванні, а стан каналу оцінюється при прийманні, необхідний зворотний канал між приймачем і передавачем, по якому інформація про ситуацію в основному каналі ПД передавалася б від приймача до передавача в зворотному напрямку. Такі канали називаються каналами зворотного зв'язку (33). Про-

цес передавання через канал 33 оперативної інформації про поточний стан основного каналу дає змогу набагато покращити ефективність системи ПД. Однак можливості таких систем обмежені такими факторами: по-перше, передавач одержує з каналу 33 відомості про основний канал, що належать до кодової комбінації, яка вже була передана й оброблена приймачем, після чого ці відомості пройшли через канал 33. Оскільки при завадостійкому кодуванні вигідно використовувати довгі кодові комбінації, за час передавання в обидва кінці системи ситуація в основному каналі може змінитися. Отже, відомості про основний канал можуть утратити свою цінність, і навіть спричинити негативний результат, якщо на їх основі передавач набуде неправильного рішення про зміну параметрів передавання. Безсумнівно, що це не стосується тих даних з каналу 33, що використовуються для виправлення отриманої приймачем кодової комбінації. З іншого боку, у переважній більшості випадків, основний канал піддається дії того ж джерела завад, що і канал 33. Отже, при передаванні з малими затримками важко домогтися високої оперативності адаптації системи через те, що сигнал про погіршення заводової обстановки, переданий каналом 33, потрапляє в часовий інтервал дії завади, яка спричинила передавання цього самого сигналу. Ймовірність правильного приймання сигналу 33 про погіршення умов передавання в цей час спадає, внаслідок чого збільшується час реакції системи аж до того, що сигнал про застосування заходів для підвищення завадостійкості приймається вже після закінчення дії завади.

Незважаючи на ці обмеження, адаптивні властивості систем зі 33 дають можливість оптимізувати кількість надмірності, внесеної коригувальним кодом, залежно від імовірності помилок у двійковому розряді і зумовлюють значний економічний ефект, що забезпечує їх широке впровадження. Зокрема, у більшості систем передавання використовується алгоритм, відомий, як вирішальний зворотний зв'язок з поточним адресним перезапиту (ВЗЗ_{а.п.}).

Задачі оптимізації кількості надмірності, що вводиться в канал коригувальним кодом при різних значеннях імовірності помилки в розряді, приділено досить уваги в працях з теорії завадостійкого кодування, а також досить докладно розглянуті питання впливу 33 на затримку повідомлення в каналі. Проте, для передавання керуючої інформації становить інтерес взаємозв'язок дисперсії затримки повідомлення, імовірності помилки і пропускну здатності двійкового каналу зі 33 і нестаціонарністю імовірності помилок.

Для такого каналу найбільш характерними є такі обмеження:

керуюча інформація надходить на вхід каналу у вигляді повідомлень (блоків) довжиною, кратною 8 біт (внаслідок специфіки розвитку сучасної елементної бази);

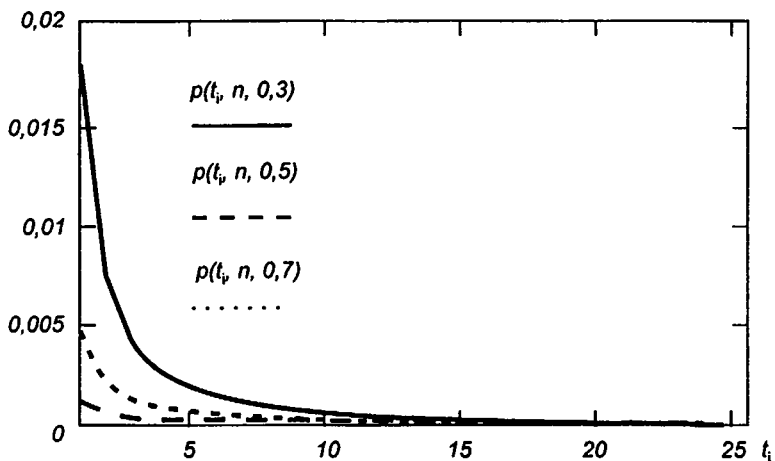


Рис. 15.16. Залежності $P(t)$ у каналах із групуванням помилок

блоковий характер керуючої інформації визначає застосування блокових кодів (найчастіше кодів Боуза—Чоудхурі—Хоквінгема (БЧХ) чи їх недвійкового підкласу — кодів Ріда—Соломона (РС));

фізичний рівень забезпечує ймовірність помилки двійкового символу p , але помилки групується в пакети.

Як загальну математичну модель розглянутого каналу найбільше використовують модель Л. П. Пуртова. Моделі за ланцюгів Маркова вимагають більш точного описування вихідних параметрів і більшого обсягу обчислень, тому їх застосовують для описування конкретних каналів. Модель Л. П. Пуртова описує ймовірність помилки кратності, яка дорівнює або більша, ніж t у блоці завдовжки n елементів залежно від ймовірності помилки в елементі p і коефіцієнта групування помилок α :

$$P(Nk) = \left(\frac{Nk}{t}\right)^{1-\alpha}$$
 . Застосування моделі обмежене значен-

нями кратності помилки $t < \frac{Nk}{3}$, характерними для більшості каналів.

Коефіцієнт групування помилок лежить у межах 0,5 ... 0,7 — для кабельних і 0,2 ... 0,4 — для радіоканалів. Граничні значення: $\alpha = 0$ — незалежні помилки і $\alpha = 1$ — всі помилки збираються в один пакет.

Як приклад розглянемо залежності $P(t)$ ймовірності помилок кратності t у кодовій комбінації завдовжки $Nk = 256$ розрядів при ймовірності незалежної помилки $p = 10^{-3}$ і коефіцієнтах групування помилок $\alpha = 0,3; 0,5$ і $0,7$.

На рис. 15.16 показані графіки цих залежностей.

З рис. 15.16 видно, що, по-перше, при збільшенні коефіцієнта групування помилок за інших рівних умов зменшується ймовірність помилки кратності t , причому ця закономірність зберігається у всій області застосування моделі Л. П. Пуртова. В інших випадках ймовірність помилки кратності t завжди більше ймовірності помилки кратності $t + 1$. І нарешті, зі збільшенням коефіцієнта групування помилок різниця між ймовірностями помилок кратності t і $t + 1$ зменшується.

Нескладний розрахунок показує, що середнє значення кратності помилки не на багато перевищує одиницю при будь-яких реальних значеннях p і α . Тому, у загальному випадку, вигідно використовувати код БЧХ у режимі виправлення однократної помилки.

Проте у провідних каналах з коефіцієнтами групування помилок, що набувають значення від $\alpha = 0,5$ до $\alpha = 0,7$ (нижні криві на рис. 15.16.), ймовірність двократних, трикратних і т. д. помилок мало відрізняється від ймовірності однократної помилки. Тобто, можна сказати, що хоча найбільш ймовірними є однократні помилки, але необхідно приділяти велику увагу помилкам малої кратності, відмінної від одиниці.

На практиці для виправлення дво-, трикратних помилок використовується перезапит усієї кодової комбінації. Такий підхід, на перший погляд, не позбавлений сенсу: для виправлення помилок кратності, що перевищує одиницю, необхідно вводити в кожен кодовий комбінацію занадто велику надмірність i , оскільки трикратні помилки зустрічаються рідше однократних, у більшості кодових комбінацій вона не буде використана.

Але, з іншого боку, якщо, наприклад, для виправлення однократної помилки в кодовій комбінації завдовжки $Nk = 1024$ досить шістнадцяти перевірних розрядів коду БЧХ, то для виправлення двократної помилки в тій же комбінації перезапитуються всі n розрядів, хоча відомо, що для виправлення кодом БЧХ двократної помилки в такій комбінації досить тридцяти трьох розрядів.

Отже, у використовуваному методі корекції помилок виявляється недолік: для виправлення помилок малої кратності, що перевищує одиницю, застосовується або відносно невелика кількість перевірних розрядів коду БЧХ, але в кожній кодовій комбінації (незалежно від наявності помилки), або перезапит тільки при виявленні такої помилки, але дуже великої кількості розрядів (уся кодова комбінація).

Обидва варіанти неефективно використовують надмірність. Перший — завдяки тому, що перевірна частина кодової комбінації використовується повністю (у режимі виправлення помилки) винятково рідко (у будь-якому випадку, ймовірність безпомилкового приймання буде набагато вища ймовірності однократної помилки i , тим більше, ймовірності помилок більшої кратності). Другий варіант є неефек-

тивним внаслідок того, що кількість переданих розрядів при перезапиті ніяк не пов'язана із кратністю помилки, а розрахована на виправлення всіх можливих помилок. Більше того, під час перезапиту комбінації, у якій виявлена помилка, що не можна виправити за допомогою перевірної частини, може бути ситуація, коли в перепитаній комбінації виникає невиявлена помилка або помилка, що не виправляється, і це призводить до наступного перезапиту.

Очевидним виправленням цього недоліку була б така кількість перевірних розрядів у кожній комбінації, яка забезпечувала б виправлення найбільш імовірної помилки (однократної), а для виправлення помилок більшої кратності — використання такої модифікації перезапиту, при якій кількість переданих розрядів була б оптимізована з урахуванням імовірностей помилок різної кратності.

Спробою такого удосконалення і є запропонований метод скороченого адресного перезапиту. Суть його ось у чому.

Так само, як і в існуючих системах, після інформаційної частини кодової комбінації передається перевірна частина — результат кодування, наприклад кодом БЧХ. Призначення цієї частини те ж саме — виправлення помилок малої кратності і виявлення помилок непарної кратності, невеликих пакетів помилок і помилок кратності, що не перевищує подвоєну кратність помилки, яка виправляється. При декодуванні під час приймання може виникнути одна з трьох ситуацій:

приймання було безпомилковим або кратність помилки перевищувала виявлювані здібності коду. При цьому інформаційна частина кодової комбінації зберігається в нагромаджувачі приймання для наступної видачі одержувачу;

у прийнятій комбінації виявлена помилка малої кратності, яку можна виправити за допомогою перевірної частини цієї ж комбінації. Помилка виправляється й інформаційна частина зберігається в нагромаджувачі приймання;

у прийнятій комбінації виявляється помилка, що не може бути гарантовано виправлена за допомогою перевірної частини. У таких випадках дії системи, що використовує скорочений перезапит, відрізняються від дій звичайної системи.

У першу чергу, відкидається перевірна частина прийнятої комбінації — вона уже виконала свою задачу, а, відкинувши її, система позбавляється і від помилок, які вона могла містити.

Потім система відправляє через канал 33 сигнал перезапиту, а інформаційну частину зберігає в нагромаджувачі приймання.

Одержавши сигнал перезапиту, що містить ідентифікатор ушкодженої комбінації, система, що передає, формує і відправляє перевірну частину коду з більшою здатністю виправляти (послідовність, що виправляє), для чого використовує копію інформаційної частини ушкодженої комбінації, що зберігається в нагромаджувачі передавання.

Кількість
розрядів

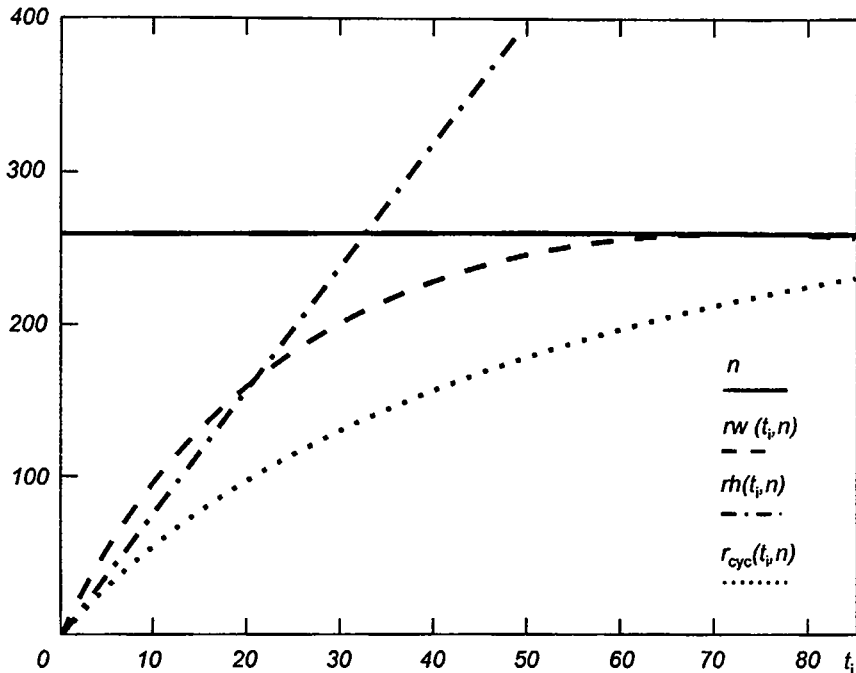


Рис. 15.17. Мініально необхідна кількість розрядів послідовності, що виправляє

Отримавши послідовність, що виправляє, приймальна система декодує код, яким вона була захищена і використовує її точно так само, як і перевірну частину будь-якої кодової комбінації, тобто намагається виправити помилку в інформаційній частині ушкодженої кодової комбінації за допомогою послідовності, що виправляє. Якщо кількість розрядів послідовності, що виправляє, недостатня для виправлення помилок в інформаційній частині, то формується повторний перезапит, і передається послідовність, що виправляє, з більшою здатністю виправляти.

Розглянемо переваги і недоліки такого методу. На рис. 15.17 зображено чотири графіки, що ілюструють можливість застосування алгоритму скороченого адресного перезапиту.

На осі ординат відкладена кількість розрядів послідовності, що виправляє, яка є необхідною для гарантованого виправлення будь-якої помилки кратності t (t відкладена на осі абсцис) в кодовій комбінації завдовжки Nk (у даному прикладі $Nk = 256$). Горизонтальна пряма

$n(t) = n = \text{const}$ характеризує перезапит усієї кодової комбінації (далі — повний перезапит), у якій незалежно від кратності помилки для виправлення використовується вся кодова комбінація завдовжки n . Нижня крива (межа Хемінга — $rh(t)$) показує, що для виправлення помилки кратності t необхідно не менше rh перевірних розрядів (але межа Хемінга не гарантує існування кодів з такими властивостями виправляти). Друга крива асимптотично наближається до n (межа Варшамова — $rw(t)$) і показує, що існують коди, які містять не більше, ніж rw перевірних розрядів, і здатні виправити будь-яку помилку кратності t . Тобто те, що крива межі Варшамова розташована нижче $Nk = Nk(t) = \text{const}$, показує, що у всій області істинності моделі часткового описування дискретного каналу (для всіх $t < \frac{Nk}{3}$) існують ко-

ди, за допомогою яких можна виправити будь-яку помилку кратності t , перевірна частина яких містить меншу кількість розрядів, ніж використовується при повному перезапиті. А крива межі Хемінга показує, що не позбавлений сенсу пошук таких кодів, застосування яких при скороченому перезапиті було б вигідно і при помилках дуже великої кратності, що виходить за межі області істинності моделі Л. П. Пуртова.

Інакше кажучи, в області істинності моделі Л. П. Пуртова застосування скороченого перезапиту з послідовністю, яка виправляє, що має характеристики не гірші, ніж вимагаються за умовами Варшамова (а такі послідовності існують), дає безсумнівний вигравш у кількості службових даних, переданих при перезапиті.

Остання крива на рис. 15.17, яка ще не була розглянута, характеризує широко поширені коди БЧХ. Як видно з графіка, застосування скороченого перезапиту з послідовністю, яка виправляє, що являє собою перевірну частину коду БЧХ, виправдане і дає найбільший вигравш при помилках малої кратності. Але існують умови (при дуже великих t), у яких застосування повного перезапиту вигідніше застосування скороченого перезапиту з використанням коду БЧХ. Однак, враховуючи, що кратність помилки заздалегідь невідома й імовірність помилок великої кратності досить мала (див. рис. 15.16), для оцінки можливості застосування перевірної частини кодів БЧХ як послідовності, що виправляє, у системі зі скороченим перезапитом необхідний додатковий розрахунок.

Приклад розрахунку результатів застосування скороченого перезапиту наведений для коду *CRC-16*, імовірність помилки у двійковому розряді $p = 10^{-3}$, коефіцієнт групування помилок $\alpha = 0,5$, довжина кодової комбінації $Nk = 1024$ і обмеження кількості перезапитів L до п'яти.

Функція розподілу ймовірностей помилок кратності t за вищезгаданих умов:

$$P(t, N_k, p, \alpha) := pN_k^{1-\alpha} \left[\frac{1}{t^{1-\alpha}} - \frac{1}{(t-1)^{1-\alpha}} \right].$$

Імовірність помилки, виявленої кодом БЧХ $P_{в.п.}$, описується як сума ймовірностей помилок кратності t , коли

t — парне;

t — непарне, але менше подвоєної максимальної кратності помилки, що може бути гарантовано виправлена;

t — непарне, але менше половини ступеня утворюючого полінома.

Імовірність невиявленої помилки $P_{н.п.}$ є різницею помилки кратності, більшої за нуль, та ймовірності виявленої помилки:

$$P_{н.п.}(t, N_k, p, \alpha) := pN_k^{1-\alpha} - P_{в.п.}$$

Тоді ймовірність h перезапиту при перезазиті всієї комбінації (режим повного перезазиту)

$$P_{п.п.}(h) := P_{п.п.}(h-1)P_{в.п.} \left[1 - p \left(\frac{N_k}{t} \right)^{1-\alpha} \right], \quad h = 1, 2, \dots$$

А в режимі скороченого перезазиту

$$P_{с.п.}(h) := P_{с.п.}(h-1) \left[p \left(\frac{N_k}{t} \right)^{1-\alpha} \right], \quad h = 1, 2, \dots$$

Для вищезгаданих умов ці ймовірності набувають значень, наведених у табл. 15.2.

Таблиця 15.2

Кількість перезазитів h	Імовірність	
	при повному перезазиті	при скороченому перезазиті
1	0,02264	0,02264
2	$5,12631 \cdot 10^{-04}$	$5,12315 \cdot 10^{-04}$
3	$1,16066 \cdot 10^{-05}$	$9,46513 \cdot 10^{-06}$
4	$2,6279 \cdot 10^{-07}$	$1,51442 \cdot 10^{-07}$
5	$5,94922 \cdot 10^{-09}$	$2,16726 \cdot 10^{-09}$

З урахуванням перезазитів ймовірність непоміченої помилки для режиму повного перезазиту описується як проста сума ймовірностей непомічених помилок у першій комбінації та в комбінаціях перезазипи-

ту (табл. 15.2). Ймовірність непоміченої помилки для режиму скороченого перезапиту майже повністю визначається ймовірністю непоміченої помилки в кодовій комбінації, яка передавалась уперше. Отже, абсолютний виграш в імовірності непоміченої помилки:

$$BP_{\text{н.п}} := \sum_{h=1}^L P_{\text{н.п}}(t, N_k, p, \alpha) P_{\text{н.п}}(h).$$

Виграш у пропускній здатності є різницею кількості інформації, що використовується для виправлення помилок, помноженою на швидкість модуляції B :

$$BC := B \left(\sum_{h=1}^L P_{\text{н.п}}(h) N_k - \sum_{h=1}^L P_{\text{н.п}}(h) r(h+1, N_k) \right),$$

де $r(t, N)$ — довжина послідовності, що виправляє, яка необхідна для виправлення помилки кратності t у кодовій комбінації N . Для коду БЧХ

$$r(t, N) = \text{int} (1 + t \log_2 (N + 1)) .$$

Для вказаних вище умов виграш в імовірності непоміченої помилки становить 0,2, а виграш у пропускній спроможності, нормований швидкістю модуляції, — 23.

Висновки

У розділі запропоновано метод побудови ефективного цифрового каналу для передавання керуючої інформації.

Для побудови високошвидкісного та завадостійкого цифрового каналу були вирішені такі завдання.

1. Розроблено універсальні алгоритми когерентної обробки багатопозиційних сигналів з ортогональним розподілом несучих частот та оптимальний алгоритм, який базується на максимально правдоподібній оцінці сигналу.

2. Розроблено оптимальний алгоритм, який базується на максимально правдоподібній оцінці сигналу, що забезпечує завадозахищеність, близьку до потенційної.

3. Розроблено сигнальні сузір'я за оптимальними за завадостійкістю двовимірними регулярними структурами.

4. Визначено за допомогою моделювання на ЕОМ характеристики завадостійкості розроблених сигнальних сузір'їв та усереднених оцінювань параметрів.

5. Запропоновано метод підвищення ефективності використання блокових завадостійких кодів у системах зі зворотним зв'язком для виправлення пакетів помилок.

6. Визначено за допомогою моделювання на ЕОМ ефективність запропонованого методу для коду, стандартизованого МСЕ для каналного рівня.

Контрольні запитання

1. Поясніть структурну схему та алгоритм роботи демодулятора сигналів OFDM.
2. Яким чином здійснюється підстроювання проєкцій системи сигналів при прийманні відносно передавання?
3. Які завдання треба вирішувати при використанні маніпуляційного кодування сигнальних сузір'їв *MAP*?
4. Поясніть, які рівні ієрархії ВВС реалізує канал передавання керуючої інформації?
5. Як вимірюється ефективність каналу передавання керуючої інформації?

Список рекомендованої літератури

1. Беркман Л. Н., Окунев Ю. Б. Квазикогерентная обработка сигналов с многопозиционной амплитудно-фазовой модуляцией в многоканальных модемах // *Электросвязь*. — 1989. — №2. — С. 33–35.
2. Блейхман В. С., Викторов О. В., Беркман Л. Н. Оценка производительности высокоскоростного многоканального когерентного устройства преобразования сигналов // *Техника средств связи*. — 1989. — Вып. 2. — С. 104–109.
3. Стеклов В. К., Беркман Л. Н., Пезенцали Г. А. Возможности использования методов многоканальной модуляции для сетей доступа // *Зв'язок*. — 2000. — № 4. — С. 43–48.