

Затверджено науково-методичною  
радою ЖДГУ

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р. №\_\_

Методичні рекомендації  
до самостійної роботи студентів  
з навчальної дисципліни

**«ТЕОРІЯ СКЛАДНОСТІ АЛГОРИТМІВ ТА ОБЧИСЛЕНЬ»**

для студентів освітнього рівня «БАКАЛАВР»  
денної форми навчання  
спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення»  
освітньо-професійна програма «Інженерія програмного забезпечення»  
факультет інформаційно-комп'ютерних технологій  
кафедра комп'ютерних наук

Обговорено на засіданні кафедри  
комп'ютерних наук

Протокол №\_\_  
від «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Розробник: к.пед.н., старший викладач кафедри комп'ютерних наук Коротун О.В.

Житомир, 2019

## ВСТУП

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Теорія складності алгоритмів та обчислень» є отримання студентами знань і практичних вмінь та навичок в теорії математичного програмування та теорії складності задач.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни є: оволодіти базовими поняттями теорії складності, навчитися розв'язувати задачі математичного програмування та використовувати алгоритми розв'язку NP-складних задач.

Результатом вивчення дисципліни є набуття студентами такої **предметної (спеціальної фахової) компетентності**:

- здатність формулювати основні поняття теорії складності задач;
- здатність визначати складові складності алгоритмів;
- здатність охарактеризувати та представляти ієрархію класів складності задач;
- здатність створювати програми для машини з натуральнозначними регістрами;
- здатність використовувати детерміновані та недетерміновані алгоритми;
- здатність класифікувати задачі математичного програмування;
- здатність розв'язувати транспортну задачу, задачі про раціон та розподіл ресурсів;
- здатність класифікувати задачі та методи нелінійного програмування;
- здатність знаходити розв'язок в задачах пакування рюкзаків, про верстати, комівояжера;
- здатність надавати визначення NP-повноти та NL-повноти;
- здатність використовувати точні та наближені алгоритми розв'язку NP-складних задач;
- здатність застосовувати комбінаторні методи оптимізації для розв'язування NP-складних задач.

### 2. Програма навчальної дисципліни

#### Модуль 1. Введення в теорію складності.

**Змістовий модуль 1.** Основні поняття теорії складності. Складність алгоритму. Часова та ємнісна складність алгоритмів. Розмір задачі. Складність в середньому і складність в гіршому випадку. Асимптотичні оцінки складності. Складність задачі. Теорема Блюма про прискорення. Класи складності задачі.

## **Модуль 2. Машини Тьюринга.**

**Змістовий модуль 2.** Детерміновані алгоритми. Машини з натуральнозначними регістрами. Детермінована однострічкова машина Тьюринга. Багатострічкові машини. Еквівалентність машин. Ієрархія класів DTIME.

**Змістовий модуль 3.** Недетерміновані алгоритми. Недетерміновані машини Тьюринга. Класи NTIME, NP і co-NP. Альтернативне визначення класу NP. Класи з ємнісною складністю.

## **Модуль 3. Теорія складності задач.**

**Змістовий модуль 4.** NP-складність і NP-повнота. Приклади наближених алгоритмів для NP-повних задач.

**Змістовий модуль 5.** Вступ до математичного програмування. Способи подання задач математичного програмування. Класифікація задач математичного програмування. Приклади застосування задач математичного програмування. Аксиоматичні поняття математичного програмування. Постановка задачі лінійного програмування та методи їх розв'язку.

**Змістовий модуль 6.** Приклади безумовних та умовних задач оптимізації. Задача Штейнера. Мінімальні дерева Штейнера. Задача про раціон. Закрита та відкрита транспортна задача. Методи побудови опорного плану транспортної задачі (північно-західного кута, мінімальної вартості, подвійної переваги, метод апроксимації Фотеля). Задача про розподіл ресурсів.

**Змістовий модуль 7.** Задачі нелінійного програмування.

Постановка задачі нелінійного програмування. Класифікація задач і методів нелінійного програмування.

**Змістовий модуль 8.** Розв'язування задач оптимізації.

Задача пакування рюкзака.

Задача про верстати (задача Джонсона).

Задача комівояжера.

**Змістовий модуль 9.** Просторова складність.

Складні класи, пов'язані з пам'яттю. Теорема Севіча. PSPACE-повнота. Обчислення на логарифмічній пам'яті. NL-повнота.

**Змістовий модуль 10.** Алгоритми розв'язку NP-складних задач.

Алгоритми розв'язання NP-складних задач (точні, наближені).

Точні алгоритми розв'язання NP-складних задач: прямий перебір, метод «гілок і меж», лінійне цілочисельне програмування (ЛЦП), динамічне програмування, метод декомпозиції.

**Змістовий модуль 11.** Метод Монте-Карло. Метод часткового перебору.

**Змістовий модуль 12.** Комбінаторні методи. Метод Гоморі (метод відсічень площин). Метод гілок і меж. NP-складні задачі комбінаторної оптимізації.

### **3. Завдання до самостійної роботи**

#### **Модуль 1. Введення в теорію складності.**

##### **Завдання до самостійної роботи**

1. Проаналізувати трудомісткості основних алгоритмічних конструкцій.
  2. Побудувати функції трудомісткості для підсумовування матриці.
  3. Побудувати функції трудомісткості для задачі пошуку максимуму.
  4. З'ясувати проблеми при переході від трудомісткості до часових оцінок.
  5. Ознайомитись з методиками переходу від функції трудомісткості до часових оцінок..
  6. З'ясувати можливість існування у ланцюгу двох однакових вершин або ребер?
  7. Показати, що у будь-якому графі з не менш як двома вершинами, знайдуться дві вершини з однаковими степенями.
  8. Визначити кількість ребер простого повного графа з  $n$  вершинами.
  9. З'ясувати, чому дорівнює сума всіх елементів рядка матриці суміжності  $A$ .
  10. З'ясувати, в якому випадку матриця суміжності орієнтованого графа є симетричною.
  11. Визначити, чи будь-який граф є ейлеревим.
  12. Довести, що в зв'язаному графі з  $n$  вершинами між довільними двома вершинами існує маршрут довжини не більше, ніж  $n-1$ .
  13. Задати маршрут, що ні ланцюг, ні простий ланцюг; ланцюг, але не простий ланцюг.
  14. Нехай задано оргграф  $G = (V, E)$ : (а)  $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}, E = \{(1, 3), (2, 1), (2, 5), (3, 4), (4, 5), (5, 1), (5, 2)\}$ ; (б)  $V = \{a, b, c, d\}, E = \{(a, c), (a, d), (b, a), (b, d), (c, b), (d, c)\}$ .
- Побудувати діаграму, матриці суміжності та інцидентності для кожного з цих оргграфів.

15. Орграф  $G(X,U)$  заданий списком:  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ ;  $U = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_4, x_3), (x_5, x_4), (x_2, x_5), (x_2, x_3), (x_3, x_5)\}$ . Задати його геометричним та матричним способами.
16. Довести, що не для всіх зв'язних графів існує циклічний маршрут, який містить кожне ребро графа тричі. Сформулювати умови існування такого маршруту.
17. Довести, що в повному графі  $K_n$  існує гамільтонів цикл для довільного  $n \geq 3$ .
18. Навести приклади ейлерового графа, який не є гамільтоновим, а також гамільтонового графа, який не є ейлеровим.
19. Граф  $G(X,U)$  заданий матрицею суміжності:

$$A(G) = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e & f & g & h & i \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

- a) Побудувати геометричне зображення графа. Визначити тип графа, типи ребер та вершин.
- b) Записати основні підграфи, дерева та ліс.
- c) Побудувати можливі види маршрутів на графі: маршрут та замкнутий маршрут, ланцюг (шлях) та простий ланцюг (простий шлях), цикл та простий цикл, ланцюг та цикл Ейлера, ланцюг та цикл Гамільтона.
- d) Обчислити метричні характеристики графа: ексцентриситети вершин, радіус, діаметр та центр графа, його цикломатичне число.

### Питання для обговорення

1. Визначити основні поняття теорії алгоритмів.
2. Пояснити цілі та завдання класичної теорії алгоритмів, а також практичного аналізу алгоритмів.
3. З'ясувати головні вимоги до алгоритмів.
4. Визначити базові типи алгоритмічних моделей.

5. З'ясувати практичне застосування результатів теорії алгоритмів.
6. Формалізувати поняття алгоритму.
7. Пояснити складність алгоритмів.
8. Класифікувати алгоритми по виду функції трудомісткості.
9. Описати систему позначень в аналізі алгоритмів – найгірший, кращий і середній випадки.
10. Призначення асимптотичного аналізу алгоритмів.
11. Визначити термінологію теорії графів (граф, орієнтований граф, вершина та ребро графу, дуга графа, степінь графу, підграф, інцидентність, петля, тривіальний граф, ізольована вершина, маршрут, ланцюг, цикли тощо).
12. Пояснити способи подання графів.
13. Призначення задачі комівояжера.
14. Описати три найбільш відомі алгоритми для побудови найкоротшого шляху.

**Рекомендована література: 1, 4, 5, 7, 11, 12, 15, 16, 17, 25, 26.**

## **Модуль 2. Машини Тьюринга.**

### **Завдання до самостійної роботи**

1. Продемонструвати запис чисел 3 і 5 на стрічці машини Поста.
2. Описати програму віднімання натуральних чисел  $P - Q$  на машині Поста.
3. Продемонструвати опис машини Тьюринга, що реалізує операцію складання натуральних чисел.
4. Описати переміщення першого біту слова в кінець, якщо на стрічки машини Тьюринга записане непусте слово з алфавіту  $\{0,1\}$ .
5. Припустимо, на стрічці є слово, яке складається з символів #, \$, 1 і 0. Потрібно замінити всі символи # і \$ на нулі, використовуючи машину Тьюринга. В момент запуску каретка знаходиться над першою літерою слова зліва. Завершується програма тоді, коли каретка знаходиться над порожнім символом після літери слова, що є останньою з права.
6. Зовнішній алфавіт має вигляд  $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ . Нехай  $P$  – не порожнє слово, тобто  $P$  – це послідовність з десяткових невід'ємних цифр. Треба отримати на стрічці машини Тьюринга запис числа, яке на одиницю більше ніж число  $P$ .
7. Ознайомитись з проблемами, що не розв'язуються алгоритмічно.

8. Ознайомитись з еквівалентністю багатострічкових машин Тьюринга.
9. Ознайомитись з різноманіттям класів складності.

#### **Питання для обговорення**

1. Визначити основні поняття та операції машини Поста.
2. Описати принципи роботи машини Поста.
3. Визначити машину Тьюринга.
4. Описати частини машини Тьюринга.
5. З'ясувати принципи роботи машини Тьюринга.
6. Пояснити властивості машини Тьюринга як алгоритму.
7. Пояснити принцип роботи багатострічкової машини Тьюринга.
8. Пояснити відмінність між ємнісною та часовою складністю та описати їх.

**Рекомендована література: 1, 5, 7, 10, 16, 17, 20, 22, 27.**

### **Модуль 3. Теорія складності задач.**

#### **Завдання до самостійної роботи**

1. Ознайомитись зі складністю розв'язання дискретних задач.
2. Ознайомитись зі складністю задач на графах.
3. Написати програму, що дозволить відстежити часову складність алгоритму розв'язання задачі комівояжера при збільшенні розмірності матриці відстаней. Вибрати точний (метод Літтла з методів гілок та меж) провести тести по виміру часу.
4. Написати програму, що дозволить відстежити часову складність алгоритмів розв'язання задачі комівояжера при збільшенні розмірності матриці відстаней. Вибрати 1 простий (жадібний) алгоритм і 1 точний (метод Літтла з методів гілок та меж) провести тести по виміру часу, а також по точності розв'язання.
5. Написати програму, що дозволить відстежити часову складність алгоритму розв'язання задачі комівояжера при збільшенні розмірності матриці відстаней. Розв'язати задачу методом Літтла, використавши розпаралелювання Cuda (обчислення на GPU)) та провести тести по виміру часу.
6. Написати програму, що розв'язує таку задачу: задана кінцева множина  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$  «міст», «відстані»  $d(c_i, c_j) \in Z$  для кожної пари міст  $c_i, c_j \in C$  і межі  $B \in Z^+$  ( $Z^+$  позначає невід'ємні

цілі числа). Визначити чи існує «маршрут», що проходить через всі міста з  $C$ , довжина якого не перевищує  $B$ ?

7. Визначити алгоритм та напишіть програму для звернення порядку елементів у списку, доведіть, що він працює правильно та оцініть його складність.
8. Застосовуючи метод гілок і меж, розв'язати задачу комівояжера з матрицею відстаней.

		До города				
		1	2	3	4	5
От города	1	–	48	27	31	43
	2	33	–	28	44	43
	3	41	28	–	40	36
	4	37	35	29	–	46
	5	48	48	25	29	–

### Питання для обговорення

1. Описати формальну модель обчислювальної задачі.
2. Визначити належність задачі до класу NP.
3. Описати схему поліноміального перетворення задачі  $Z_1$  в задачу  $Z_2$ .
4. Визначити задачу про виконуваність.
5. Визначити псевдо поліноміальний алгоритм та сильну NP-повноту.
6. З'ясувати способи доведення NP-повноти.
7. Визначити NP-складні задачі.
8. Описати поліноміальну зведеність.
9. Визначити класи NP-повних задач.
10. З'ясувати області застосування теорії NP-повних задач.

**Рекомендована література: 1, 2, 3, 6, 13, 14, 18, 21, 23, 27, 28, 29, 30, 31.**

### 4. Теми рефератів

1. Алгоритми пошуку множини шляхів.
2. Матричний алгоритм пошуку оптимальних шляхів.
3. Матричний алгоритм пошуку оптимальних шляхів.
4. Мережевий алгоритм пошуку оптимальних шляхів.
5. Метод побудови найкоротших шляхів у дворівневому графі.
6. Жадібні алгоритми і жадібні принципи жодного вибору.
7. Задача про максимальний потік в транспортній мережі: від Форда-Фалкерсона до наших днів.
8. Задача комівояжера та її рішення методом гілок і меж.

9. Задача про призначення та угорський алгоритм.
10. Хвильові алгоритми на графах.
11. Розріджені графи та їх практичне застосування.
12. Транспортні мережі. Приклади застосування.
13. Кінцеві автомати та регулярні мови.
14. Машина поста.
15. Алгоритмічно нерозв'язані проблеми.
16. Вимірювання складності задачі.
17. Детерміновані складні класи.
18. Задачі класів P і NP.
19. Поліноміальна зведеність по Карпу.
20. Просторова складність.
21. Опис алгоритму мурашиної колонії.
22. Мурашиний алгоритм оптимізації.

### **Вимоги до оформлення рефератів**

#### **Структура реферату**

**Структура реферату** містить такі елементи:

- титульна сторінка;
- план;
- вступ (мають бути обґрунтовані актуальність та практичне значення обраної теми реферату, визначені мета та завдання роботи);
  - основна частина (розділи, пункти і підпункти) – розкривається тема реферату шляхом висвітлення основних питань. При цьому необхідно зосередити увагу на аналізі поставлених питань в літературі з висновками щодо їх теоретичної та практичної значущості;
    - висновки – необхідно сформулювати: а) науково-теоретичні та практичні підсумки проведеного аналізу за проблематикою реферату; б) теоретичні та практичні рекомендації, що впливають з проведеного аналізу. Вони мають логічно пов'язуватися із змістом викладеного матеріалу;
  - список використаних джерел – містить використані джерела та публікації;
  - додатки.

#### **Вимоги до оформлення реферату**

Обсяг реферативної роботи має складати – 12-20 сторінок. До загального обсягу роботи не входять додатки, всі сторінки підлягають суцільній нумерації. Робота має бути надрукована з дотриманням

стилістичних і граматичних норм. У тексті обов'язково повинні бути посилання на літературу та інші джерела, що використовувалися при підготовці реферату.

Текст реферативної роботи викладається державною мовою на стандартних аркушах формату А-4(210 x 297).

Робота друкується шрифтом Times New Roman, 14 кеглем; вирівнювання - "За шириною"; міжрядковий інтервал "Полуторний" (1,5 Lines); абзацний відступ – п'ять знаків (1,25 см); верхнє і нижнє поле – 2 см., лівє – 3 см, правє – 1 см. Абзацний відступ має бути однаковим у всьому тексті і дорівнювати п'яти знакам (1,25 см).

Скорочення слів та словосполучень мають відповідати чинним стандартам з бібліотечної та видавничої справи.

Розділи та підрозділи мають містити заголовки, що належить точно відтворювати у змісті. Заголовки розділів, як правило, розміщують посередині рядка. Назви розділів друкують великими літерами без розділових знаків у кінці, без підкреслень. Заголовки розділів слід починати з належного відступу.

Якщо заголовок складається з двох і більше речень, їх розділяють крапкою. Переніс слів у заголовках розділів слід уникати. Відстань між заголовком і подальшим чи попереднім текстом, при друкованому виготовленні письмової роботи, повинна становити один рядок.

Нумерація сторінок має бути наскрізною. Порядковий номер сторінки позначають арабською цифрою і проставляють у правому верхньому куті сторінки без крапки чи рисок. Титульний аркуш(додається) включається до загальної нумерації сторінок письмової роботи, але номер сторінки на титульному аркуші, як правило, не проставляють. Розділи слід нумерувати також арабськими цифрами.

При використанні літературних джерел в тексті реферату повинні бути посилання на них.

Ілюстративний матеріал – малюнки, графіки, схеми тощо слід розміщувати безпосередньо після першого посилання на нього в тексті. Якщо графік, схема, таблиця не поміщається на сторінці, де є посилання, їх подають на наступній сторінці. На кожний ілюстративний матеріал мають бути посилання в тексті.

#### **4. Методичне забезпечення**

1. Презентації лекцій з курсу – ел.вигляд

**Рекомендована література**

### *Основна література*

2. Ашманов С.А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981.
3. Бейко И.В. и др. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. –К.: Вища шк., 1983.
4. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас Ф.Г. Комп'ютерна дискретна математика. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004.
5. Горлова Т.М. Теорія алгоритмів. [Електронний ресурс]: конспект лекцій для студентів напряму підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки» денної та заочної форм навчання / Т.М. Горлова, К.Є. Бобрівник, Н.В. Ліманська – К.: НУХТ, 2015.
6. Дослідження операцій і методи оптимізації: Навч. посіб. / М. Є. Корольов, В. І. Павленко, О. В. Савіна, А. Г. Тимошенко.— К.: Університет «Україна», 2007.
7. Клакович Л. М. Теорія алгоритмів: Навч. посібник / Л. М. Клакович, С.М. Левицька, О.В. Костів. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008.
8. Нікітченко М.С., Шкільняк С.С. Прикладна логіка. – К., 2013.
9. Нікітченко М. С. Прикладна логіка / М. С. Нікітченко, С. С. Шкільняк. – К. : ВПЦ «Київ. ун-т», 2013.
10. Нікітченко М. С. Математична логіка та теорія алгоритмів / М. С. Нікітченко, С. С. Шкільняк. – К. : ВПЦ «Київ. ун-т», 2008.
11. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб: Питер, 2001.
12. Панішев, А. В. Вступ до теорії складності дискретних задач : Монографія. – Ж. : ЖДТУ, 2004.
13. Попов Ю.Д., Тюптя В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. Навчальний електронний посібник для студентів спеціальностей “Прикладна математика”, “Інформатика”, “Соціальна інформатика”. – Київ: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003.
14. Сікора Я. Б. Методи оптимізації. Навчально-методичний посібник для студентів напряму 6.040302 Інформатика\*. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2012.
15. Стрелковська І. В. Дискретна математика: навч. посіб. / [Стрелковська І.В., Буслаєв А.Г., Харсун О.М., Пашкова Т.Л., Баранов М.І., Григор'єва Т.І., Вишневська В.М., Кольцова Л.Л.] – Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010.

16. Шкільняк С. С. Теорія алгоритмів. Приклади та задачі: Навчальний посібник. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2012.
17. Шкільняк С.С. Теорія алгоритмів. Приклади й задачі. – К., 2012.

#### *Допоміжна література*

18. Акуліч И. Л. Математичне програмування у прикладах і завданнях. (Математическое программирование в примерах и задачах). М.: Высшая школа – 1986.
19. Арсенюк І. Р., Колодний В. В., Яровий А. А. Теорія алгоритмів. Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2006.
20. Бейко Й. В., Бублик Б. Н., Зінько П. Н. Методи і алгоритми розв'язування задач оптимізації. (Методы и алгоритмы решения задач оптимизации). (Підр.) К. : Вища шк.. – 1983.
21. Жалдак М. І., Гриус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації. Черкаси: БрамаУкраїна. – 2005.
22. Кожевникова Г .П . Теория алгоритмов. Львов, ЛДУ, 1978.
23. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: [навч. посіб.] / В. Я. Кутковецький. – [2-ге видання, виправлене]. – К.: ВД «Професіонал», 2005.
24. Мальцев А .И . Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986.
25. Нікольська Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. К.: Видавнична група ВНУ, 2007.
26. Романовский, И.В. Дискретный анализ. Учебное пособие для студентов, специализирующихся по прикладной математике / И. В. Романовский – Издание 2-ое, исправленное. – СПб.; Невский диалект, 2000.
27. Успенский В. А ., Семенов А. Л. Теория алгоритмов: основное открытия и приложения. М.: Наука, 1987.

#### *Інформаційні ресурси в Інтернеті*

27. Задачі оптимізації і дослідження операцій – [http://www.d-learn.pu.if.ua/data/users/9653/Lecture\\_1.pdf](http://www.d-learn.pu.if.ua/data/users/9653/Lecture_1.pdf)
29. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації – [http://shron1.chtyvo.org.ua/Zhaldak\\_Myroslav/Osnovy\\_teorii\\_i\\_metodiv\\_optymizatsii.pdf](http://shron1.chtyvo.org.ua/Zhaldak_Myroslav/Osnovy_teorii_i_metodiv_optymizatsii.pdf)
30. Сікора Я. Б. Методи оптимізації. Навчально-методичний посібник для студентів напряму 6.040302 Інформатика\*. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2012. – 82 с. – [http://eprints.zu.edu.ua/17160/1/%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4\\_%D0%9C%D0%9E.pdf](http://eprints.zu.edu.ua/17160/1/%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%9C%D0%9E.pdf)
31. Дослідження операцій і методи оптимізації: Навч. посіб. / М. Є.

Корольов, В. І. Павленко, О. В. Савіна, А. Г. Тимошен? ко. – К.:  
Університет «Україна», 2007. – 177 с. –  
[http://ea.donntu.org:8080/jspui/bitstream/  
123456789/27779/5/%D0%9E%D0%9C%D0%95%D0%9F\\_1.pdf](http://ea.donntu.org:8080/jspui/bitstream/123456789/27779/5/%D0%9E%D0%9C%D0%95%D0%9F_1.pdf)

Міністерство освіти і науки України  
Житомирський державний технологічний університет  
Кафедра \_\_\_\_\_

**НАЗВА ТЕМИ**

Реферат

Виконав (-ла) студент (-ка)  
\_\_ курсу \_\_\_\_ групи  
факультету інформаційно-  
комп'ютерних технологій

---

Прізвище, ім'я, по батькові

Житомир  
2019

**ЗМІСТ**

ВСТУП .....	3
РОЗДІЛ 1 ( <i>Назва</i> ) .....	5
1.1. ( <i>Назва</i> ) .....	5
1.2. ( <i>Назва</i> ) .....	9
1.3. ( <i>Назва</i> ) .....	13
РОЗДІЛ 2. ( <i>Назва</i> ) .....	16
2.1. ( <i>Назва</i> ) .....	16
2.2. ( <i>Назва</i> ) .....	19
2.3. ( <i>Назва</i> ) .....	19
ВИСНОВКИ .....	23
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	25