ЛЕКЦІЯ АРИФМЕТИЧНІ ОСНОВИ МП - ТЕХНІКИ

Довжина розрядної сітки – термін, що використовується для визначення довжини числа.

Наприклад, $96_{10}=140_8=10120_3=1100000_2$.

$$X_{max}=q^n-1.$$

Діапазон представлення (ДП) чисел в заданій системі числення – інтервал числової осі, укладений між максимальними і мінімальними числами, представленими довжиною розрядної сітки

$X_{max} \geq ДП \geq X_{min}$. Звичайно $X_{min} = 0$.

Таблиця 1. Таблиця відповідності чисел в різних системах числення

Основа	10	2	8	16
Числа	0	00	0	0
	1	01	1	1
	2	10	2	2
	3	11	3	3
	4	100	4	4
	5	101	5	5
	6	110	6	6
	7	111	7	7
	8	1000	10	8
	9	1001	11	9
	10	1010	12	A
	11	1011	13	B
	12	1100	14	C
	13	1101	15	D
	14	1110	16	E
	15	1111	17	F
	16	10000	20	10
	17	10001	21	11

Арифметичні операції над двійковими числами

Додавання :

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10 – відбувається перенос одиниці в старший розряд

Віднімання :

0 – 0 = 0
1 – 0 = 1
1 – 1 = 0
10 – 1 = 1 – відбувається позичка одиниці в старшому розряді

Множення :

$0 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$1 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$

Таблиця 2. Таблиця відповідності 16- та 8-кових цифр і двійкових комбінацій

16-кова цифра	2-кова комбінація	16-кова цифра	2-кова комбінація
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

8-кова цифра	2-кова комбінація
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

1 Кбайт = 1024 байт;
1 Мбайт = 1024 Кбайт;
1 Гбайт = 1024 Мбайт.

Фіксована форма запису – це звична для нас форма, в якій положення крапки, що відділяє цілу частину числа від дробової, фіксується в певному місці відносно розрядів числа.

Якщо крапка фіксована перед старшим розрядом, то по абсолютному значенню числа можна представити в діапазоні

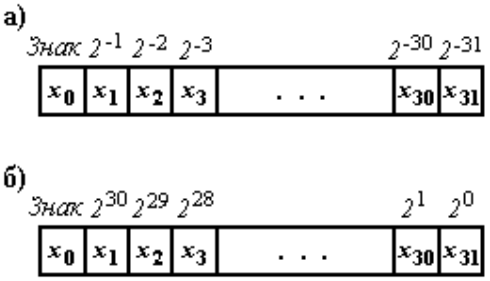
$$.111...11 \le X \le .000...00$$

що відповідає десятковим значенням $1-2^{-n} \le X \le 0$ (n – число розрядів).

Якщо крапка фіксована після молодшого розряду, то в десятковому зображенні числа можуть бути представлені в діапазоні

$$2^n - 1 \le X \le 0.$$

$$0 \le X \le 1 - 2^{-31}.$$



Представлення двійкового числа у формі з фіксованою крапкою.
а – числа по модулю менше 1; ***б*** – цілі числа.

$$0 \le X \le 2^{31} - 1,$$

Представлення чисел у формі з плаваючою крапкою.

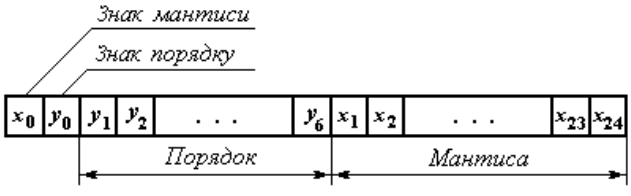
$$\boldsymbol{X = q^{p} \times M},$$

де ***q*** – основа системи числення;

p – порядок числа (ціле число);

M – мантиса числа (дробове число).

$$1234{,}567 = 10^{4} \times 0{,}1234567;\ 0{,}0009876 = 10^{-3} \times 0{,}9876.$$



$\boldsymbol{N} = 2^{k}$, де k – кількість розрядів, що відводяться на порядок..

$$0{,}0009876 = \mathbf{10^{-3}\times 0{,}9876} = 10^{-4}\times 9{,}876 = 10^{-2}\times 0{,}09876 = \ldots$$

Приведення числа до нормалізованого виду називається ***нормалізацією***..

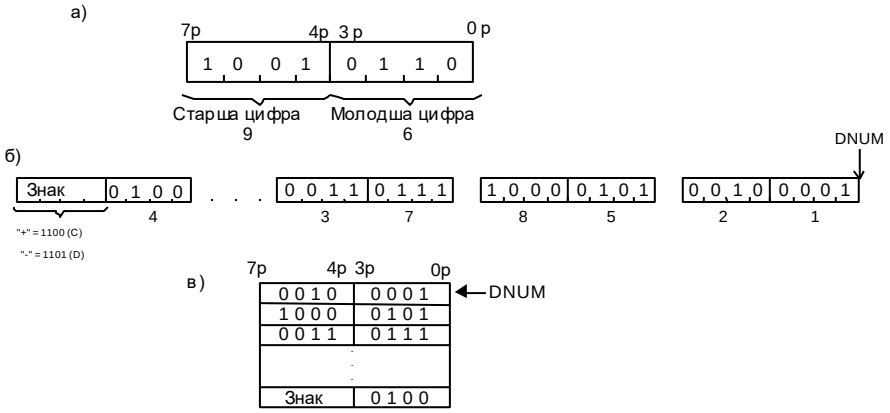


Рис.1 – Формат упакованих десяткових чисел
а – кодування байта, б- багаторозрядне число, в – розміщення багаторозрядного числа в пам'яті

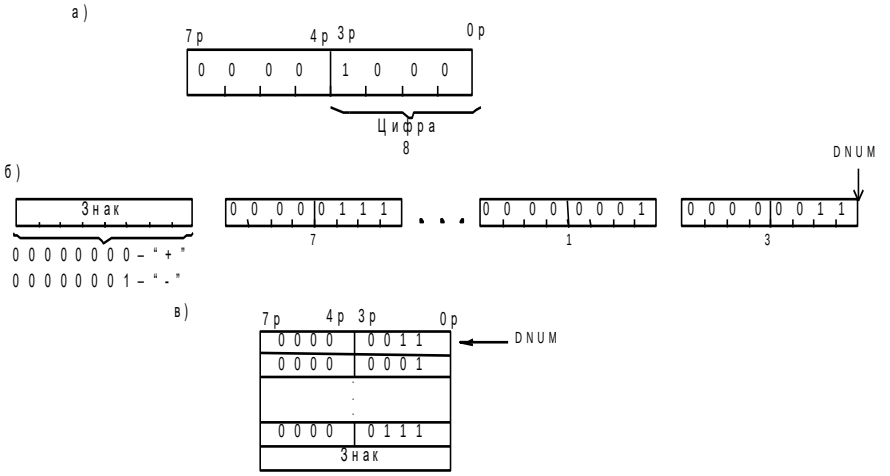


Рис. 2 – Формат неупакованих двійково-десяткових чисел:
а – кодування байта, б – багаторозрядне число, в – розміщення його в пам'яті

Таблиця 1- Код ASCII

DEC	HEX	CHAR	DEC	HEX	CHAR	DEC	HEX	CHAR	DEC	HEX	CHAR
0	0		53	35	5	106	6A	j	159	9F	Я
1	1		54	36	6	107	6B	k	160	A0	а
2	2		55	37	7	108	6C	l	161	A1	б
3	3		56	38	8	109	6D	m	162	A2	в
4	4		57	39	9	110	6E	n	163	A3	г
5	5		58	3A	:	111	6F	o	164	A4	д
6	6		59	3B	;	112	70	p	165	A5	е
7	7		60	3C	<	113	71	q	166	A6	ж
8	8		61	3D	=	114	72	r	167	A7	з
9	9		62	3E	>	115	73	s	168	A8	и

10	A		63	3F	?	116	74	t	169	A9	й
11	B		64	40	@	117	75	u	170	AA	к
12	C		65	41	A	118	76	v	171	AB	л
13	D		66	42	B	119	77	w	172	AC	м
14	E		67	43	C	120	78	x	173	AD	н
15	F		68	44	D	121	79	y	174	AE	о
16	10		69	45	E	122	7A	z	175	AF	п
17	11		70	46	F	123	7B	{	176	B0	▒
18	12		71	47	G	124	7C	|	177	B1	▒
19	13		72	48	H	125	7D	}	178	B2	▓
20	14		73	49	I	126	7E	~	179	B3	│
21	15		74	4A	J	127	7F		180	B4	┤
22	16		75	4B	K	128	80	А	181	B5	╡
23	17		76	4C	L	129	81	Б	182	B6	╢
24	18		77	4D	M	130	82	В	183	B7	╖
25	19		78	4E	N	131	83	Г	184	B8	╕
26	1A		79	4F	O	132	84	Д	185	B9	╣
27	1B		80	50	P	133	85	Е	186	BA	║
28	1C		81	51	Q	134	86	Ж	187	BB	╗
29	1D		82	52	R	135	87	З	188	BC	╝
30	1E		83	53	S	136	88	И	189	BD	╜
31	1F		84	54	T	137	89	Й	190	BE	╛
32	20		85	55	U	138	8A	К	191	BF	┐
33	21	!	86	56	V	139	8B	Л	192	C0	└
34	22	“	87	57	W	140	8C	М	193	C1	┴
35	23	#	88	58	X	141	8D	Н	194	C2	┬
36	24	$	89	59	Y	142	8E	О	195	C3	├
37	25	%	90	5A	Z	143	8F	П	196	C4	─
38	26	&	91	5B	[	144	90	Р	197	C5	┼
39	27	′	92	5C	\	145	91	С	198	C6	╞
40	28	(	93	5D	]	146	92	Т	199	C7	╟
41	29	)	94	5E	^	147	93	У	200	C8	╚
42	2A	*	95	5F	-	148	94	Ф	201	C9	╔
43	2B	+	96	60	'	149	95	Х	202	CA	╩
44	2C	′	97	61	a	150	96	Ц	203	CB	╦
45	2D	D	98	62	b	151	97	Ч	204	CC	╠
46	2E	.	99	63	c	152	98	Ш	205	CD	═
47	2F	/	100	64	d	153	99	Щ	206	CE	╬
48	30	0	101	65	e	154	9A	Ъ	207	CF	╧
49	31	1	102	66	f	155	9B	Ы	208	D0	╨
50	32	2	103	67	g	156	9C	Ь	209	D1	╤
51	33	3	104	68	h	157	9D	Э	210	D2	╥
52	34	4	105	69	i	158	9E	Ю	211	D3	╙
212	D4	╙	224	E0	p	236	EC	ь	248	F8	Ї
213	D5	╒	225	E1	c	237	ED	э	249	F9	ї
214	D6	╓	226	E2	т	238	EE	ю	250	FA	Ў
215	D7	╫	227	E3	у	239	EF	я	251	FB	ў
216	D8	╪	228	E4	ф	240	F0	Ё	252	FC	ⁿ
217	D9	┘	229	E5	х	241	F1	ё	253	FD	²
218	DA	┌	230	E6	ц	242	F2	Ґ	254	FE	■
219	DB	▉	231	E7	ч	243	F3	ґ	255	FF	
220	DC	▄	232	E8	Ш	244	F4	Є			
221	DD	▌	233	E9	Щ	245	F5	є			
222	DE	▐	234	EA	Ъ	246	F6	І			
223	DF	▀	235	EB	Ы	247	F7	і			

Кодування чисел в МП-системах

Прямий код. Зображення двійкового числа $\boldsymbol{X}$ в прямому коді $[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}}$ засноване на представленні його абсолютного значення із закодованим знаком.

У загальному випадку формула для утворення прямого коду двійкового числа $\boldsymbol{X}$ має вигляд

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}} = \begin{cases} \boldsymbol{X}, & \textit{якщо } \boldsymbol{X} \geq 0; \\ 1 + \boldsymbol{X}, & \textit{якщо } \boldsymbol{X} \leq 0. \end{cases}$$

Прямий код $[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}}$ додатного числа $\boldsymbol{X}$ в закодованому вигляді повністю співпадає із записом самого числа: якщо $\boldsymbol{X} = +0\,\boldsymbol{.}\,\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\ldots\boldsymbol{x}_{\text{m}}$, то $[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}} = 0\,\boldsymbol{.}\,\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\ldots\boldsymbol{x}_{\text{m}}$.

Прямий код $[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}}$ від'ємного числа $-\boldsymbol{X}$ в закодованому вигляді має такий запис: якщо $\boldsymbol{X} = -0\,\boldsymbol{.}\,\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\ldots\boldsymbol{x}_{\text{m}}$, то $[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}} = 1\,\boldsymbol{.}\,\boldsymbol{x}_1\boldsymbol{x}_2\ldots\boldsymbol{x}_{\text{m}}$.

Приклади:

$$\boldsymbol{X} = +0.11010,$$

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}} = 0.11010;$$

$$\boldsymbol{X} = -0.01010,$$

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{пр}} = 1.01010.$$

Зображення нуля в прямому коді неоднозначне

$$0 = +0 = 0,\ [+0]_{\text{пр}} = 0.00\ldots00;\ [-0]_{\text{пр}} = 1.00\ldots00.$$

Обернений код.

$2-2^{-\text{m}}$ (m – кількість розрядів, 2 – основа двійкової системи числення). Код, утворений доповненням до 2, називається додатковим, а код утворений доповненням до $2-2^{-\text{m}}$, – оберненим. Обернений код числа $\boldsymbol{X}$ позначається $[\boldsymbol{X}]_{\text{обр}}$.

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{обр}} = \begin{cases} \boldsymbol{X}, & \textit{якщо } \boldsymbol{X} \geq 0; \\ 2 - 2^{-m} + \boldsymbol{X}, & \textit{якщо } \boldsymbol{X} < 0. \end{cases}$$

Обернений код від'ємного числа утворюється так:

1. в знаковому розряді записується одиниця;
2. в цифрових розрядах одиниці замінюються нулями, а нулі – одиницями.

Приклади:

$\boldsymbol{X} = +0.10110,$

$[\boldsymbol{X}]_{\text{обр}} = 0.10110;$

$\boldsymbol{X} = -0.01001,$

$[\boldsymbol{X}]_{\text{обр}} = 1.10110.$

Отже,

$[+0]_{\text{обр}} = [+0.00\ldots0]_{\text{обр}} = 0.00\ldots0;$

$[-0]_{\text{обр}} = [-0.00\ldots0]_{\text{обр}} = 10.00\ldots0 - 0.00\ldots01 = = 1.11\ldots11.$

Приклад: скласти числа $\boldsymbol{X}$= + 0.101 і $\boldsymbol{Y}$= – 0.001 в обернених кодах:

$$\begin{array}{r} [\boldsymbol{X}]_{\text{обр}} = 0.101 \\ + \quad [\boldsymbol{Y}]_{\text{обр}} = 1.110 \\ \hline 10.011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \mathbf{1}0.011 \\ + \quad \downarrow\rightarrow 1 \\ \hline 0.100 \end{array}$$

При використанні цілих чисел формула для утворення оберненого коду має вигляд

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{обр}} = \begin{cases} \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} \geq 0; \\ 2^n - 2^0 + \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} < 0, \end{cases}$$

де n – число розрядів.

Додатковий код.

Для дробового двійкового числа

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = \begin{cases} \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} \geq 0; \\ 2 + \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} < 0. \end{cases}$$

Для цілого двійкового числа:

$$[\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = \begin{cases} \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} \geq 0; \\ 2^n + \boldsymbol{X}, & \textit{якщо}\ \ \boldsymbol{X} < 0, \end{cases}$$

де n – число розрядів.

Додатковий код від’ємного двійкового числа утворюється так:

1. в знаковому розряді ставиться одиниця;
2. в усіх цифрових розрядах одиниці замінюються нулями, а нулі – одиницями;
3. до молодшого розряду числа додається одиниця.

Приклад:

$\boldsymbol{X}$ = +0.10010,

$[\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = 0.10010;$

$\boldsymbol{X}$ = –0.0110,

$[\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = 1.1001+0.0001=1.1010;$
$\boldsymbol{X} = -0.11001,$
$[\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = 1.00110+0.00001=1.00111;$

[+0]дод = [–0]дод = 0.00…0.

Приклад 1:

скласти числа $\boldsymbol{X}$**= +** 0.101 і $\boldsymbol{Y}$= – 0.001 в додаткових кодах:

$$\begin{array}{r} [\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = 0.101 \\ + \quad [\boldsymbol{Y}]_{\text{дод}} = 1.111 \\ \hline 0.100 \end{array}$$

Приклад 2:

скласти додатні числа $\boldsymbol{X}$ **=** 0.101 і $\boldsymbol{Y}$= 0.100:

$$\begin{array}{r} [\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} = 0.101 \\ + \quad [\boldsymbol{Y}]_{\text{дод}} = 0.100 \\ \hline [\boldsymbol{X}]_{\text{дод}} + [\boldsymbol{Y}]_{\text{дод}} = 1.001 \rightarrow \textit{Результат} \end{array}.$$