## Практична робота №5
## Безперервні джерела інформації

**Мета роботи:** Вивчити характеристики безперервних джерел інформації, опанувати програмні засоби їх розрахунку в MATLAB.

### 1.1. Теоретичні відомості

Безперервне джерело інформації - це джерело, що виробляє безперервні повідомлення (сигнали), що є реалізаціями випадкового безперервного процесу $U(t)$.

Перетин випадкового сигналу $U(t)$ – це випадкова величина $U = U(t)$, що відповідає фіксованому значенню часу $t$.

Реалізація (траєкторія) випадкового сигналу $U(t)$ – це невипадкова функція $u_i(t)$ часу $t$, рівній якій може виявитися випадковий сигнал в результаті $i-$го випробування. Множина $\{u_i(t)\}$ окремих реалізацій утворює ансамбль реалізацій випадкового сигналу $U(t)$.

Випадковий сигнал $U(t)$ у загальному випадку повністю описується за допомогою багатовимірної ($m-$вимірної) щільності розподілу ймовірностей $f(u_1,u_2,\ldots,u_m;t_1,t_2,\ldots,t_m)$, де $u_1,u_2,\ldots,u_m$ – аргументи щільності розподілу, пов'язані з відповідними перетинами сигналу в фіксовані моменти часу $t_1,t_2,\ldots,t_m$.

Випадковий сигнал $U(t)$ називається стаціонарним у вузькому (строгому) сенсі, якщо всі його багатовимірні щільності розподілу ймовірностей будь-якого порядку $m$ інваріантні щодо зсуву у часі.

Зокрема, його одномірна щільність розподілу залежить від часу

$$f(u;t_1) = f(u;t_1-t_1) = f(u;0) = f(u), \qquad (6.1)$$

двомірна щільність залежить лише від різниці аргументів $\tau = t_2 - t_1$

$$f(u_1,u_2;t_1,t_2) = f(u_1,u_2;t_1-t_1,t_2-t_1) = f(u_1,u_2;\tau), \qquad (6.2)$$

а $m-$мірна густина розподілу залежить лише від $m-1$ часових параметрів $\tau_{i-1} = t_i - t_1, i = 2,3,\ldots,m$, тобто.

$$f(u_1,u_2,\ldots,u_m;t_1,t_2,\ldots,t_m) = f(u_1,u_2,\ldots,u_m;\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_{m-1}). \qquad (6.3)$$

Випадковий сигнал $U(t)$ називається стаціонарним у широкому сенсі, якщо його одномірна щільність (6.1) не залежить від часу, а двомірна щільність розподілу ймовірностей (6.2) залежить тільки від різниці моментів часу.

У такого сигналу математичне очікування та дисперсія постійні у часі:

$$m_U = M\{U(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} uf(u)du; \qquad (6.3)$$

$$\sigma_U^2 = D\{U(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} [u - m_U]^2 \, f(u) du, \tag{6.4}$$

а кореляційна функція залежить тільки від різниці $\tau = t_2 - t_1$ і визначається виразом

$$R_U(t_1, t_2) = R_U(t_2 - t_1) = R_U(\tau) = M\{[U(t_1) - m_U][U(t_2) - m_U]\} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [u_1 - m_U][u_2 - m_U] f(u_1, u_2; \tau) du_1 du_2. \tag{6.5}$$

Автокореляційна функція $R_U(\tau)$ є парною функцією часу, $R_U(\tau) = R_U(-\tau)$, при нульовому значенні аргументу дорівнює дисперсії $R_U(0) = \sigma_U^2$ і відповідно до теореми Вінера - Хінчина пов'язана з енергетичним спектром (спектральною щільністю потужності) $G_U(f)$ стаціонарного випадкового сигналу парою перетворень Фур'є:

$$G_U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_U(\tau) \exp(-j2\pi f \tau) d\tau; \tag{6.6}$$

$$R_U(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_U(f) \exp(j2\pi f \tau) df; \tag{6.7}$$

Функція $G_U(f)$ показує, яка частина потужності стаціонарного випадкового сигналу припадає на одиницю лінії частот, є парною не негативною функцією частоти і має розмірність енергії.

Сигнал, стаціонарний у вузькому сенсі, завжди є стаціонарним у широкому сенсі. Зворотне твердження у загальному випадку є невірним.

Стаціонарний випадковий сигнал $U(t)$ називається ергодичним у строгому сенсі, якщо з ймовірністю, що дорівнює одиниці, всі його імовірнісні характеристики можуть бути отримані по одній реалізації сигналу. Практично часто цікавляться не всіма, а лише окремими характеристиками процесу та вводять поняття ергодичності відносно цих характеристик. При цьому аналоги відповідних ймовірнісних характеристик сигналу визначаються шляхом усереднення однієї реалізації на деякому інтервалі часу $[0, T]$ і встановлення умов, за яких дисперсія середніх значень, що виходять, прагне до нуля при $T \to \infty$.

Стаціонарний гаусівський (нормальний) випадковий сигнал повністю визначається багатовимірною щільністю розподілу ймовірностей

$$f(u_1, u_2, \ldots, u_m; \tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{m-1}) = \frac{1}{\sigma_U^m \sqrt{(2\pi)^m \det \mathbf{R}}} \times \\ \times \exp\left[ -\frac{1}{2\sigma_U^2} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} q_{ij} (u_i - m_U)(u_j - m_U) \right], \tag{6.8}$$

де $\det \mathbf{R}$ – визначник матриці коефіцієнтів кореляції

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mm} \end{pmatrix}. \qquad (6.9)$$

з елементами $r_{ij} = r(|t_i - t_j|)$, рівними значенням коефіцієнта кореляції (нормованої кореляційної функції) $r_U(\tau) = R_U(\tau)/\sigma_U^2$ в точках $\tau_{|i-j|} = (|t_i - t_j|)$; $q_{ij}$ – елементи матриці $\mathbf{Q} = \mathbf{R}^{-1}$, зворотній матриці $\mathbf{R}$.

Як випливає з виразу (6.8), нормальні випадкові сигнали вичерпним чином визначаються вказівкою математичного очікування та кореляційної функції. Тому для гаусівських сигналів поняття стаціонарності у вузькому та широкому значенні збігаються.

Для виконання умови ергодичності стаціонарного нормального випадкового сигналу щодо математичного очікування, дисперсії та кореляційної функції достатньо, щоб його енергетичний спектр $G_U(f)$ був безперервною функцією частоти або, що еквівалентно, щоб кореляційна функція $R_U(\tau)$ була абсолютно інтегрованою і, отже, щоб $\lim\limits_{\tau\to\infty} R_U(\tau) = 0$.

Одномірна щільність розподілу ймовірностей перерізу $U = U(t)$ гаусовского випадкового сигналу становить

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_U} \exp\left[ -\frac{(u - m_U)^2}{2\sigma_U^2} \right] \qquad (6.10)$$

та повністю визначається величинами математичного очікування (6.3) та дисперсії (6.4).

Якщо будь-які два перерізи нормального випадкового сигналу в несхожі моменти часу, які не співпадають, є некорельовані, то $r_{ij} = q_{ij} = 0$ при $i \neq j$, матриці $\mathbf{R}$ і $\mathbf{Q}$ стають одиничними матрицями, щільність розподілу (6.8) набуває вигляду

$$f(u_1, u_2, \ldots, u_m; \tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_{m-1}) = \prod_{i=1}^{m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_U} \exp\left[ -\frac{(u - m_U)^2}{2\sigma_U^2} \right] \qquad (6.11)$$

і стає рівною добутку одномірних щільностей розподілу (6.10) при значеннях аргументів $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Отже, для гаусівських сигналів некорельованість різних перерізів сигналу тотожна їх статистичній незалежності.

Математична модель безперервного джерела визначається статистичними характеристиками вироблених ним інформаційних сигналів.

Стаціонарне ергодичне джерело – це джерело, що виробляє стаціонарний ергодичний випадковий сигнал $U(t)$.

Ентропію одного перерізу $U$ сигналу $U(t)$ на виході стаціонарного ергодичного джерела можна знайти, якщо розбити діапазон можливих значень випадкової величини $U$ на малі інтервали $\Delta u$ та ввести дискретну випадкову величину $U_\Delta$, що приймає значення $u_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ з ймовірностями $p(u_i) \approx f(u_i)\Delta u$, де $f(u)$ – одномірна щільність ймовірності випадкової величини випадкової величини $U$; $u_i$ – середнє значення $i-$го інтервалу. При цьому ентропія дискретної випадкової величини $U_\Delta$ відповідно (1.3) може бути записана у вигляді

$$H(U_\Delta) = -\sum_{i=1}^{m} p(u_i) \log p(u_i) \approx -\sum_{i=1}^{m} f(u_i)\Delta u \log[f(u_i)\Delta u] = \\ = -\sum_{i=1}^{m} [f(u_i) \log f(u_i)]\Delta u - \sum_{i=1}^{m} [f(u_i)\Delta u] \log \Delta u]. \quad (6.12)$$

По мірі зменшення довжини інтервалу $\Delta u$ властивості дискретної випадкової величини $U_\Delta$ все більше наближаються до властивостей безперервної випадкової величини $U$ і тому граничний перехід у формулі (6.12) при $\Delta u \to 0$ призводить до наступного виразу для ентропії перерізу $U$:

$$H(U) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(u) \log f(u) du - \lim_{\Delta u \to 0} \log \Delta u. \quad (6.13)$$

Перший доданок у правій частині співвідношення (6.13) має кінцеве значення і повністю визначається видом одномірної густини розподілу сигналу $U(t)$. Другий доданок залежить тільки від величини інтервалу $\Delta u$ і при $\Delta u$ прагне нескінченності.

В якості міри невизначеності безперервного джерела використовується перший доданок (6.13), який називається диференціальною (відносною, приведеною) ентропією і має вигляд

$$h(U) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(u) \log f(u) du. \quad (6.14)$$

Диференціальна ентропія (6.14) вимірюється у величинах біт/відлік і має такі властивості:

1. Диференціальна ентропія не може бути абсолютною мірою невизначеності безперервного джерела. Однак при порівнянні, наприклад, абсолютних ентропій $H(U)$ різних джерел, ентропій відліків сигналів на вході і виході каналу зв'язку і т. п. другий доданок у виразі (6.13) при обчисленні відповідних різниць скорочується, і інформаційні властивості повністю визначаються різницею відповідних диференціальних ентропій (звідси і назва – диференційна ентропія).

2. Диференціальна ентропія є відносною мірою невизначеності, і її значення залежить від масштабу випадкової величини $U$ і, отже, від вибору

одиниць її вимірювання. Так, при зміні масштабу в $k$ разів, що відповідає переходу до випадкової величини $V = kU$, диференціальна ентропія складе

$$h(V) = h(kU) = h(U) + \log|k|. \qquad (6.15)$$

3. Диференціальна ентропія, на відміну ентропії дискретного джерела, поряд із нульовими і позитивними значеннями також може набувати і негативні значення.

4. Диференціальна ентропія не змінюється, якщо до випадкової величини $U$ додати деяку постійну величину $c$, тобто при переході до випадкової величини $V = U \pm c$ з диференційна ентропія складе

$$h(V) = h(U \pm c) = h(U). \qquad (6.16)$$

Звідси випливає, що диференціальна ентропія не залежить від значення математичного очікування випадкової величини $U$, і випадкові величини, які відрізняються лише математичними очікуваннями, мають однакові диференціальні ентропії.

Диференціальні ентропії (6.14) випадкових величин із деякими законами розподілу ймовірностей:

1. Диференціальна ентропія гаусівської випадкової величини $U$ з щільністю розподілу ймовірностей (6.10), математичним очікуванням $m_U$ та дисперсією $\sigma_U^2$ становить

$$h(U) = \log(\sqrt{2\pi e}\sigma_U) = \frac{1}{2}\log(2\pi e\sigma_U^2). \qquad (6.17)$$

і, як і слід очікувати, не залежить від величини математичного очікування.

Доведено, що якщо обмеження на область визначення випадкової величини $U$ відсутні, але її дисперсія $\sigma_U^2$ обмежена, то максимально можливою диференціальною ентропією, яка визначається виразом (6.17), володіє гаусівська випадкова величина із законом розподілу (6.10).

2. Диференціальна ентропія випадкової величини, розподіленої за законом Сімпсона (за трикутним законом)

$$f(u) = \begin{cases} \dfrac{2}{\beta-\alpha}\left(1 - \dfrac{|\alpha+\beta-2u|}{\beta-\alpha}\right) & \text{при} \quad \alpha \le u \le \beta, \\ 0 & \text{при} \quad u < \alpha, u > \beta \end{cases} \qquad (6.18)$$

з математичним очікуванням та дисперсією

$$m_U = \frac{\alpha+\beta}{2}, \quad \sigma_U^2 = \frac{(\beta-\alpha)^2}{24} \qquad (6.19)$$

складає

$$h(U) = \log\left[\frac{\sqrt{e}(\beta-\alpha)}{2}\right] = \frac{1}{2}\log(6e\sigma_U^2). \qquad (6.20)$$

3. Диференціальна ентропія випадкової величини, розподіленої за законом Лапласа (за подвійним експоненціальним законом)

$$f(u)=\frac{\lambda}{2}\exp(-\lambda|u-m_U|). \tag{6.21}$$

з математичним очікуванням $m_U$ та дисперсією

$$\sigma_U^2=\frac{2}{\lambda^2},\ \lambda>0 \tag{6.22}$$

складає

$$h(U)=\log\left(\frac{2e}{\lambda}\right)=\frac{1}{2}\log(2e^2\sigma_U^2). \tag{6.23}$$

4. 4. Диференціальна ентропія випадкової величини, розподіленої за рівномірним законом

$$f(u)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta-\alpha} & \text{при}\quad \alpha\le u\le\beta,\\ 0 & \text{при}\quad u<\alpha, u>\beta\end{cases} \tag{6.24}$$

з математичним очікуванням та дисперсією

$$m_U=\frac{\alpha+\beta}{2},\quad \sigma_U^2=\frac{(\beta-\alpha)^2}{12} \tag{6.25}$$

складає

$$h(U)=\log(\beta-\alpha)=\frac{1}{2}\log(12\sigma_U^2). \tag{6.26}$$

Доведено, що якщо єдиним обмеженням для випадкової величини $U$ є область її можливих значень $U$, то максимально можливою диференціальною ентропією, яка визначається рівністю (6.26), володіє випадкова величина з рівномірним розподілом ймовірностей (6.24).

За аналогією з дискретними джерелами для безперервних джерел також вводяться поняття спільної та умовної диференціальних ентропій, які дозволяють враховувати статистичні зв'язки між перерізами сигналів $U$ і $V$ двох або кількох джерел, між послідовними перерізами сигналу на виході одного джерела, між відліками сигналів на вході і виході каналу зв’язку.

Спільна диференціальна ентропія двох перерізів $U$ і $V$ визначається виразом

$$h(U,V)=-\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(u,v)\log f(u,v)du\,dv. \tag{6.27}$$

де $f(u,v)$ – спільна щільність розподілу випадкових величин $U$ і $V$.

Спільну щільність розподілу $f(u,v)$ можна представити у вигляді

$$f(u,v)=f(u)f(v|u)=f(v)f(u|v), \tag{6.28}$$

де

$$f(u)=\int_{-\infty}^{\infty}f(u,v)dv;\ f(v)=\int_{-\infty}^{\infty}f(u,v)du. \tag{6.29}$$

– щільності розподілу складових $U$ і $V$; $f(u|v)$ – умовна щільність ймовірностей складової $U$ при заданому значенні $V = v$; $f(v|u)$ – умовна щільність розподілу складової $V$ при заданому значенні $U = u$.

Умовна диференціальна ентропія випадкової величини $U$ за відомої випадкової величини $V$ визначається за формулою

$$h(U|V) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,v)\log f(u|v)du\,dv. \tag{6.30}$$

а умовна диференціальна ентропія випадкової величини $V$ при відомій випадковій величині $U$ становить

$$h(V|U) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(u,v)\log f(v|u)du\,dv. \tag{6.31}$$

З виразів (6.27)-(6.31) випливає, що перелічені диференціальні ентропії пов'язані співвідношеннями

$$h(U,V) = h(V) + h(U|V); \tag{6.32}$$

$$h(U,V) = h(U) + h(V|U), \tag{6.33}$$

причому для статистично незалежних перерізів $U$ і $V$, коли у виразах (6.28) спільна та умовні щільності розподілу $f(u,v) = f(u)f(v)$, і $f(u|v) = f(u)$, $f(v|u) = f(v)$, диференціальна ентропія об'єднання дорівнює сумі ентропій $h(U)$ та $h(V)$

$$h(U,V) = h(U) + h(V), \tag{6.34}$$

а умовні диференціальні ентропії дорівнюють відповідним безумовним

$$h(U|V) = h(U),\ h(V|U) = h(V). \tag{6.35}$$

Спільна щільність розподілу перерізів $U_1 = U(t_1)$ і $U_2 = U(t_2)$ стаціонарного гаусівського сигналу $U(t)$ з математичним очікуванням $m_U$, дисперсією $\sigma_U^2$ та нормованою автокореляційною функцією $r_U(\tau)$ згідно з (6.8), (6.9) при $m = 2$ і $\tau = |t_1 - t_2|$ визначається виразом

$$f(u_1,u_2;\tau) = \frac{1}{2\pi\sigma_U^2\sqrt{1-r_U^2(\tau)}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{(u_1-m_U)^2 - 2r_U(\tau)(u_1-m_U)(u_2-m_U) + (u_1-m_U)^2}{2\sigma_U^2\left[1-r_U^2(\tau)\right]}\right\}. \tag{6.36}$$

Підстановка (6.36) у (6.27) показує, що спільна диференційна ентропія перерізів $U_1$ та $U_2$ дорівнює

$$h(U_1,U_2) = \log\left\lfloor 2\pi e\sqrt{1-r_U^2(\tau)}\,\sigma_U^2\right\rfloor, \tag{6.37}$$

а умовна диференціальна ентропія згідно (6.17) та (6.32), (6.33) становить

$$h(U_1|U_2)=h(U_2|U_1)=\log\left\{\sqrt{2\pi e\left[1-r_U^2(\tau)\right]}\sigma_U\right\}=\frac{1}{2}\log\left\{2\pi e\left[1-r_U^2(\tau)\right]\sigma_U^2\right\}. \quad (6.37)$$

### 1.2. Розрахункові завдання

**Завдання 7.1.**

Використовуючи формули (6.10), (6.18), (6.19), (6.21), (6.22), (6.24), (6.25), побудувати графіки щільностей ймовірностей випадкових величин $U$, розподілених згідно із законом Гаусса, Сімпсона, Лапласа і з рівномірним законом при $m_U=0$ і $\sigma_U^2=1$. Обчислити дисперсії побудованих щільностей розподілу ймовірностей.

```
%Script_7_1
Побудова графіків щільностей ймовірностей безперервних випадкових величин
%та обчислення їх дисперсій
clear all; close all; clc
%Завдання анонімних функцій для щільності розподілу ймовірностей
Gauss=@(u)pdf('Normal',u,0,1);
Simpson=@(u)tripuls(u,2*sqrt(6))/sqrt(6);
Laplace=@(u)sqrt(2)/2*exp(-abs(u)*sqrt(2));
Uniform=@(u).5*rectpuls(u,2*sqrt(3))/sqrt(3);
%Завдання значень аргументу
u=-4:.01:4;
%Обчислення розподілів ймовірностей
f_G=Gauss(u);
f_S=Simpson(u);
f_L=Laplace(u);
f_U=Uniform(u);
%Побудова графіків
plot(u,f_G,u,f_S,u,f_L,u,f_U)
grid
xlabel('Значення аргументу u')
ylabel('Щільність розподілу ймовірностей f(u)')
title('Закони розподілу ймовірностей')
legend('Гаусса','Сімпсона','Лапласа','Рівномірний')
%Завдання анонімних функцій для обчислення дисперсій
d_Gauss=@(u) u.^2.*Gauss(u);
d_Simpson=@(u) u.^2.*Simpson(u);
d_Laplace=@(u) u.^2.*Laplace(u);
d_Uniform = @(u) u.^2.*Uniform(u);
```

```
%Обчислення дисперсій
disp('Результати розрахунку дисперсій:')
disp('-----------------------------')
d_G=integral(d_Gauss,-Inf,Inf);
disp('Розподіл Гауса:')
disp(d_G)
d_S=integral(d_Simpson,-Inf,Inf);
disp('Розподіл Сімпсона:')
disp(d_S)
d_L=integral(d_Laplace,-Inf,Inf);
disp('Розподіл Лапласа:')
disp(d_L)
d_U=integral(d_Uniform,-Inf,Inf);
disp('Рівномірний розподіл:')
disp(d_U)
```

**Завдання 7.2.** За формулами (6.17), (6.20), (6.23) і (6.26) побудувати графіки залежностей диференціальної ентропії випадкових величин $U$, розподілених за законом Гаусса, Сімпсона, Лапласа і з рівномірним законом від величини дисперсії $\sigma_U^2$, вираженої в децибелах.

```
%Script_7_2
%Побудова графіків залежностей диференціальної
ентропії від дисперсії
clear all; close all; clc
e=exp(1);
%Завдання значень дисперсії у децибелах
s_dB=0:.01:10;
%Обчислення значень дисперсії в разах
s=10.^(.1*s_dB);
%Обчислення диференціальних ентропій
h_Gauss=.5*log2(2*pi*e*s);
h_Simpson=.5*log2(6*e*s);
h_Laplace=.5*log2(2*e^2*s);
h_Uniform=.5*log2(12*s);
%Побудова графіків
plot(s_dB,h_Gauss,s_dB,h_Simpson,s_dB,h_Laplace,s_d
B,h_Uniform)
grid
xlabel('Дисперсія \sigma^2_U, дБ')
ylabel('Диференціальна ентропія h(U), біт/відлік')
str1='Дифференціальна ентропія випадкових величин';
str2='з різними законами розподілу ймовірностей';
```

```
    title({str1;str2})
    legend('Гаусса','Сімпсона','Лапласа','Рівномірний',
'Location','Best')
```

Завдання 7.3. З використанням формули (6.36) побудувати графіки двовимірної гауссівської щільності розподілу ймовірностей та лінії рівня при $m_U = 0$ і $\sigma_U^2 = 1$ і значеннях коефіцієнта кореляції $r_U = r_U(\tau) = -0{,}5; 0; 0{,}5; 0{,}8$.

```
    %Script_7_3
    %Побудова графіків щільності двовимірного
нормального розподілу та ліній
    %урівня при нульовому математичному очікуванні,
одиничній дисперсії
    %та різних значеннях коефіцієнта кореляції
    clear all; close all; clc
    %Завдання значень аргументів для побудови графіків
    umi=-2; uma=-umi;
    du=.2;
    u1=umi:du:uma;
    u2=u1;
    %Формування сітки значень аргументів
    [u1,u2]=meshgrid(u1,u2);
    %Завдання значень r
    vr=[-.5 0 .5 .8];
    %Визначення довжини вектора
    nr=length(vr);
    %Завдання розмірності масиву
    str=cell(1,nr);
    %Розрахунок густини розподілу
    for k=1:nr
    r=vr(k);
    str{k}=['r_U= ',num2str(r)];
    c=1/(2*pi*sqrt(1-r^2));
    d=2*(1-r^2);
    f=c*exp(-(u1.^2-2*r*u1.*u2+u2.^2)/d);
    %Побудова графіків
    subplot(2,2,k)
    surf(u1,u2,f)
    title(str(k))
    xlabel('u_1')
    ylabel('u_2')
    zlabel('f(u_1,u_2)')
    end
```

```
    %Завдання значень аргументів для побудови ліній
рівня
    du=.01;
    u1=umi:du:uma;
    u2=u1;
    %Формування сітки значень аргументів
    [u1,u2]=meshgrid(u1,u2);
    figure
    %Розрахунок густини розподілу
    for k=1:nr
    r=vr(k);
    c=1/(2*pi*sqrt(1-r^2));
    d=2*(1-r^2);
    f=c*exp(-(u1.^2-2*r*u1.*u2+u2.^2)/d);
    subplot(2,2,k)
    %Побудова ліній рівня
    contour(u1,u2,f)
    grid
    colorbar
    title(str(k))
    xlabel('u_1')
    ylabel('u_2')
    end
```

Завдання 7.4. За формулою (6.38) побудувати графіки залежностей умовної диференціальної ентропії перерізів $U_1 = U(t_1)$ і $U_2 = U(t_2)$ стаціонарного гаусівського випадкового процесу від величини дисперсії $\sigma_U^2$, вираженої в децибелах, при значеннях коефіцієнта кореляції $r_U = r_U(\tau) = 0; 0{,}5; 0{,}9; 0{,}99$.

```
    %Script_7_4
    %Побудова графіків залежностей умовної
диференціальної ентропії
    %перерізів стаціонарного гаусівського процесу від
дисперсії
    %при різних значеннях коефіцієнта кореляції
    clear all; close all; clc
    e=exp(1);
    %Завдання значень дисперсії у децибелах
    s_dB=0:.01:10;
    %Обчислення значень дисперсії в «разах»
    s=10.^(.1*s_dB);
    %Завдання значень r
```

```
vr= [0 .5 .9 .99];
%Визначення довжини векторів
ns=length(s);
nr=length(vr);
%Завдання розмірностей масивів
h=zeros(nr,ns);
str=cell(1,nr);
%Обчислення диференціальних ентропій
for k=1:nr
r=vr(k);
str{k}=['r_U = ',num2str(r)];
h(k,:)=.5*log2(2*pi*e*sqrt(1-r^2)*s);
end
%Побудова графіків
plot(s_dB,h)
grid
xlabel('\sigma^2_U, дБ')
ylabel('h(U_1|U_2), біт/відлік')
legend(str,'Location','NorthWest')
str1='Умовна диференціальна ентропія перерізів
гаусівського процесу';
str2='при різних значеннях коефіцієнта кореляції';
title({str1;str2})
```

### 1.3. Звіт та контрольні питання

Звіт з практичної роботи оформляється у вигляді документа MS Word і повинен містити:

1. Назва практичної роботи (шрифт Times New Roman).

2. Результати виконання всіх розрахункових завдань, включаючи лістинги m-файлів, що копіюються з вікна **Editor**, результати їх виконання, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт Courier New), а також отримані графіки, що копіюються з вікна **Figure** за командою **Edit | Copy Figure**.

Захист практичної роботи проводиться на основі поданого звіту та відповідей на контрольні питання з наступного списку:

1. Дайте визначення безперервного джерела інформації.

2. Що таке переріз випадкового сигналу? Це детермінована чи випадкова величина?

3. Що таке реалізація випадкового сигналу? Це детермінована або випадкова функція?

4. Як описується випадковий сигнал?

5. Дайте визначення стаціонарного у вузькому сенсі випадкового сигналу.

6. Який вигляд мають одновимірна, двовимірна і $m-$мірна щільність розподілу ймовірностей стаціонарного у вузькому сенсі випадкового сигналу?

7. Дайте визначення стаціонарного у широкому сенсі випадкового сигналу.

8. Запишіть вирази для математичного очікування та дисперсії стаціонарного випадкового сигналу.

9. Запишіть вираз для автокореляційної функції стаціонарного випадкового сигналу та перелічіть її властивості.

10. Дайте визначення енергетичного спектру (спектральної щільності потужності) стаціонарного випадкового сигналу та перелічіть його властивості.

11. Дайте визначення випадкового ергодичного сигналу.

12. Що таке гаусівський (нормальний) випадковий сигнал?

13. Запишіть вираз для одномірної щільності розподілу гаусівського випадкового сигналу.

14. Наведіть достатню умову ергодичності гаусівського випадкового сигналу.

15. Яке безперервне джерело називається стаціонарним ергодичним джерелом інформації?

16. Наведіть вираз диференціальної ентропії перерізу стаціонарного випадкового сигналу.

17. Перерахуйте властивості диференціальної ентропії.

18. Чому дорівнює диференціальна ентропія перерізу гаусівського стаціонарного випадкового сигналу? Яку важливу властивість вона має?

19. Дайте визначення спільної диференціальної ентропії двох перерізів стаціонарних випадкових сигналів.

20. Наведіть дві форми запису для спільної диференційної ентропії.