Лекція 3
ДІЛЕННЯ ДВІЙКОВИХ ЧИСЕЛ

Найбільше поширення одержали наступні методи виконання операції ділення чисел:

1. На кожному кроці з діленого віднімається дільник (починаючи зі старших розрядів) стільки разів, скільки це можливо до одержання залишку менше дільника. У частці записується цифра, рівна числу цілих частин дільника N. L – залишок. A: B= $N{\cdot}B+L$

2. Інший метод ділення полягає в множенні діленого на обернену величину $З=A:B=A\cdot B^{-1}=A\cdot 1/B$.

Тут виникає проблема знаходження обернених величин шляхом розкладання в біноминальний ряд Ньютона, використовуючи модель розкладання бінома ступеня m:

$$(Z_1+Z_2)^m=\sum_{k=0}^{m} C_m^k * Z_1^{m-k} * Z_2^k = Z_1^m + \frac{m}{1!} * Z_1^{m-1} * Z_2 + \frac{m(m-1)}{2!} * Z_1^{m-2} * Z_2^2 + \ldots + Z_2^m$$

де C^k_m – біномінальні коефіцієнти число різних сполучень із m різних змінних по k у кожному сполученні:

$$C_m^k = \frac{m!(m-k)!}{k!}$$

3. У третьому методі використовують наближені формули знаходження частки, які зводять операцію розподілу до операції додавання, вирахування, множення.

Перший розглянутий метод відносять до “шкільних” алгоритмів ділення з відновленням залишку. Розглянемо приклад розподілу в бінарній арифметиці.

Приклад: $A_м$=00/1100100. ($100_{(10)}$); $B_м$=00/1010. ($10_{(10)}$). Рішення наведене нижче (використано правила бінарного віднімання).

Правила віднімання

C_i– результат віднімання в i-му розряді;
Z_i – запозичення старшому розряді

$$C_i=\begin{cases} a_i - b_i \text{ , при } a_i \geq b_i \\ q+a_i - b_i, \text{ при } a_i < b_i \end{cases}$$

$$Z_i=\begin{cases} 0, \text{ при } a_i > b_i \\ 1, \text{ при } a_i < b_i \end{cases}$$

Алгоритм ділення з відновленням залишку

Формально алгоритм описується в такий спосіб. Нехай A – ділене, B – дільник, C – частка: $A=0,\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n$; $B=0,b_1b_2\ldots b_m$, $C=0,c_1c_2\ldots c_r$.

На кожному кроці визначається залишок $A_i=A_{i-1}-B\cdot 2^{-i}$, проводиться аналіз: якщо залишок $A_i>0$, то в старший розряд частки записується C_i=l, робиться лівий зсув і перехід до визначення наступного залишку. Якщо $A_i<0$, то C_i=0 і

відновлюється залишок $A_i=A_{i-1}+B\cdot 2^{-i}$, а на наступному кроці після зсуву визначається новий залишок і т.д.

Даний алгоритм ділення з відновленням залишку реалізується на двійкових суматорах оберненого (ДСОК) або доповняльного (ДСДК) кодів. Структурна схема наведена на рис. 1.

Частковий залишок (частка) виходить в результаті послідовного виконання операції віднімання (із заміною віднімання на додавання в доповняльному коді), тому частіше застосовується суматор ДСДК для алгебраїчного додавання.

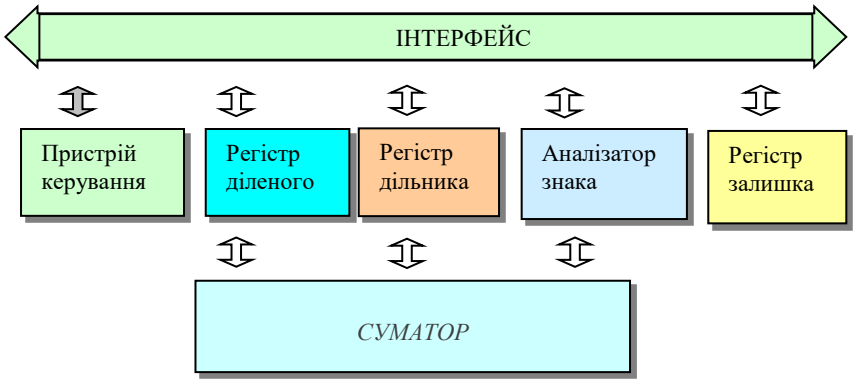


Рисунок 1 – Структурна схема ЦА операції ділення

Ділення чисел з фіксованою комою з відновленням залишку

Ділення виконується за алгоритмом із відновленням залишку на суматорі доповняльного коду (ДСДК) у наступній послідовності:

- визначається знак частки по формулі $Sg_C=Sg_A\oplus Sg_B$;
- проводиться подання діленого і дільника в машинних кодах, коли ділене завжди, незалежно від його знака, береться в прямому коді з позитивним знаком, а дільник завжди, незалежно від його знака, береться у доповняльному коді з негативним знаком;
- усунення дробової частини в дільнику, шляхом переносу коми вправо на n розрядів (за аналогією з десятковою системою числення). Щоб дріб не змінився, у діленому також переносять вправо кому на n розрядів;
- починаючи зі старших розрядів, до діленого додають дільник у доповняльному коді, що рівнозначно вирахуванню з діленого дільника й аналізують знак проміжного залишку:

1) якщо знак проміжного залишку 00 (позитивний), то в регістр частки РгC записується 1, починаючи зі старшого розряду. Залишок зсувається на один розряд вліво (просто знакову крапку перенести вправо на один розряд), зноситься наступний розряд діленого (що не брав участь до цього в ділені). Після цього, проміжний залишок підготовлений до наступного додатка діленого у доповняльному коді;

2) якщо знак проміжного залишку 11 (негативний), то в регістр частки РгC записується 0, починаючи зі старшого розряду. Залишок відновлюється шляхом додатка до нього дільника в прямому коді з позитивним знаком. Відновлений залишок зсувається вліво на один розряд (крапку, що відокремлює знак,

перенести вправо на один розряд), зноситься наступний розряд діленого (що не брав участь до цього в ділені). Після цього, проміжний залишок підготовлений до наступного додатка дільника у доповняльному коді;

- дії попередніх пунктів повторюються до одержання машинного нуля або заданої точності обчислення (кількість розрядів дробу після коми за цілою частиною числа). Кома дробу встановлюється в частці *C* після зносу останнього розряду цілої частини діленого.

- результат ділення представлений у регістрі частки *C* в прямому коді.

Знак результату привласнюється відповідно до пункту 1.

Приклад. Розділити число A= –100111(–39) на B= –11(–3), представлених у (ФФЗ) . Розрядність суматора і регістрів дорівнює 6.

Рішення: Операція робиться на ДСДК (модифікований код) за алгоритмом із відновленням залишку.

1. Визначаємо знак частки: $Sg_C=Sg_A \oplus Sg_B$ =1⊕1=0. Знак позитивний.

2. Записуємо машинні зображення чисел: $A^{м}_{пр}$=00/100111; $B^{м}_{пр}$=11/11; $B^{м}_{доп}$=11/01;

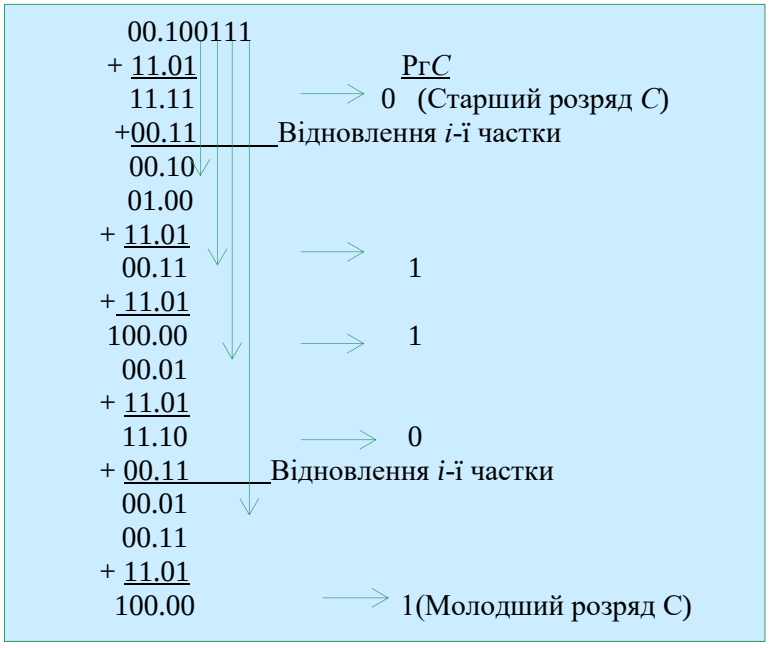
3. Виконуємо послідовність дій над числами за методом алгоритму з відновленням залишку (таблиця 14.1).

Примітка: ДСДК не використовує перенос $П_{Sg1}$ при переповненні суматора старшого розряду знака (див. рис. 8.1).

Відповідь: $C_{пр}$=11/01101 (–13).

У таблиці 1 вертикальними стрілками показані знесення наступних розрядів діленого в проміжні залишки. Горизонтальні стрілки відображають розряди запису результату в регістр частки Рг*C*. Одиниці переповнення, що одержані після підсумовування, пропадають, тому що використається ДСДК. При виконанні операції лівого зсуву залишків, переноситься вправо крапка, що відокремлює знак числа(при цьому, старший розряд знака суматора *Sg* пропадає).

Таблиця 1 – Приклад ділення чисел *A* на *B* з відновленням залишку



Відповідь: $C_{пр}$=11/01101 (–13).