Лекція 2
МНОЖЕННЯ ДВІЙКОВИХ ЧИСЕЛ

Розглянемо основні способи виконання операції множення для різних систем. Найпоширенішим способом множення чисел є спосіб порозрядного множення множеного на множник, починаючи з молодшого розряду (1-й спосіб), починаючи зі старшого розряду (2-й спосіб). Розглянемо приклад:

347 532 694 +1041 +1735 184604	347 множене (*A*) 532 множник (*B*) 1735 частковий (розрядний) добуток +1041 +694 184604 повний добуток (*C*)

Аналіз способів множення чисел в десятковій системі показує, що операція множення складається з порозрядного множення множеного на множник з перенесенням переповнення в старший розряд, зрушення часткових добутків на один розряд вліво (вправо), підсумовування часткових добутків.

У двійковому численні це завдання значно спрощується, оскільки множити порозрядно немає необхідності. Насправді, якщо множити множене на "1", то це повторення множеного із зсувом на один розряд вправо (вліво), а на "0" – записуються одні нулі із зрушенням.

1101 *1101 1101 +0000 +1101 + 1101 10101001	1101 *1101 1101 + 1101 + 0000 +1101 10101001

В обох випадках операція множення складається з ряду послідовних операцій зсуву і складання часткових добутків. Таким чином, операція множення зводиться до складання часткових добутків, які виходять з множеного або нулів, якщо в розряді множника «нуль», або множеного, якщо в розряді множника «одиниця» і відповідним або зсувом.

Окрім операції складання, при виконанні множення, з'являється операція зсуву чисел. При цьому, можливі два варіанти:

- зсувати множене відповідно до вказівок множника;
- зсувати суму часткових добутків.

Розглянемо основні методи виконання операції множення ЦА.

МЕТОД 1. Нехай A – множене > 0, B – множник > 0, а C – добуток.

Запишемо числа у ФФК: $A=0,\alpha_1\alpha_2,...,\alpha_n$; $B=0,b_1,b_2,...,b_n$ (A і B правильні дроби). B – множник і він визначає розрядність C (чим він більший, тим більша розрядність C). Тоді, $B=b_1\cdot 2^{-1}+b_2\cdot 2^{-2}+...+b_n\cdot 2^{-n}$.

Звідси: $C=A\cdot B = 0,\alpha_1\alpha_{2...}\ \alpha_n(b_1\cdot 2^{-1}+b_2\cdot 2^{-2}+..\ .+b_n\cdot 2^{-n})=$

$=(2^{-1}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\ \alpha_n)b_1+(2^{-2}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\ \alpha_n)b_2+...+(2^{-n}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\ \alpha_n)b_n..$ *(11.1)*

Множник 2^{-n} означає зсув на n розрядів вправо числа, що укладено в дужки, тобто зсуваэться вправо множене і множення на множник починається зі старших розрядів. Структурно це зображено на рис. 1.

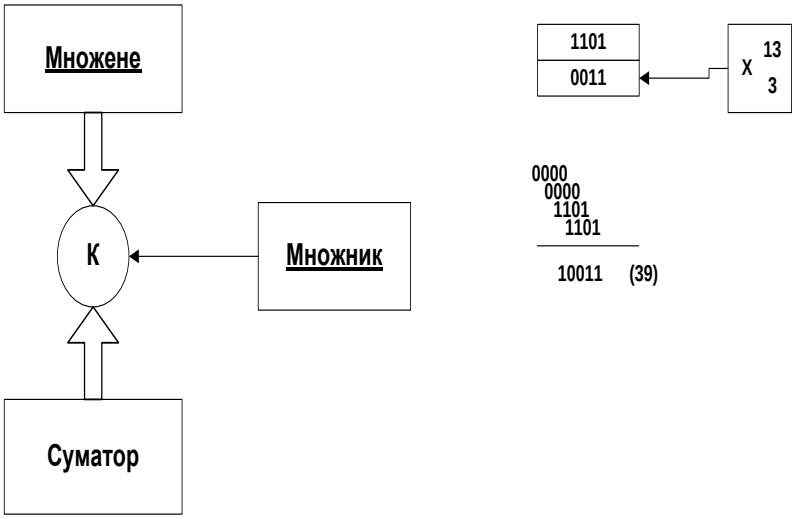


Рисунок 1 – Метод множення зі зрушенням вправо множеного

МЕТОД 2. Нехай $A=0,\alpha_1\alpha_{2...}\ \alpha_n$ – множене; $B=0,b_1b_2...b_n$ – множник. Перетворимо множник по методу Горнера:

$$B=(...((b_n\cdot 2^{-1}+b_{n-1})\cdot 2^{-1}+b_{n-2})\cdot 2^{-1}+...+b_2)\cdot 2^{-1}+b_1)\cdot 2^{-1}.$$

Тоді,

$$C=A\cdot B=(...(b_n\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)\cdot 2^{-1}+b_{n-1}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)\cdot 2^{1}+...+b_1\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)2^{-1},\quad (11.2)$$

За цією моделлю, множення починається з молодших розрядів і вправо зрушується. Структура наведена на рис. .2

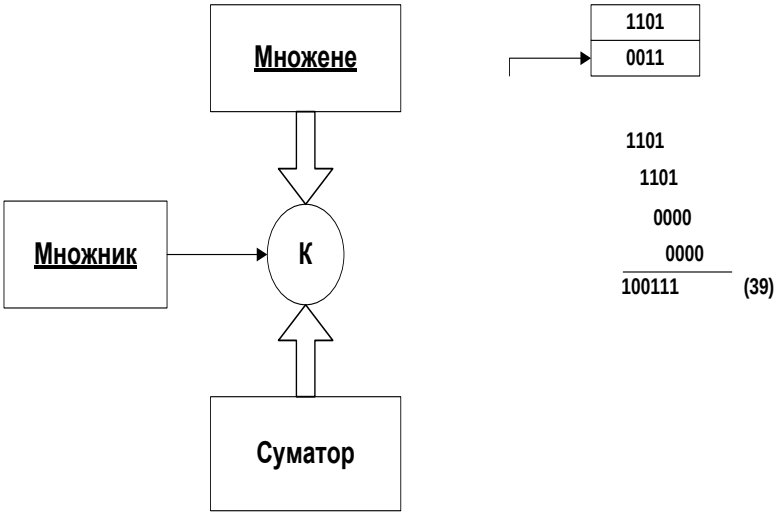


Рисунок 2 – Метод множення зі зрушенням вправо суми часткових добутків

МЕТОД 3. Нехай $A=0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n$ – множене; $B=0,b_1b_2...b_n$ – множник. Використовуючи метод Горнера, запишемо множник:

$$B=2^{-n}(b_1\cdot 2n^{-1}+b_2\cdot 2^{n-2}+...+b_{n-1}\cdot 2^{1}+b_n\cdot 2^{0}).$$ Тоді, $C=A\cdot B=$

$$=2^{-n}(b_n\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n+(2^{1}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)\cdot b_{n-1}+...+(2^{n-1}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)\cdot b_1 \qquad (11.3)$$

Це означає: множення починається з молодших розрядів і множене зсувається вліво на один розряд у циклі. Структура представлена на рис.3.

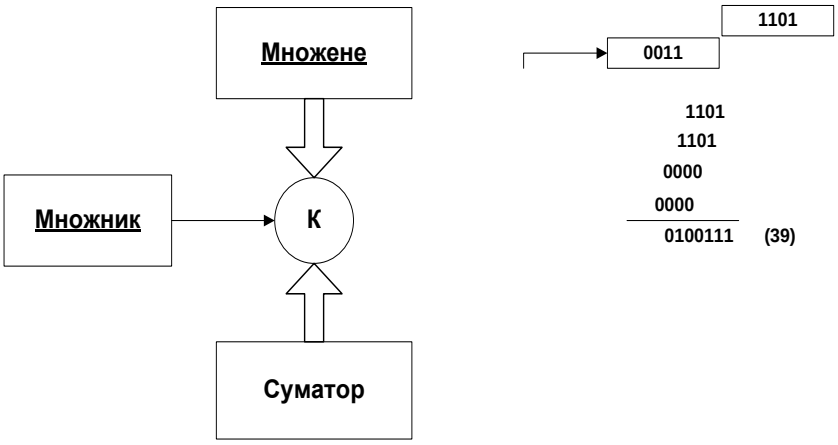


Рисунок.3 – Метод множення зі зрушенням вліво множеного на один розряд у циклі

МЕТОД 4. Нехай $A=0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n$ – множене; $B=0,b_1b_2...b_n$ – множник. Запишемо B – множник по методу Горнера, як у попередньому методі. Тоді, $C=A\cdot B=$

$=2^{-n}(...(2^1(b_1\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)+b_2\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)2^1+\ldots$

$+b_{n1}\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n)2^1+ +b_n\cdot 0,\alpha_1\alpha_{2...}\alpha_n).$ (11.4)

За цією моделлю множення починається зі старшого розряду і в кожному циклі сума часткових добутків зрушується вліво. Схема такого множного пристрою наведена на рис.4.



Рисунок 4 – Метод множення зі зрушенням вліво суми часткових добутків

Таким чином, для реалізації операції множення необхідно мати, як мінімум: суматор, регістри для зберігання множеного й множника, схему аналізу розрядів множника. Суматор і регістри повинні мати ланцюги зсуву вмісту в ту або іншу сторону відповідно до прийнятого методу множення.