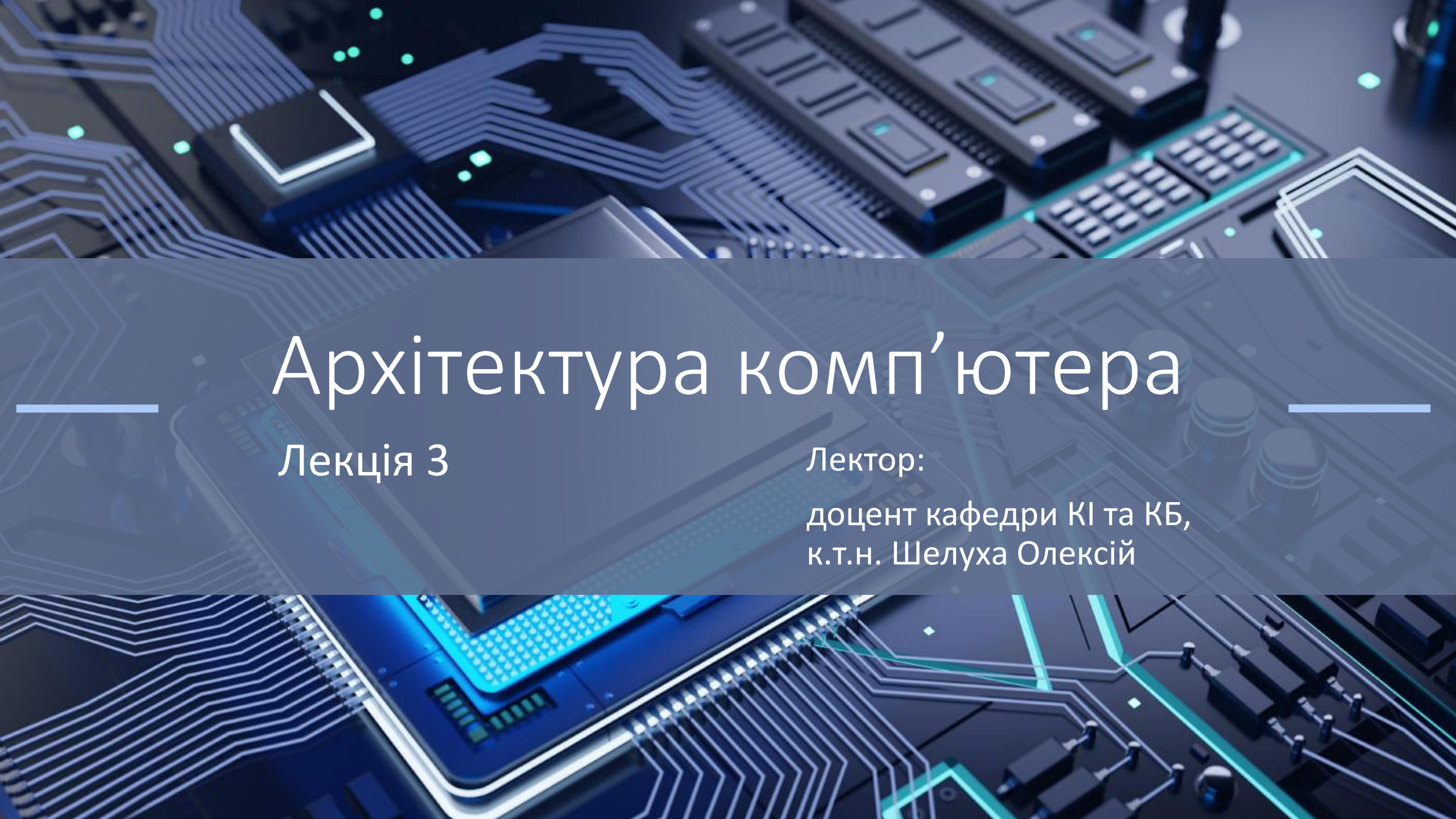




Архітектура комп'ютера

Лекція 3

Лектор:

доцент кафедри КІ та КБ,
к.т.н. Шелуха Олексій

Зміст лекції

- Системи числення
- Арифметичні операції з двійковими числами

Десяткова система числення (decimal)

- Використовує десять арабських цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- N-розрядне десяткове число може представляти одну з 10^N цифрових комбінацій: 0, 1, 2, 3, ... $10^N - 1$. Це називається діапазоном N-розрядного числа. Десяткове число, що складається з трьох цифр (розрядів), наприклад, становить одну з $10^3=1000$ можливих цифрових комбінацій в діапазоні від 0 до 999.

1's column
10's column
100's column
1000's column

$$9742_{10} = 9 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

nine seven four two
thousands hundreds tens ones

Двійкова система числення (binary)

- Одиночний біт може набувати одне з двох значень, 0 або 1.
- У двійковому числі «вага» кожної позиції збільшується (так само, як і в десятковому – справа наліво) наступним чином: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536 і т.д.

1's column
2's column
4's column
8's column
16's column

$$10110_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 22_{10}$$

one sixteen no eight one four one two no one

1-бітні двійкові числа	2-бітові двійкові числа	3-бітові двійкові числа	4-бітові двійкові числа	Десяткові еквіваленти
0	00	000	0000	0
1	01	001	0001	1
	10	010	0010	2
	11	011	0011	3
		100	0100	4
		101	0101	5
		110	0110	6
		111	0111	7
			1000	8
			1001	9
			1010	10
			1011	11
			1100	12
			1101	13
			1110	14
			1111	15

Шістнадцяткова система числення (hexadecimal)

- Для запису шістнадцяткових чисел використовуються цифри від 0 до 9 та літери від A до F.
- У шістнадцятковому числі «вага» кожної позиції змінюється так: 1, 16, 16^2 (або 256), 16^3 (або 4096) і т.д.
- Кожна шістнадцяткова цифра прямо відповідає 4-розрядному двійковому числу. $2_{16} = 0010_2$, $E_{16} = 1110_2$ та $D_{16} = 1101_2$, так що $2ED_{16} = 001011101101_2$

1's column
16's column
256's column

$$2ED_{16} = 2 \times 16^2 + E \times 16^1 + D \times 16^0 = 749_{10}$$

two hundred fifty six's fourteen sixteens thirteen ones

Шістнадцяткові цифри	Десяткові еквіваленти	Двійковий еквівалент
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Байти, напівбайти, слова тощо

- Група із восьми бітів називається байт (byte). Байт представляє $2^8 = 256$ цифрових комбінацій.
- Група із чотирьох бітів (половина байта) називається напівбайт (nibble). Напівбайт представляє $2^4 = 16$ цифрових комбінацій.
- 1024 байти = 1 кілобайт (КБ), 1024 біти = 1 кілобіт (Кб або Кбіт)

101100
└─┐ └─┐
most least
significant significant
bit bit
(a)

DEAFDAD8
└─┐ └─┐
most least
significant significant
byte byte
(b)

Додавання двійкових чисел

$$\begin{array}{r} 11 \\ 4277 \\ + \underline{5499} \\ 9776 \\ \text{рис. А} \end{array}$$

← Біти перенесення →

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1011 \\ + \underline{0011} \\ 1110 \\ \text{рис. В} \end{array}$$

- Перенесення двійкових бітів:
- $2_{10} = 10_2$
- $3_{10} = 11_2$

Переповнення (overflow)

- Переповнення (overflow) – ситуація, коли результат складання перевищує виділену йому кількість розрядів.
- У цьому випадку додатковий біт відкидається, а результат, що залишився в бітах пам'яті, буде помилковим. Переповнення можна виявити, якщо стежити за перенесенням біта з найбільш значущого розряду двійкового числа, з найбільш лівої колонки.

```
11 1
 1101
+0101
-----
10010
```

Способи представлення двійкових чисел зі знаком:

- Прямий код

Двійкове число, що складається з N бітів і записане прямому коді, використовує найбільш значний біт для знака, інші $N-1$ біта для запису абсолютного значення цього числа. Якщо найбільш значущий біт 0, число додатне. Якщо найбільший біт 1, то число від'ємне.

- $5_{10} = 101_2$, отже $5_{10} = 0101_2$, а $-5_{10} = 1101_2$
- $0101_2 + 1101_2 = 10010_2$

- Додатковий код

Двійкові числа, записані з використанням додаткового коду, та двійкові числа без знаку ідентичні, за винятком того, що у разі додаткового коду вага найбільш значущого біта « -2^{N-1} » замість « 2^{N-1} », як у разі двійкового числа без знака.

- У разі додаткового коду нульове значення подано нулями у всіх розрядах двійкового числа: $00...000_2$.
- Максимальне додатне значення представлено нулем у найбільш значущому розряді та одиницями у всіх інших розрядах двійкового числа: $01...111_2 = 2^{N-1} - 1$.
- Максимальне від'ємне значення має одиницю у найбільш значимому розряді і нулі переважають у всіх інших розрядах: $10...000_2 = -2^{N-1}$. Від'ємна одиниця представлена одиницями у всіх розрядах двійкового числа: $11...111_2$.
- $-2_{10} \rightarrow +2_{10} = 0010_2 \rightarrow 1101_2 + 1 = 1110_2$
- $1001_2 \rightarrow 0110_2 + 1 = 0111_2 = 7_{10} \rightarrow 1001_2 = -7_{10}$

Арифметичні операції з додатковим кодом

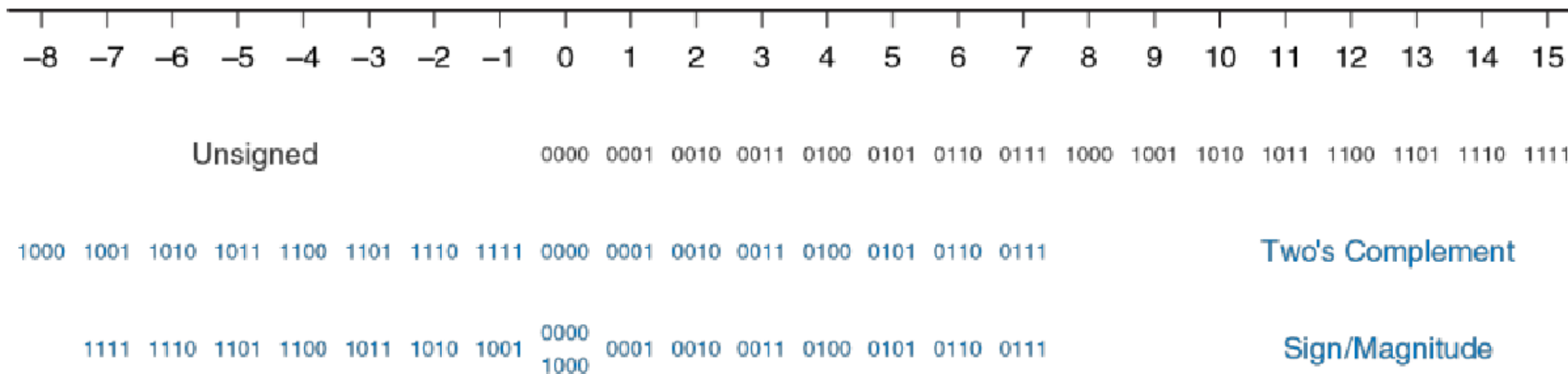
- Приклад 1. $-2_{10} + 1_{10} = 1110_2 + 0001_2 = 1111_2 = -1_{10}$
- Приклад 2. $-7_{10} + 7_{10} = 1001_2 + 0111_2 = 10000_2 = 0_{10}$
- Приклад 3. $5_{10} - 3_{10} = 0101_2 + 1101_2 = 0010_2 = 2_{10}$
- Приклад 4. $3_{10} - 5_{10} = 0011_2 + 1011_2 = 1110_2 = -2_{10}$
- Приклад 5. $4_{10} + 5_{10} = 0100_2 + 0101_2 = 1001_2 = -7_{10}$
 $\text{ } \quad \quad \quad \textcolor{red}{0}1001_2 = 9_{10}$

Знакове розширення

- У разі необхідності збільшення кількості бітів довільного числа, записаного в додатковому коді, значення знакового біта має бути скопійовано найбільш значущі розряди модифікованого числа.
- Ця операція називається **знаковим розширенням** (sign extension).
- Наприклад, числа 3 і -3 записуються в 4-бітному додатковому коді як 0011 та 1101 відповідно.
- Якщо ми збільшуємо число розрядів до семи бітів, ми повинні скопіювати знаковий біт у три найбільш значущі біти модифікованого числа, що дає 0000011 і 1111101.

Порівняння способів представлення двійкових чисел

Система	Діапазон
Двійкові числа без знака	$[0, 2^N-1]$
Прямий код	$[-2^{N-1}+1, 2^{N-1}-1]$
Додатковий код	$[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$



Дякую за увагу!

Список використаних джерел

- 1. Тарарака В.Д. Архітектура комп'ютерних систем: навчальний посібник. – Житомир : ЖДТУ, 2018. – 383 с.
- 2. David Harris, Sarah Harris. Digital Design and Computer Architecture. 2nd Edition. Morgan Kaufmann. 2012 – 720p.