

Лекція 6. Дискретизація моделей в FEA

Розділ 1. Загальні відомості про скінченні елементи та їх основні типи

Нагадаємо, що метод скінченних елементів базується на заміні:

неперервної області $\rightarrow$ скінченної кількості елементів

Поле переміщень апроксимується:

$$u(x) \approx \sum_{i=1}^n N_i(x) u_i \quad (1.1)$$

де:

- $N_i(x)$ - функції форми
- u_i - вузлові переміщення

Тобто, FEM не дає абсолютного точного рішення, але дає наближене. Точність цього наближеного рішення залежить від параметрів сітки (розміру елемента, його типу і якості сітки). Останнє визначає необхідність набуття знань про скінченно-елементні сітки для прийняття інженерних рішень щодо постановки задач та інтерпретації результатів.

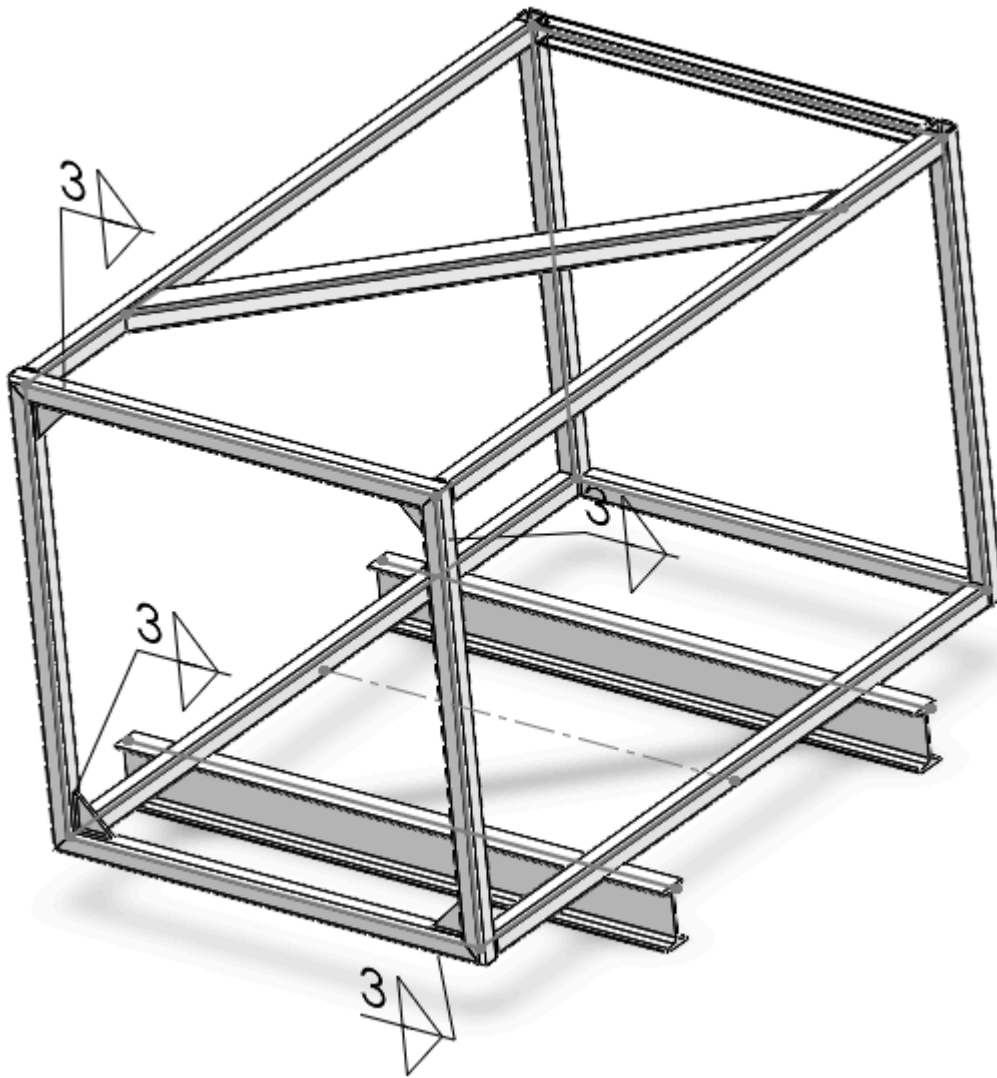
Типи скінченних елементів у FEM^[1]

У методі скінченних елементів елементи класифікують за вимірністю. Нижче наведені основні типи СЕ

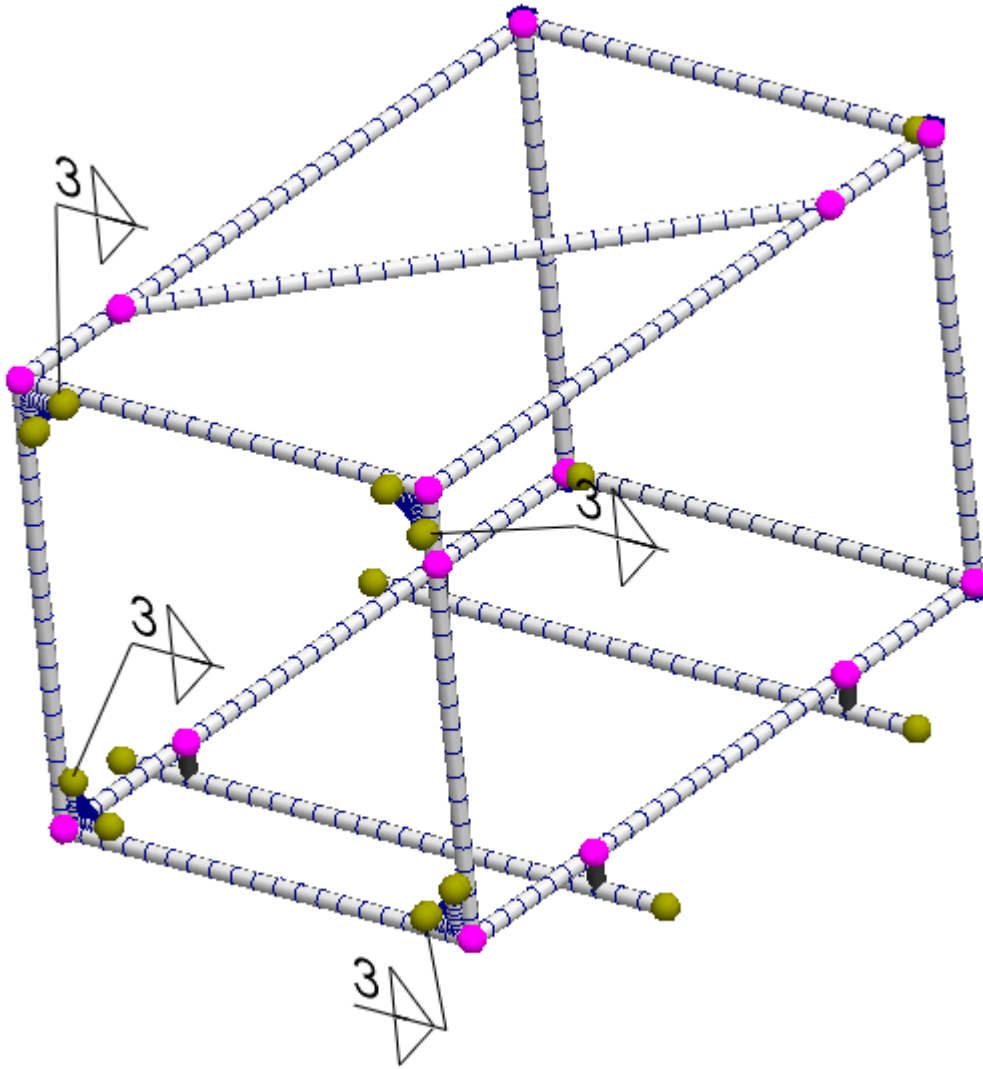
1D Елементи (Балочні/стрижневі)

Одновимірні (1D) елементи, відомі як балкові елементи, є найпростішою формою елементів в FEM. Вони використовуються для моделювання конструктивних компонентів із переважаючим розміром у довжину - балок, ферм і колон. Балочні елементи визначаються двома вузлами, кожен із яких представляє кінець балки, і передбачають лінійну поведінку між цими точками. Це робить їх ефективними для аналізу лінійних конструкцій під навантаженням, але обмежує їх застосування у випадку складної геометрії або нелінійною поведінкою ^[1-1].

Вигляд зварної конструкції (приклад із стандартного тьюторіалу SolidWorks) до (а) та після дискретизації (б) 1D елементів показано на рис.1



a



6

Рис. 1. Дискретизація зварної рамної конструкції: а - зварна конструкція; б - скінченно-елементна модель (1D елементи)

Основна перевага 1D елементів [1-2] - їхня обчислювальна ефективність. Завдяки простоті вони потребують значно менше обчислювальних ресурсів порівняно з елементами вищих вимірів. Це робить їх особливо корисними у масштабних конструкціях, де детальний аналіз кожного компонента є непотрібним або недоцільним.

2D Елементи (Оболонкові)

Двовимірні (2D) елементи (див. рис.2), або оболонкові елементи, використовуються для моделювання об'єктів із домінуючою поверхнею - тонкостінних конструкцій, пластин і оболонок. Вони визначаються трьома або більше вузлами, що формують плоску або криволінійну поверхню. Оболонкові елементи особливо ефективні при аналізі напружень, деформацій і вібрацій у таких конструкціях кузови автомобілів (але тут буде, скоріш за все, гібридна сітка) або посудини тиску [1-3].

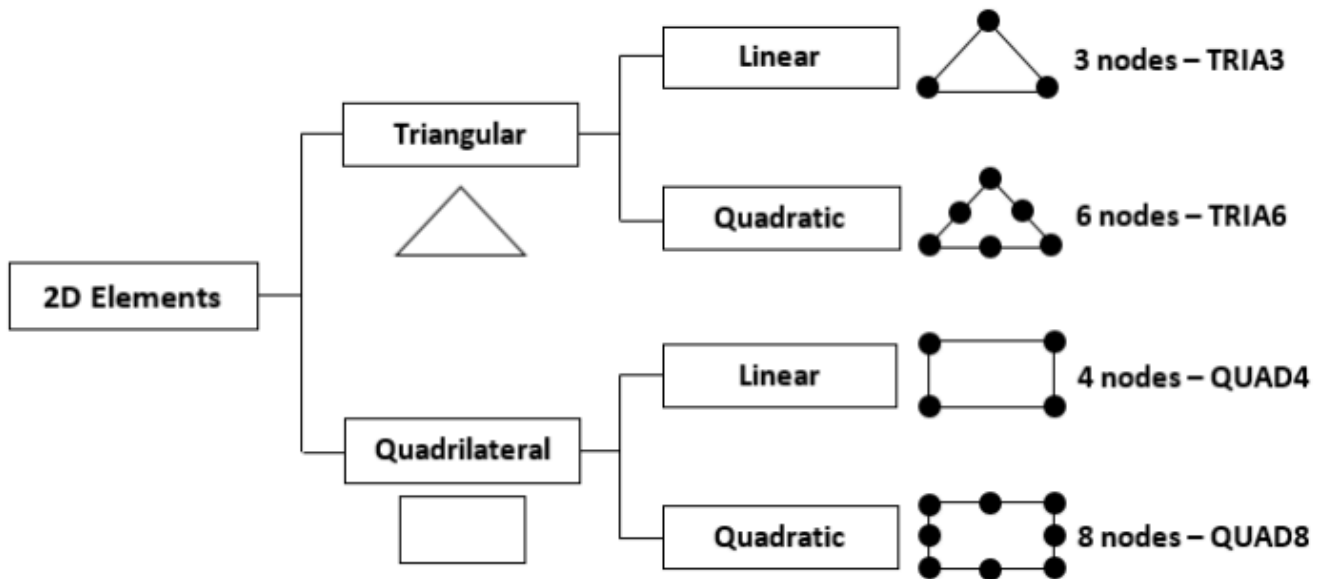


Рис. 2. Типи оболонкових скінченних елементів [1-4]

Перевага 2D елементів полягає в їхній здатності забезпечувати баланс між обчислювальною ефективністю та можливістю моделювання складної поведінки. Вони можуть з прийнятною точністю забезпечувати дослідження на згин, розтяг тощо.

Оболонкові елементи є універсальними, але їх може бути складно правильно застосувати. Складність зростає зі збільшенням кривизни поверхні та нерівномірністю товщини [1-5].

3D Елементи (Об'ємні)

Тривимірні (3D) елементи (див. рис.3), або об'ємні елементи, використовуються для моделювання, власне, об'ємних елементів. Об'ємні елементи визначаються чотирма або більше вузлами, утворюючи тетраедри, гексаедри або інші многогранні форми.

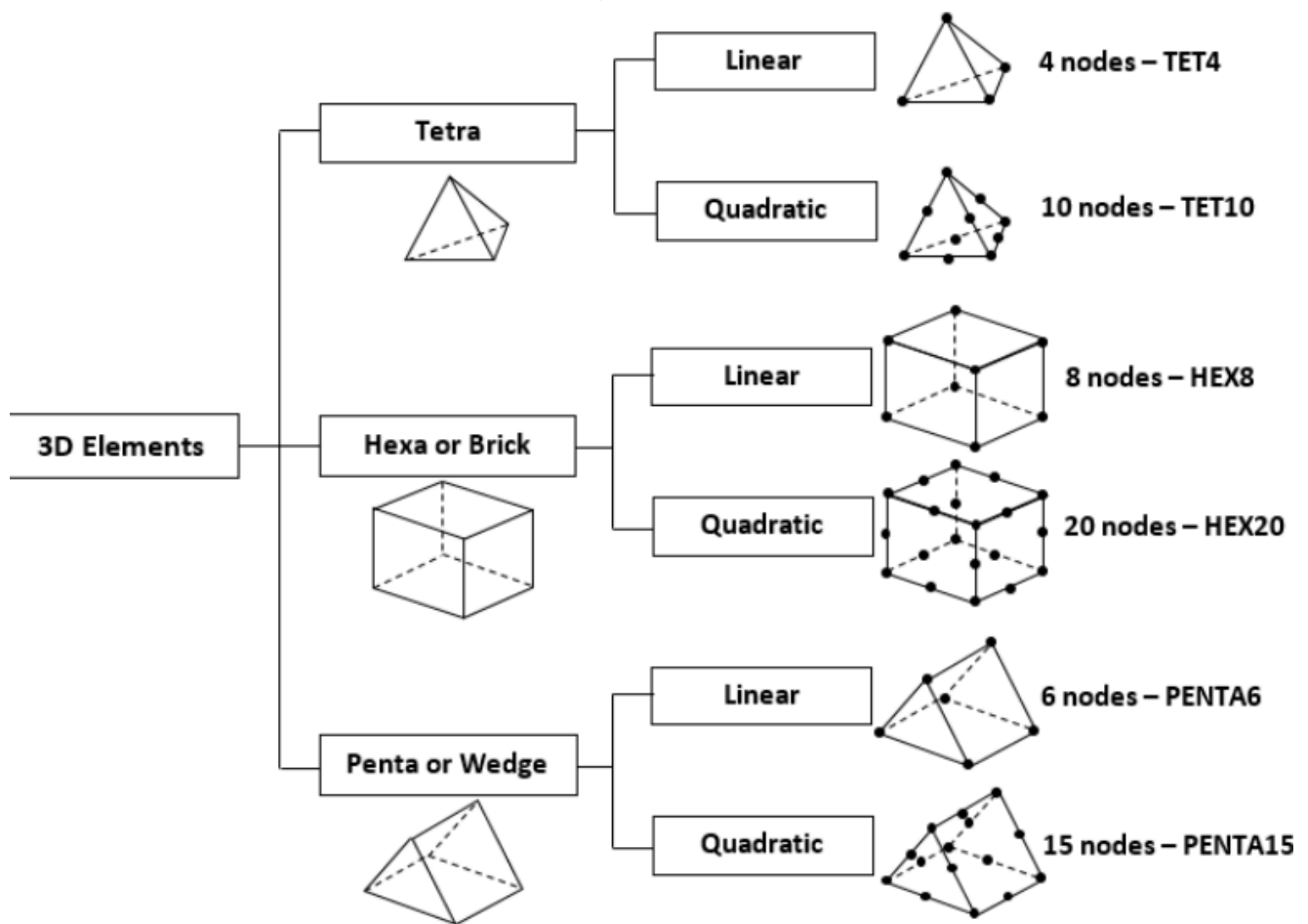


Рис.3. Типи об'ємних скінченних елементів [1-6]

Об'ємні елементи є найбільш універсальними і моделі, що мають скінченно-елементну сітку на її основі, можуть використовуватися для моделювати складної поведінки, включно з нелінійними властивостями матеріалів, великими деформаціями та складними контактними взаємодіями. Вони можуть бути застосовані і для листового металу і для каркасних конструкцій також, але ця універсальність і можливість не визначає імперативно доцільність їх застосування. Об'ємні елементи вимагають значної обчислювальної потужності та пам'яті, особливо при подрібненні сітки для підвищення точності [1-7].

Використання 3D елементів є необхідним у сценаріях, де розподіл напружень є складним і не може бути точно відтворений за допомогою 1D або 2D елементів. Але є інша сторона - вони потребують більше обчислювальних ресурсів, тож інженеру потрібно знаходити баланс між рівнем деталізації сітки та наявними обчислювальними ресурсами.

Типи скінченних елементів у SolidWorks Simulation

SolidWorks Simulation автоматично обирає тип елемента залежно від типу геометричної моделі (але в більшості випадків цей вибір можна змінити). В SolidWorks Simulation є три принципово різних основні типи скінченних елементів:

1. **Beam elements - це 1D елемент** (2 вузли), застосовується для балок, ферм, каркасних конструкцій
2. **Shell elements - це трикутник 3 або 6 вузлів**, застосовується для листових деталей і оболонкових моделей (але придатний для апроксимації низки інших об'єктів)
3. **Solid elements - це тетраедр 4 або 10 вузлів**, застосовується для об'ємних тіл (3D solid geometry)
Вибір типу елемента за замовчуванням - не опція користувача, а наслідок типу геометрії в CAD-моделі. Якщо деталь є об'ємним тілом (solid body) - SolidWorks Simulation автоматично застосує solid elements. Якщо поверхневе або листове тіло (surface/sheet metal body) - shell elements. Якщо конструктивний елемент (structural member, weldment) - beam elements.

Розділ 2. Beam elements у SolidWorks Simulation

Загальні відомості про Beam elements у SolidWorks Simulation

Beam element у SW Simulation - це лінія з двома вузлами (див. рис.1,б). Жоден об'єм не моделюється явно: поперечний переріз і його характеристики (площа, моменти інерції I_y, I_z , момент кручення J) передаються елементу як параметри, а не через геометрію сітки. Тому **beam mesh** не має класичних налаштувань розміру елемента - тільки кількість елементів вздовж осі.

В SolidWorks Simulation немає можливостей змінювати параметри beam mesh

Критерій застосування. Елемент вважається «балочним» (придатним для beam element), якщо виконується умова (1.2):

$$\frac{L}{d} \geq 10 \quad (1.2)$$

де L - довжина елемента,

d - характерний розмір поперечного перерізу.

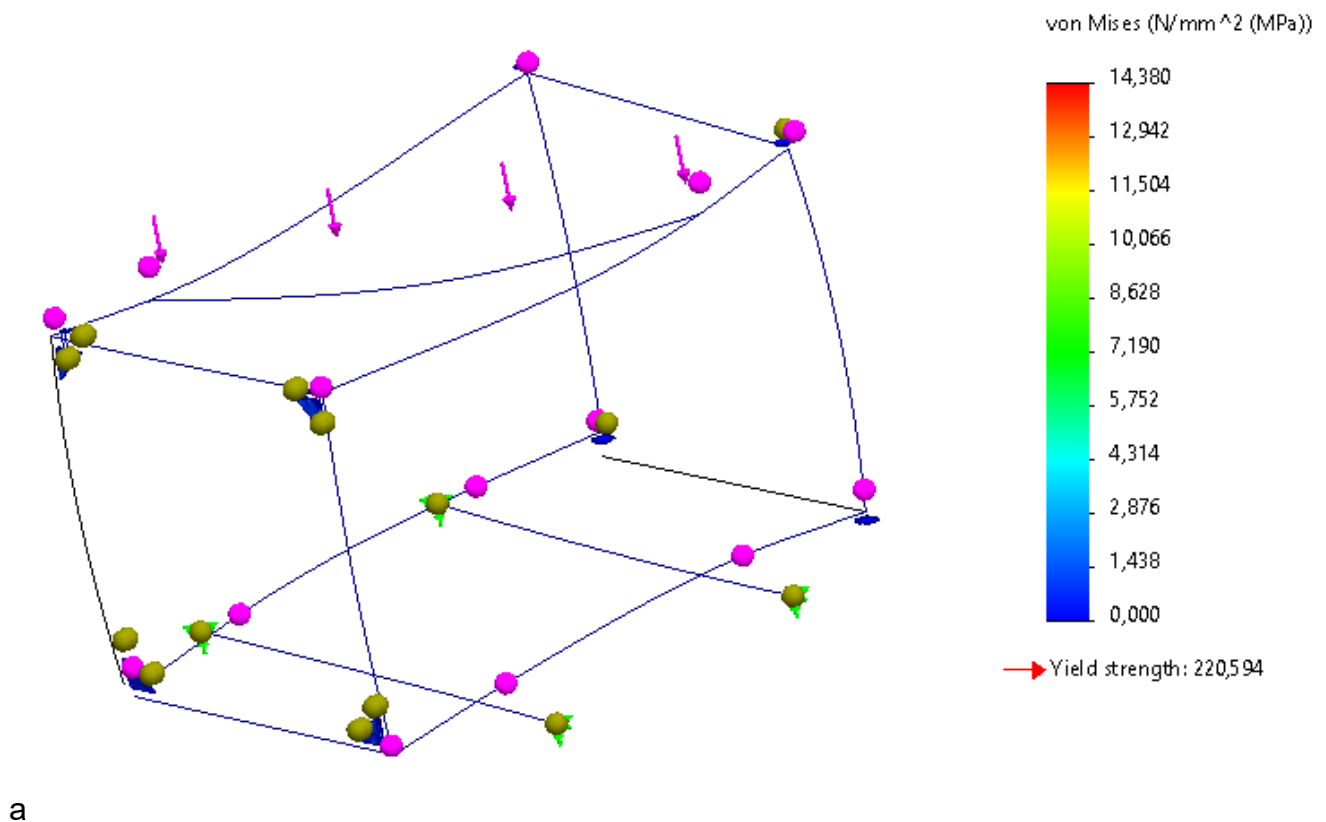
При меншому співвідношенні балочна теорія дає суттєву похибку через вплив поперечних деформацій (ефект Тимошенка).

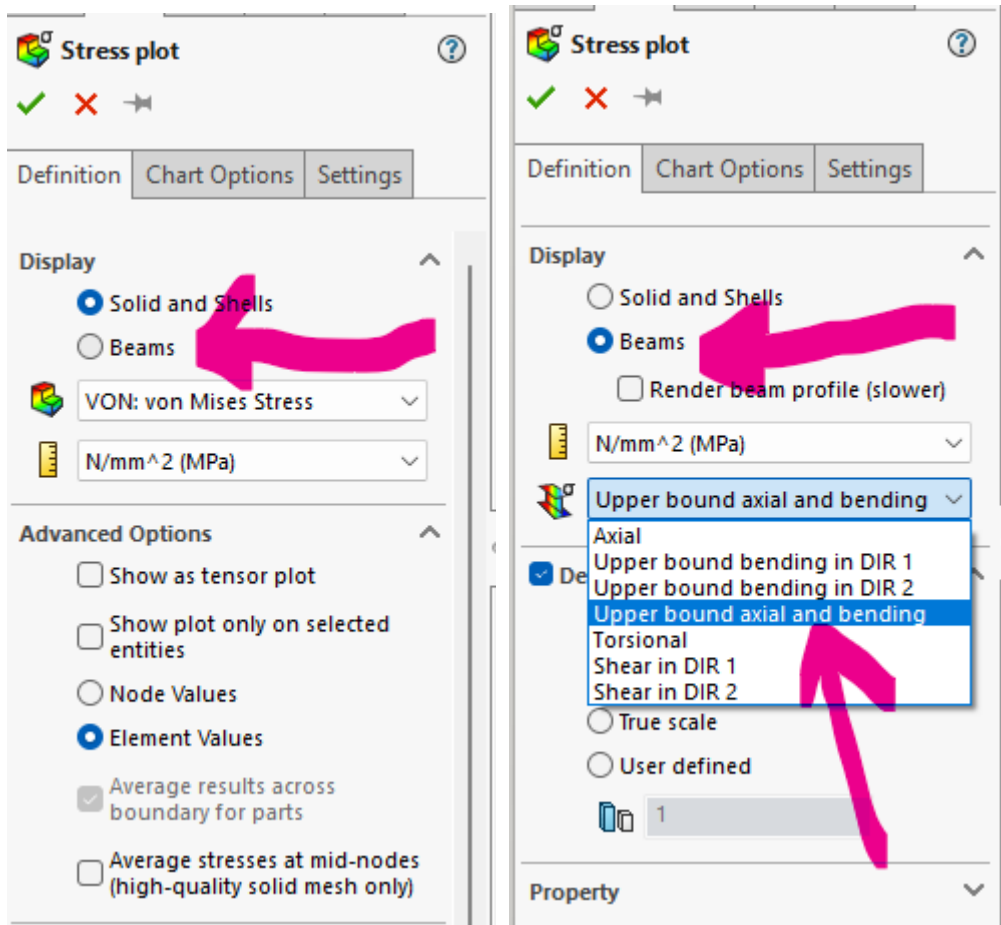
Свого часу GoEngineer ^[2] провели наступне верифікаційне дослідження: консольна балка діаметром 10 мм, навантаження 100 Н, відношення L/d від 2 :1 до 40:1. Beam elements забезпечують суттєве скорочення часу розрахунку порівняно з solid elements, однак їх точність часто ставиться під сумнів. Результати ^[2-1] показали: при $L/d \geq 10$ розбіжність між **beam** і **solid** у максимальному напруженні не перевищує 2–3%; при

$L/d < 5$ - зростає до 15% і більше. Практичний висновок з цих порівняльних досліджень GoEngineer наступний: для типових профілів (труби, швелери, двотаври) у зварних рамних конструкціях beam elements дають інженерно прийнятну точність при на порядок меншому часі розрахунку.

Особливості відображення результатів симуляції напружено-деформованого стану

Важливо зазначити, що Von Mises Stress не відображається для beam elements автоматично (див.рис.4,а) - потрібно явно обрати «Beams» при налаштуванні графіку напружень (див.рис.4,б) .





6

Рис. 4. Особливості відображення для beam elements епюри напружень: а - епюра напружено-деформованого стану Von Mises Stress; б - налаштування відображення епюри Upper bound axial and bending

Після виконання вищеописаних дій можна отримати епюру напружень, як це показано на рис.5

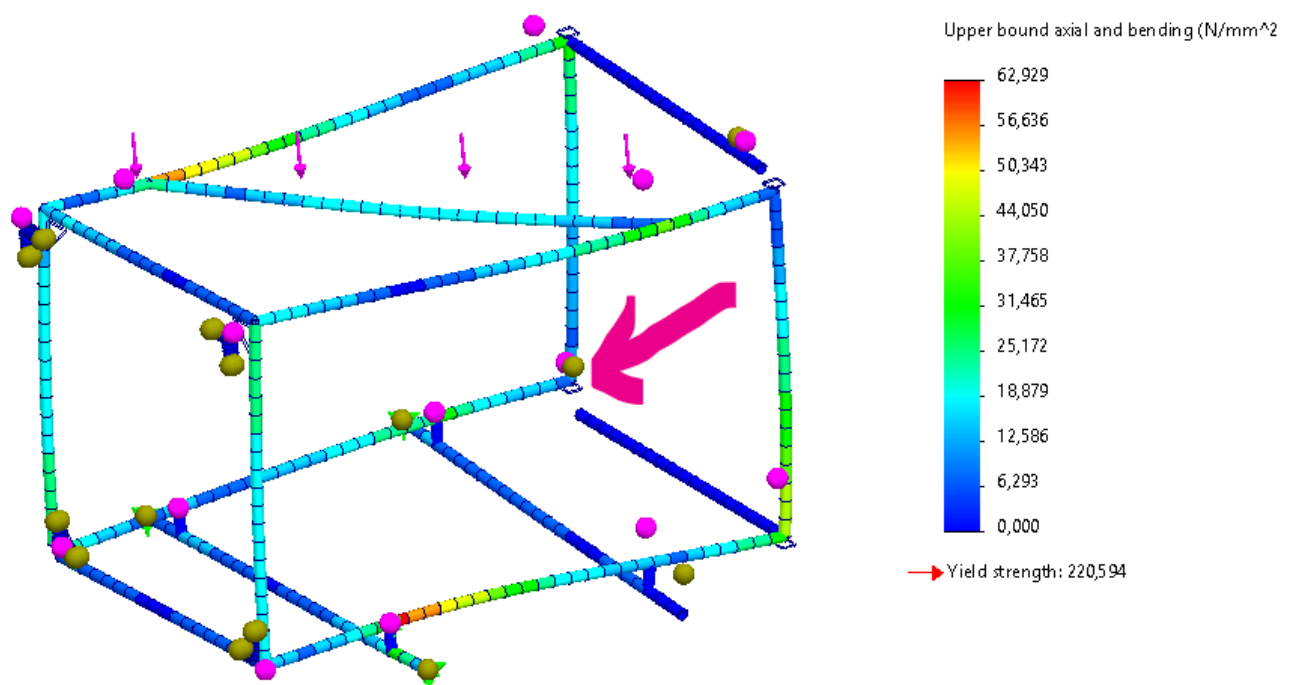
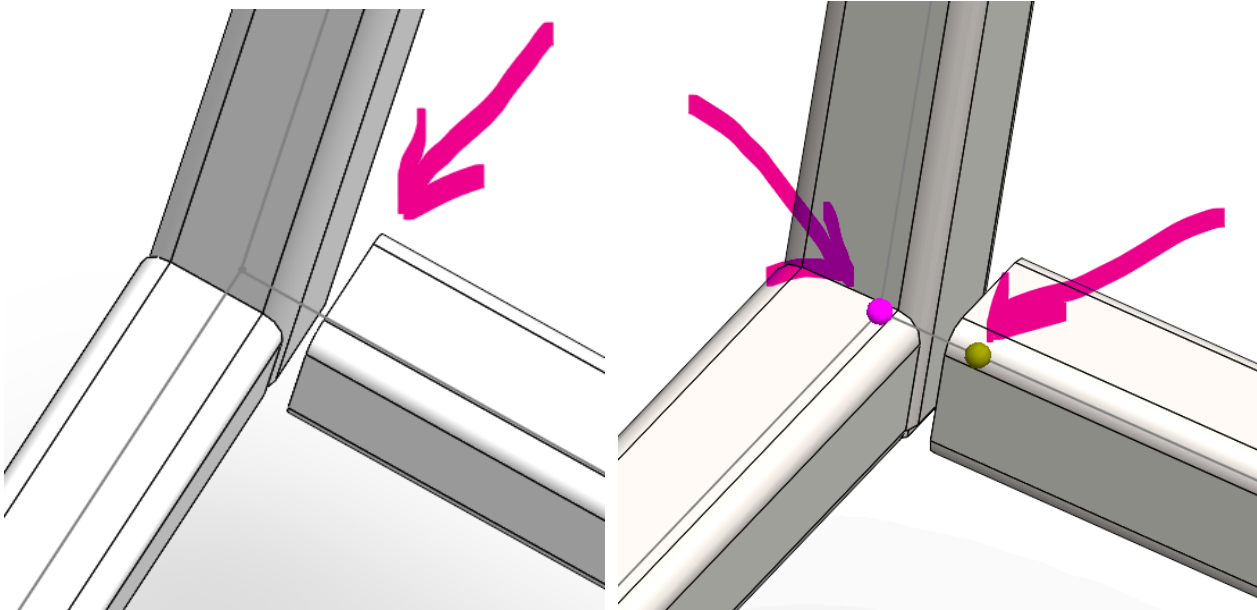


Рис.5. Епюра Upper bound axial and bending для рамної зварної конструкції

Особливості обробки з'єднань із зазорами під зварювання

На рис.5 бачимо, що нижній дальній кут, на який вказує стрілка, не розглядається SolidWorks Simulation як з'єднання 3-х елементів і один елемент "відірвався". Це через те, що SolidWorks Simulation за замовчуванням розраховував з'єднання (Joints) зварної конструкції без ігнорування зазору під зварний шов. Початкова конструкція у проблемному куті виглядала так, як це показано на рис. 6,а



а

б

Результат рис.6,б це, як було зазначено, опції за замовчуванням та ігнорування такої критичної деталі як **Joints**. Beam elements з'єднуються між собою через вузлові точки - joints (на них вказують стрілки на рис.6,б). Як виходить із рис.5 та рис.6,б, якщо joint не включає всі прилеглі елементи - з'єднання фактично відсутнє і конструкція у розрахунку буде некоректною.

Joint (вузлова точка)

- це точка в просторі, де beam element має свій кінцевий вузол. Саме через joints передаються всі сили і моменти між елементами конструкції.

У термінах FEA - це **вузол глобальної системи рівнянь**, що має 6 ступенів свободи (3 переміщення + 3 повороти):

$$u_j = \{u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z\}^T \quad (1.3)$$

Joint утворюється або на вільному кінці структурного елемента, або в точці перетину

двох і більше структурних елементів [3]. Власне по цьому ми могли б і побачити, що SolidWorks Simulation не утворив з'єднання у віх необхідних кутах конструкції. також слід зазначити, що SolidWorks Simulation застосовує кольорове кодування joints. так офіційна документація Simulation описує два типи кольорів joints, зокрема:

- **З'єднані joints (рожевий колір)** - там де два або більше структурних елементи перетинаються або торкаються; балки в цих точках жорстко з'єднані між собою.
- **Вільні joints (оливковий колір)** - вільні кінці структурного елемента.

⚡ Практична діагностика:

після генерації сітки **всі вільні кінці (оливкові)** мають бути або точками прикладання навантаження, або точками закріплення, або свідомо незакріпленими кінцями. Оливкова куля у вузлі де має бути з'єднання - **сигнал про розрив силового шляху** (як на рис.6,б)

Для виправлення недоліку (утворення зварного вузла 3-х елементів, що показано на рис.6,б) потрібно зважати на наступне: SolidWorks Simulation шукає joints за принципом **«equal to zero (touching)»** за замовчуванням (див. рис.7), а зазор під зварювання (як на ри.6) порушує цю умову і joint не утворюється.

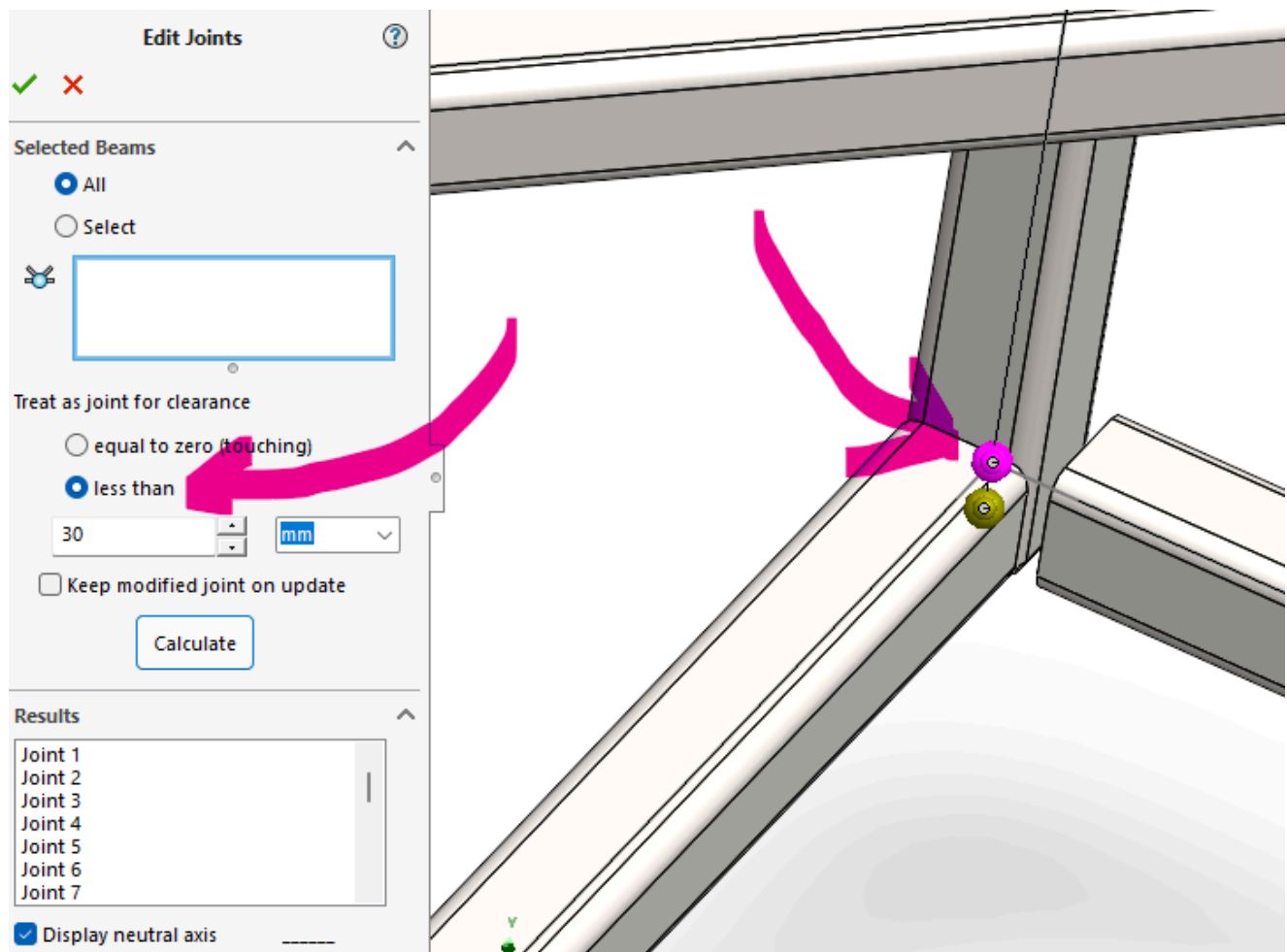


Рис. 7. Зміна опцій обробки зазорів при формуванні з'єднань

Насправді зазор у з'єднанні, що показано на рис.7, становить 5 мм, але задання опції **less than** із зазором 5 мм не приведе до формування з'єднання 3-х елементів балок в куті, у зв'язку із специфікою роботи SolidWorks Simulation потрібно задавати більші зазори, як це видно із рис.7. Після редагування з'єднань та застосування опції less than, та після регенерації отримаємо з'єднання, як це показано на рис.8

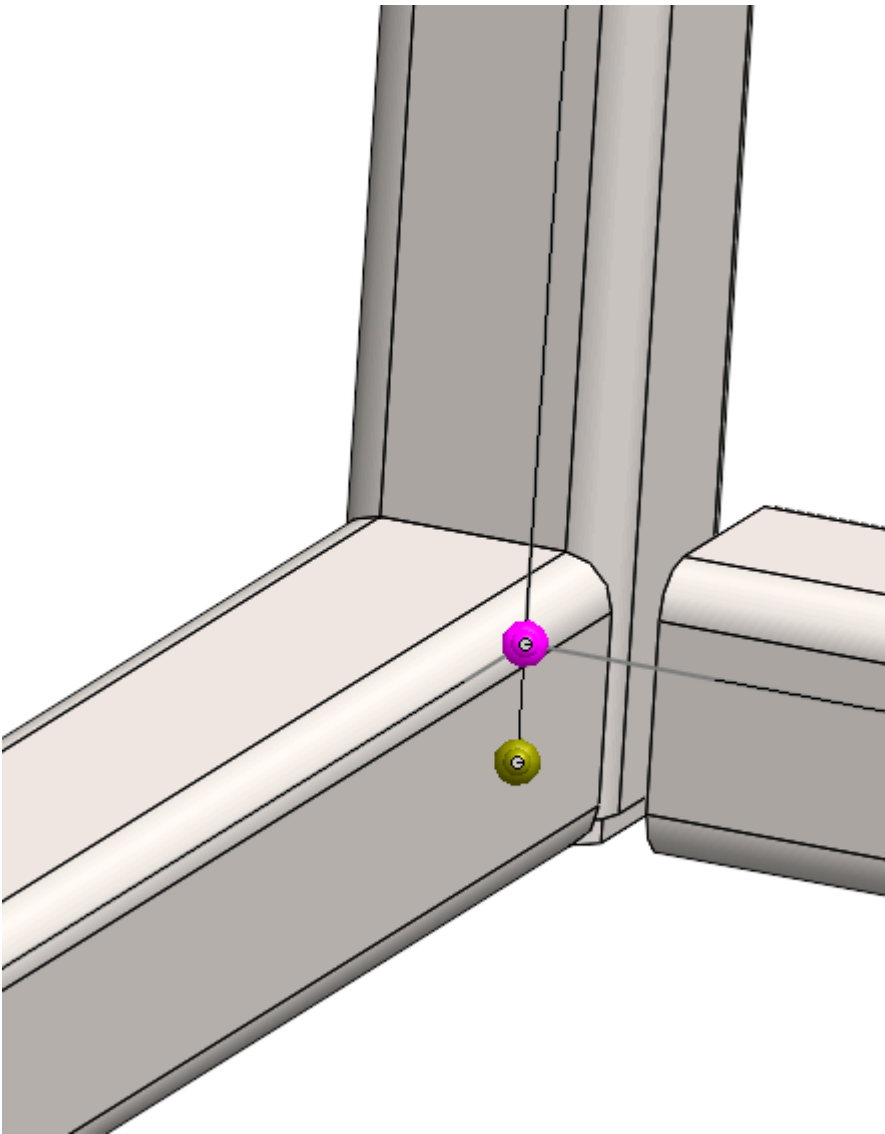


Рис. 8. Перевизначення з'єднань із опцією **less than**

Тепер виконання статичного лінійного розрахунку приводить до наступних результатів (див. рис. 9)

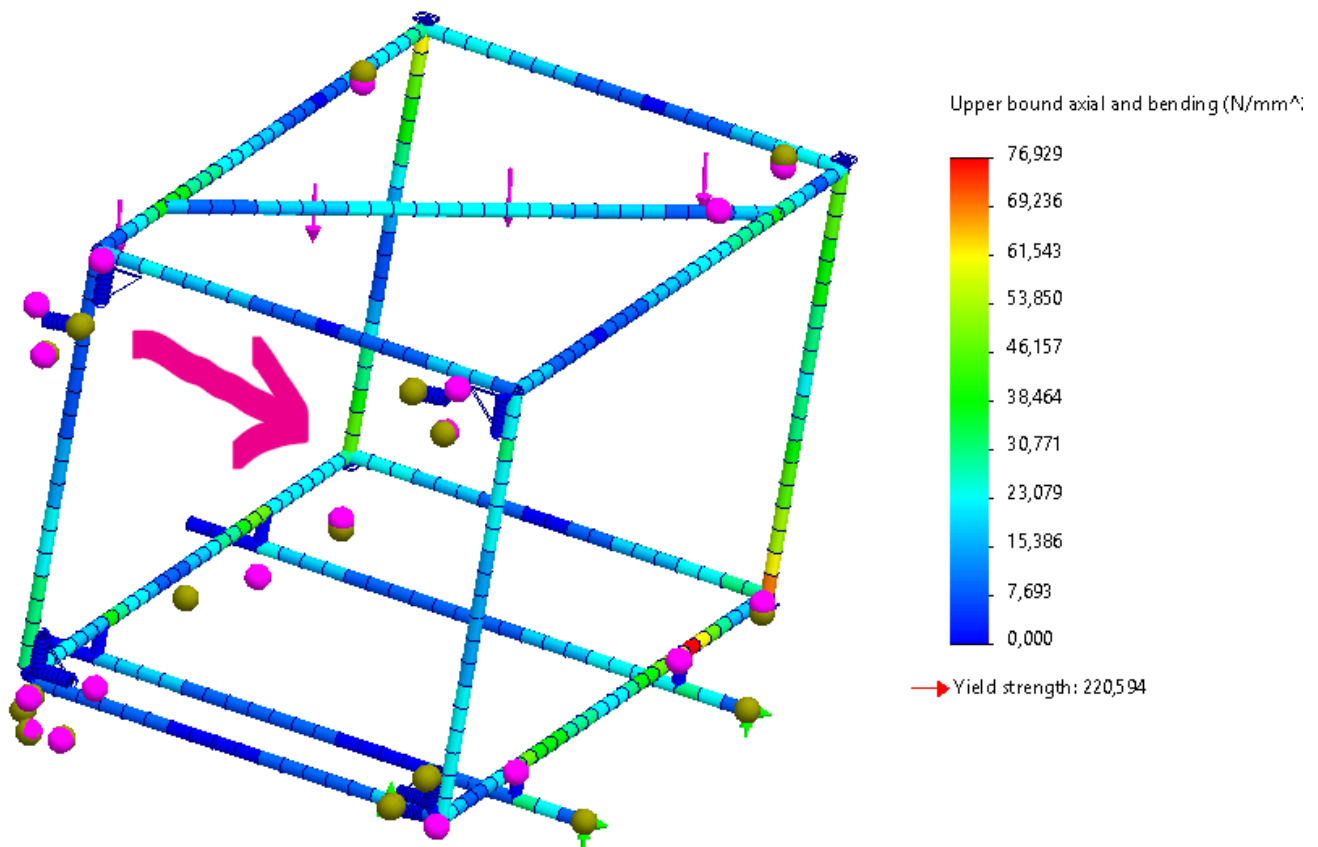


Рис. 9. Екюра Upper bound axial and bending для рамної зварної конструкції після редагування з'єднань

Інтерпретація SolidWorks Simulation таких елементів зварних конструкцій, як Fillet Bead та Weld Bead

Fillet Bead

Варто бути уважним при формуванні не тільки зазорів під зварні шви, а і самих зварних швів. Наприклад, сформований шов (див. рис.10) між кутником-посилювачем і 2 елементами, що виконані по ескізу шляхом формування зварних груп (на ескізі визначені квадратні труби - стандартний механізм створення зварних конструкцій), може SolidWorks Simulation трактуватися як тверде тіло (як посилювальний кутник), або як балочний елемент.

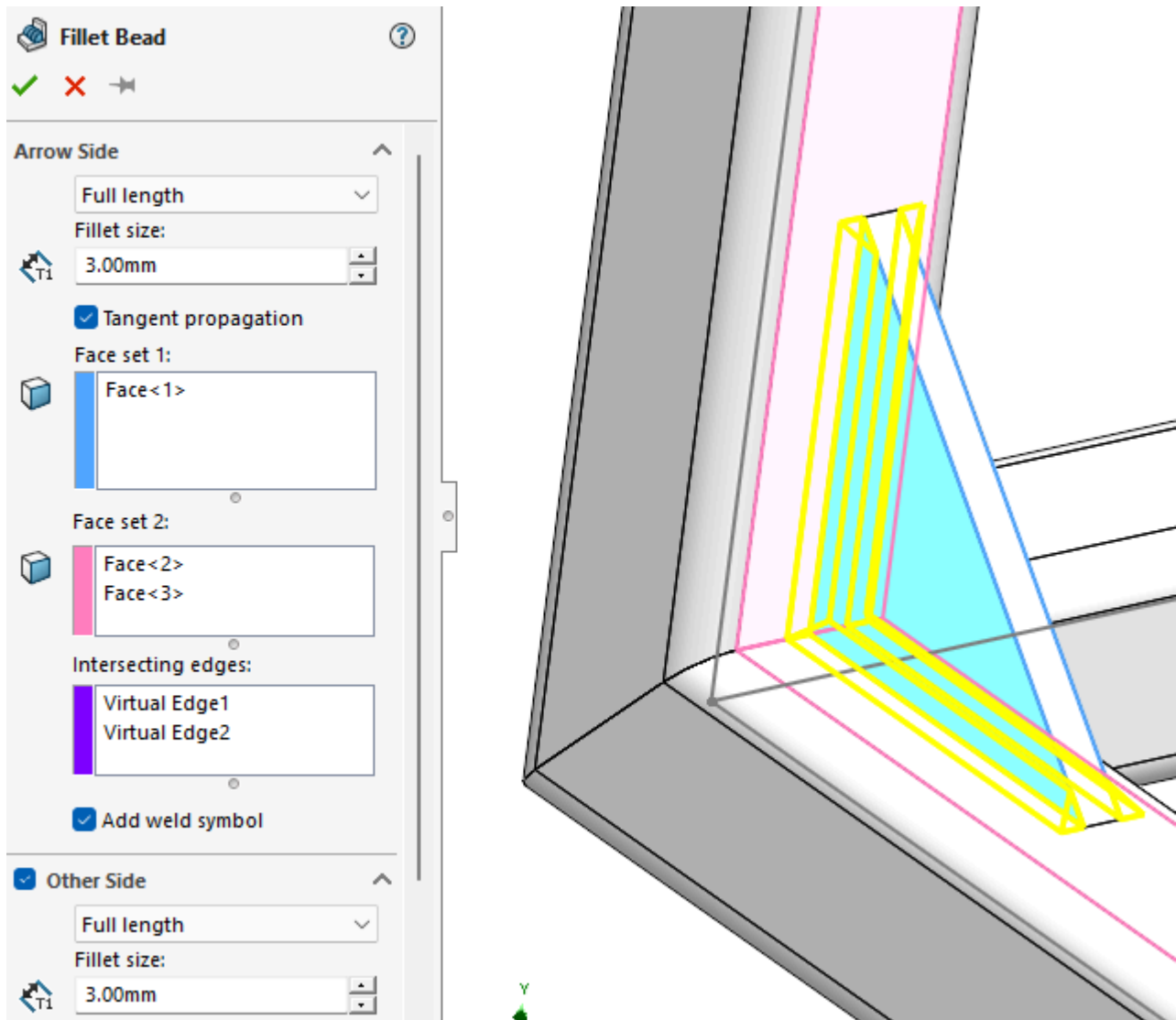
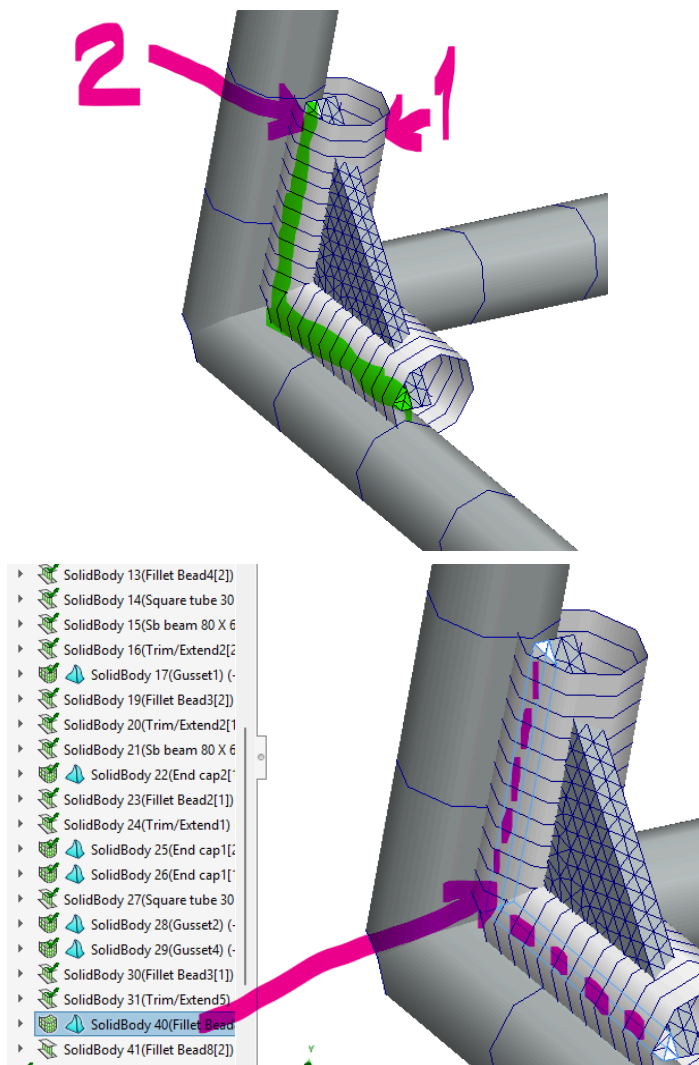


Рис.9. Формування зварних швів командою Fillet Bead

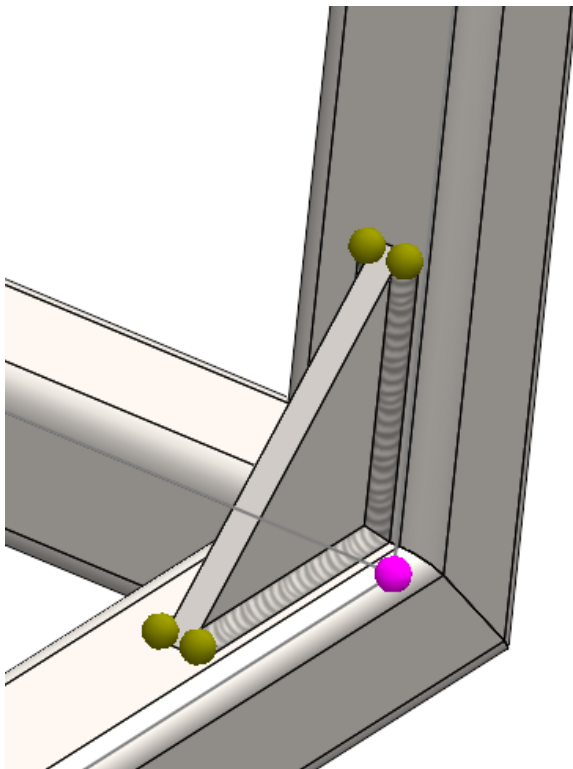
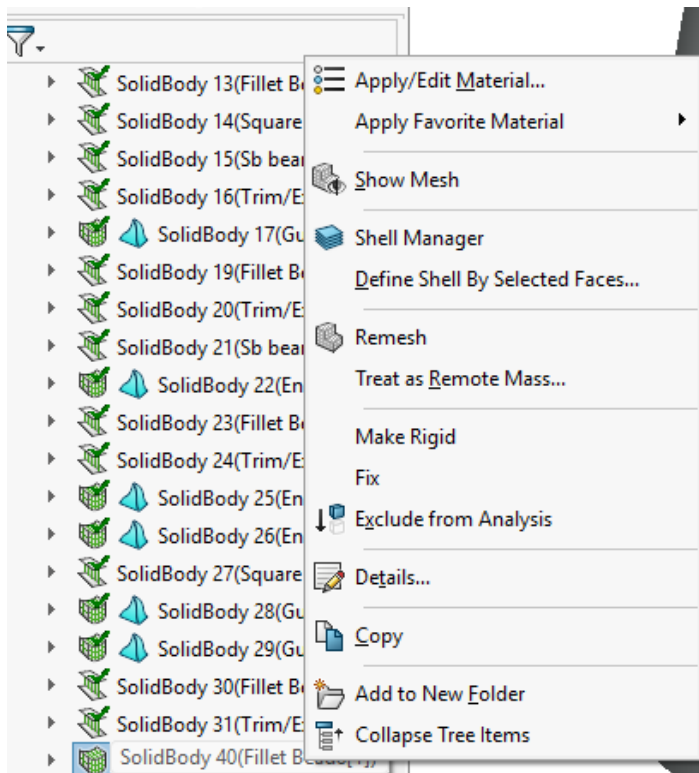
Якщо SolidWorks Simulation трактує шов як балочний елемент, тоді виникає питання характеристик з'єднання шва із кутником та трубами рами. Після побудови скінченно-елементної сітки для показаного вузла (рис.9) маємо наступну картину (див рис.10)



а

б

Інколи не можна із дерева дослідження Simulation перевизначити обробку елемента як балки - в контекстному мені немає такої команди (див. рис.11,а)



а

б

Рис. 11. Проблеми дискретизації зварних швів: а - відсутність можливості в ручному режимі визначити обробку шва як балки; б - шви, що коректно розпізнані як балочні елементи

Для вирішення даної проблеми (рис.11,б) можна сформувати по сторонах кутника 2 окремі шви: окремо вертикальні, завершити команду, і окремо 2 горизонтальні - в низці випадків це сприятиме розпізнаванню швів, що виконані командою Fillet Bead, як

балкових елементів.

Але навіть якщо шов автоматично розпізнався SolidWorks Simulation як балковий елемент, то його вільні кінці можуть бути не з'єднані з іншими елементами рами (див. рис.11,б). Відповідно до кольорового кодування SolidWorks Simulation, оливкові сфери на рис.11, б вказують на відсутність з'єднання шва із іншими частинами зварної конструкції. Якщо проігнорувати даний факт, то після розрахунку отримаємо наступну картину (див. рис.12)

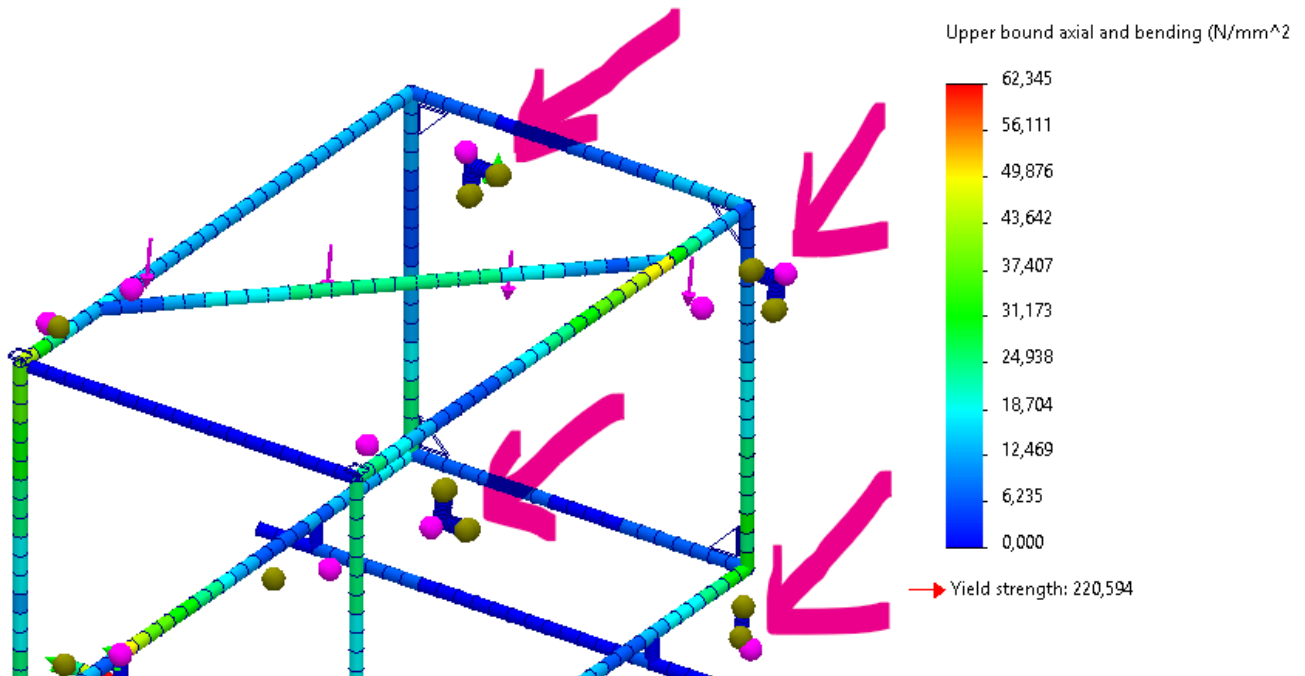
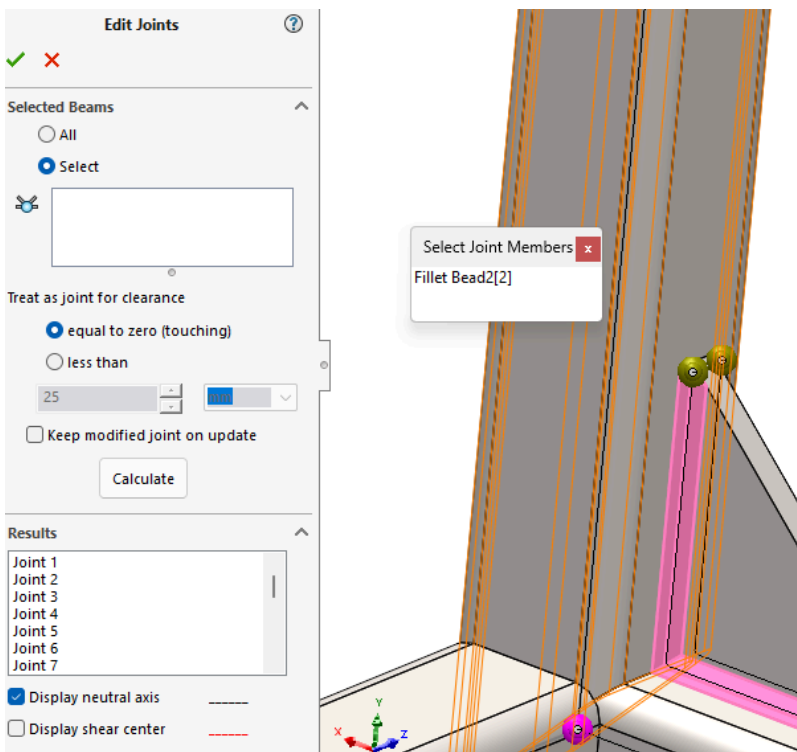
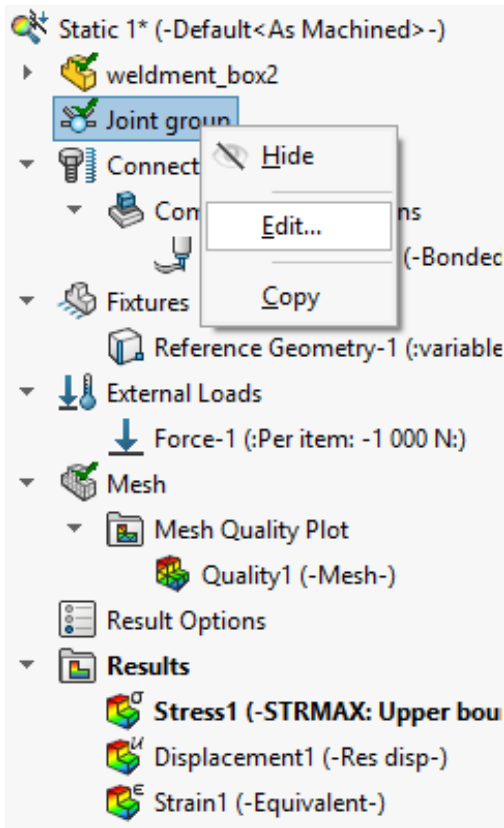


Рис.12. Екран Upper bound axial and bending для рамної зварної конструкції при ігноруванні з'єднань швів з іншими елементами конструкції

Виконати спробу з'єднання швів із іншими елементами можна через редагування з'єднань в дереві Simulation, як це показано на рис.13



a

б

На рис.13 в режимі редагування можна спробувати обрати елементи (наприклад, необхідні шви і труби) та регенерувати для них з'єднання, але часто це не дасть потрібного результату.

Weld Bead

Тому, якщо зварна конструкція буде підлягати FEA, а сама шва не принципова - краще застосовувати **Weld Bead** для формування швів (див. рис.14).

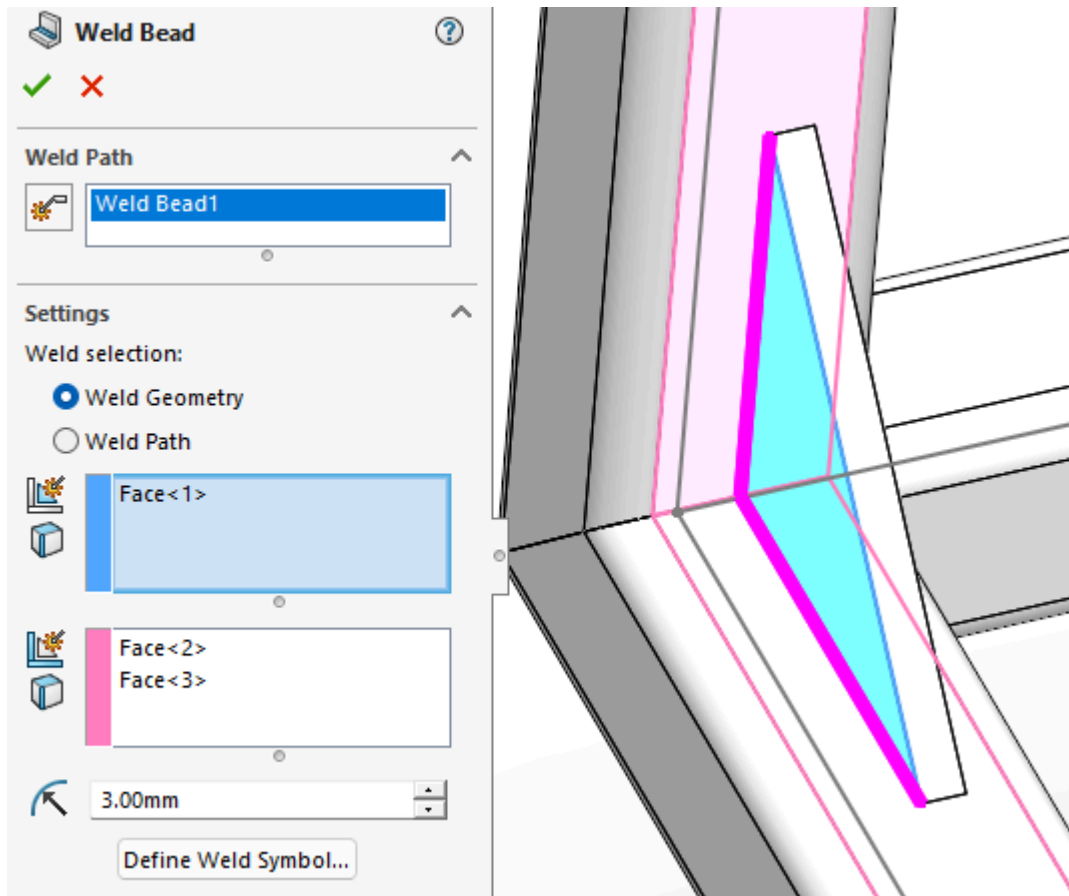


Рис.14. Визначення шва за допомогою **Weld Bead**

При цьому варто звернути увагу, що у дереві побудови зварної конструкції після виконання **Weldments** → **Weld Bead** створюється **Weld Folder** дерева моделі (див. рис.15).

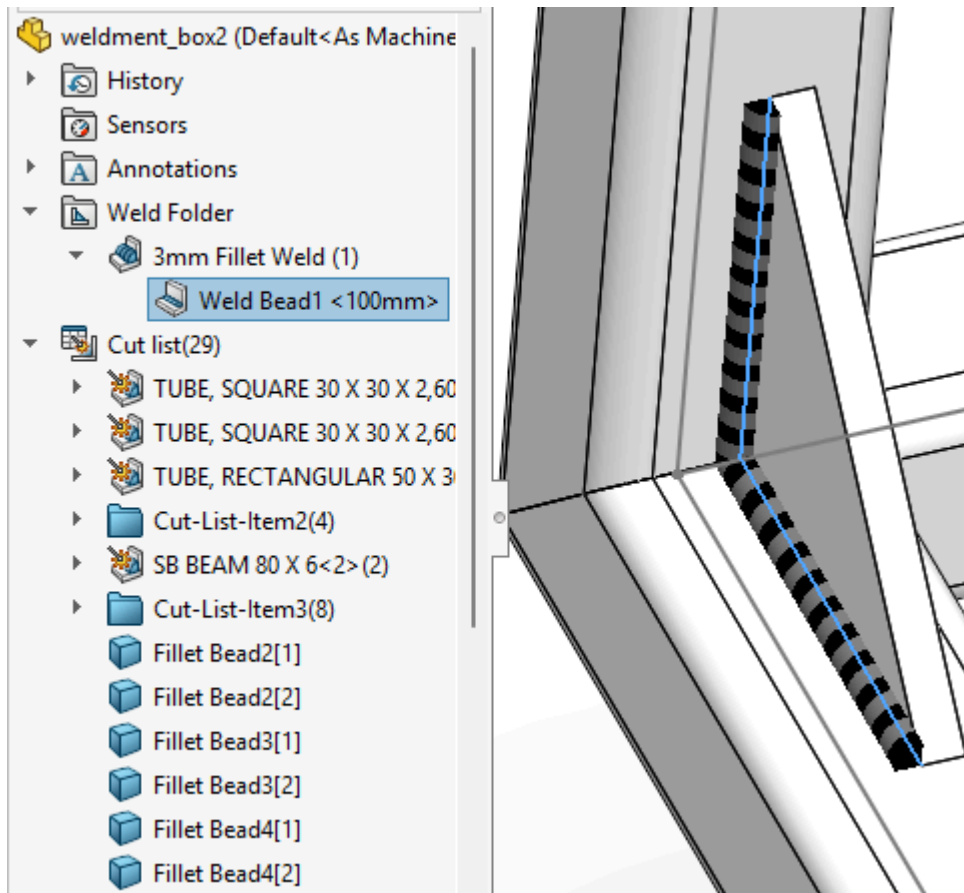


Рис.15. Створення Weld Bead і генерація у дереві побудови зварної конструкції **Weld Folder**

Шви, що створені будь-яким іншим способом, потрапляють до Cut List як окремі solid bodies і **не гарантують коректної дискретизації та утворення joints**.

Fillet Bead створює **повноцінний solid body** і тому Simulation намагається перетворити його на beam element, а нейтральна вісь часто не співпадає ідеально з трубами/кутниками і виникають вільні кінці ("оливкові кулі"), проблеми з автоматичними joints тощо.

Weld Bead — це **графічна/косметична** особливість (як cosmetic thread). Він **не створює** додаткове тіло в Simulation. Тому:

- Не з'являються додаткові beam elements з "проблемними" кінцями.
- Joints формуються набагато стабільніше між реальними структурними членами .
- Модель працює швидше, файл легший, менше глюків.

Наступним важливим елементом роботи із балковими скінченними елементами - це згущення сітки beam elements у зонах контакту з solid/shell. Це питання розглянуто в публікації Javelin Technologies ^[4]

Згущення сітки beam elements у зонах контакту з solid/shell ^[4-1]

Як відомо, Beam elements у Simulation є спрощеними елементами і не потребують налаштувань розміру при генерації сітки - вони отримують розмір за замовчуванням, достатній для розрахунку. Однак у гібридних моделях (beam + solid або beam + shell) це може спричинити проблему, зокрема: якщо зона контакту між beam і solid невелика, а елементи beam у цій зоні надто великі - контакт може не утриматись, оскільки над зоною контакту немає жодного повного елемента.

На рис.16 показано приклад генерування скінченно-елементної гібридної сітки, де елементи зварних конструкцій контактують із елементами, що виконані тридольним моделюванням і дискредитовані об'ємними елементами

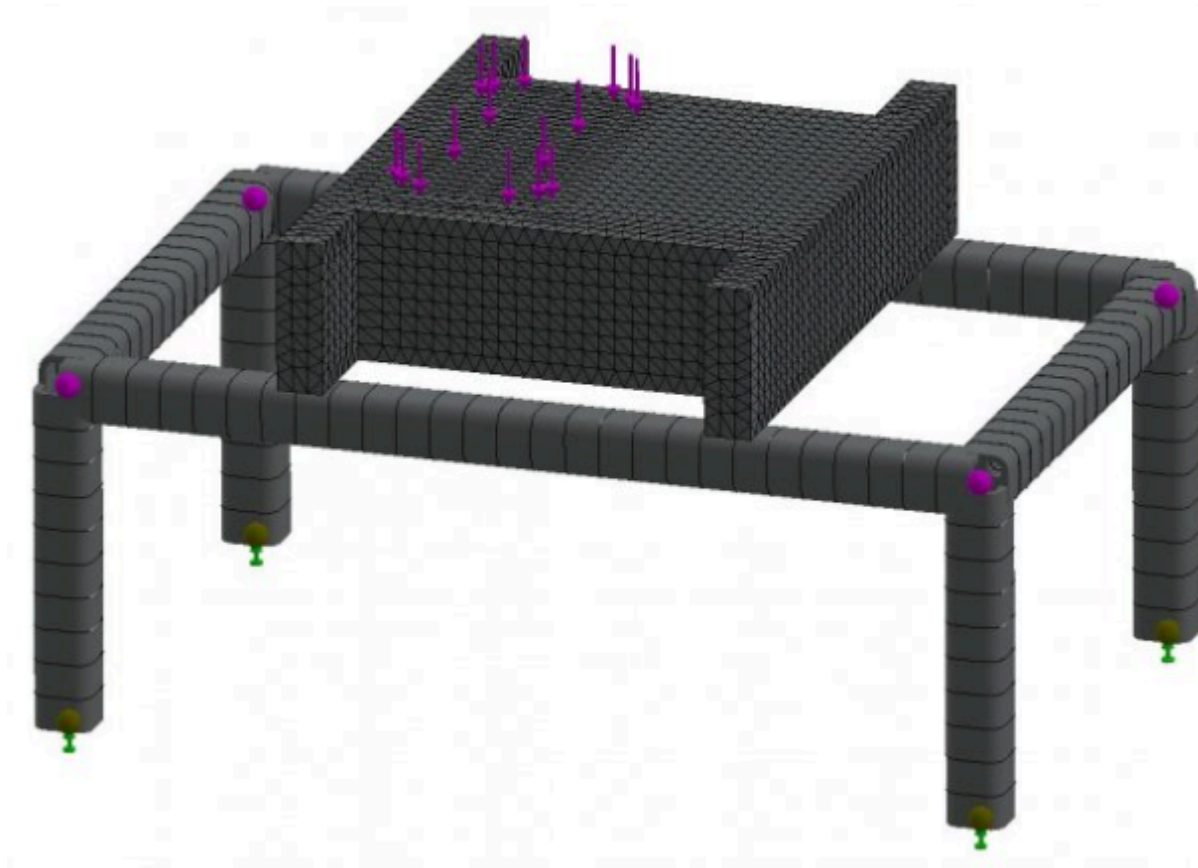


Рис.16. Гібридна скінченно-елементна сітка із розмірами елементів за замовчуванням [4-2]

Для того, щоб якщо в зоні контакту між beam і solid був хоча б один повний beam елемент, застосовуються елементи керування сіткою, як це показано на рис.17

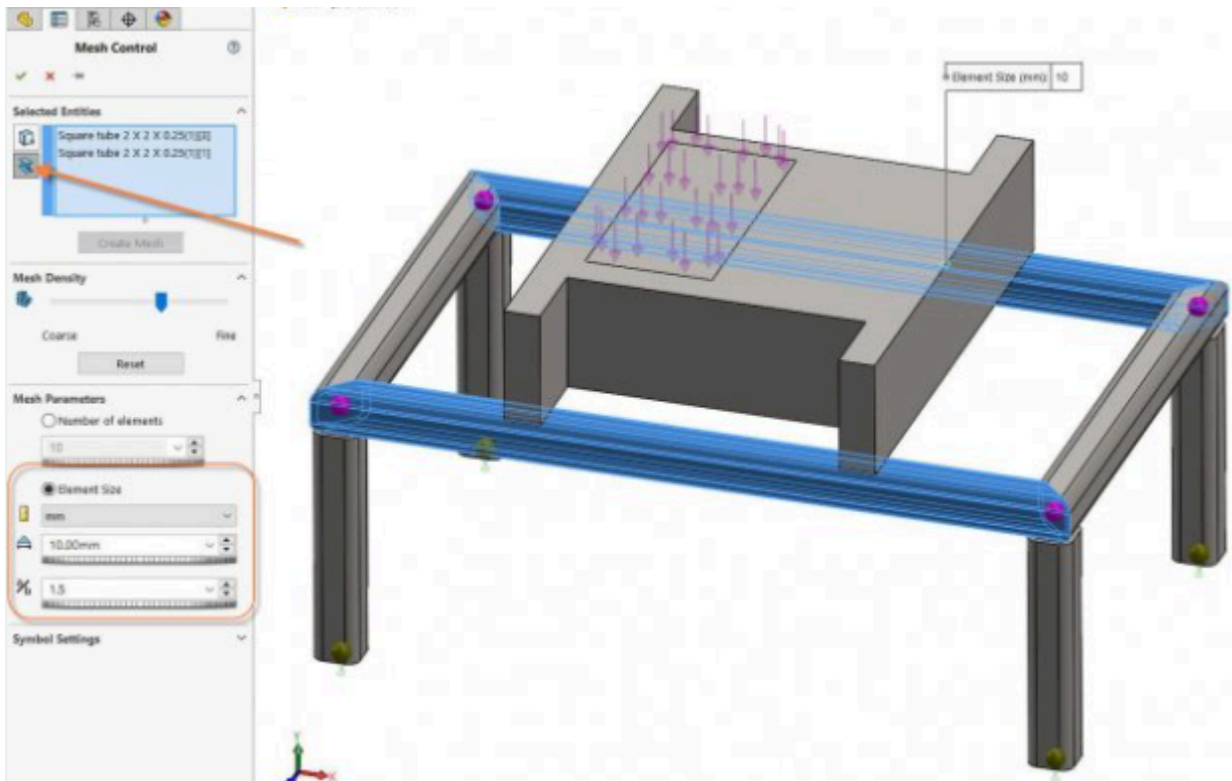


Рис.17. Локальне згущення сітки beam через Apply Mesh Control [4-3]

Перебудована скінченно-елементна сітка (після застосування Mesh Control) показана на рис.18

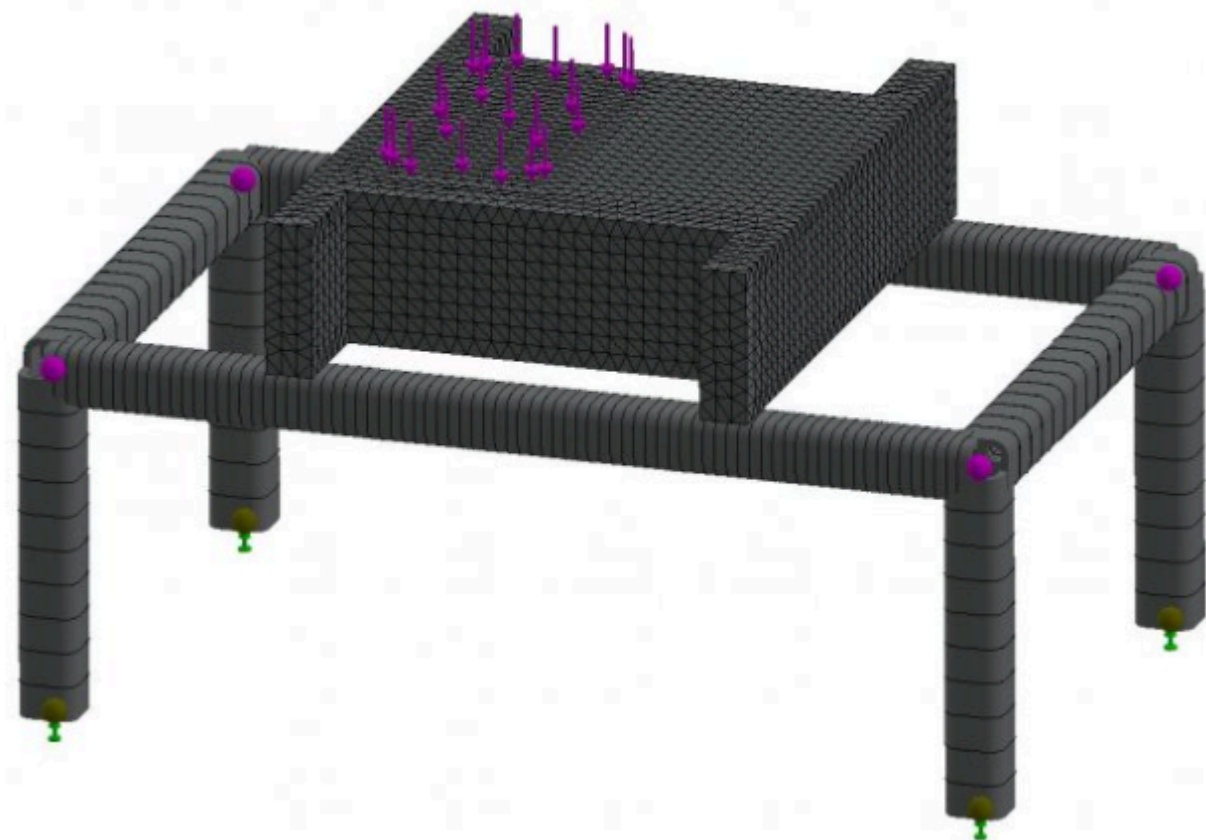


Рис.18. Перебудована скінченно-елементна гібридна сітка

Після цього (Apply Mesh Control) в зоні дотику з'являється достатня кількість елементів і глобальний Bonded Contact спрацює коректно.

Типи з'єднань у joint

За замовчуванням всі joints у SolidWorks Simulation є **жорсткими (Rigid)**. Але реальні конструкції мають різні типи з'єднань (не тільки жорсткі). Щоб змінити жорсткість з'єднання - потрібно відредагувати визначення окремого beam element. Доступні наступні опції:

- **Rigid** - жорстке, передає сили та моменти, це конструкторський аналог зварного з'єднання;
- **Hinge** - шарнір, знімає обмеження з усіх поворотів навколо всіх осей координатної системи, передає тільки сили, конструкторський аналог це шарнір;
- **Slide** - звільняє всі переміщення, передає тільки моменти, це аналог телескопічного з'єднання.
- **Manual** - звільняє вибрані ступені свободи вручну.

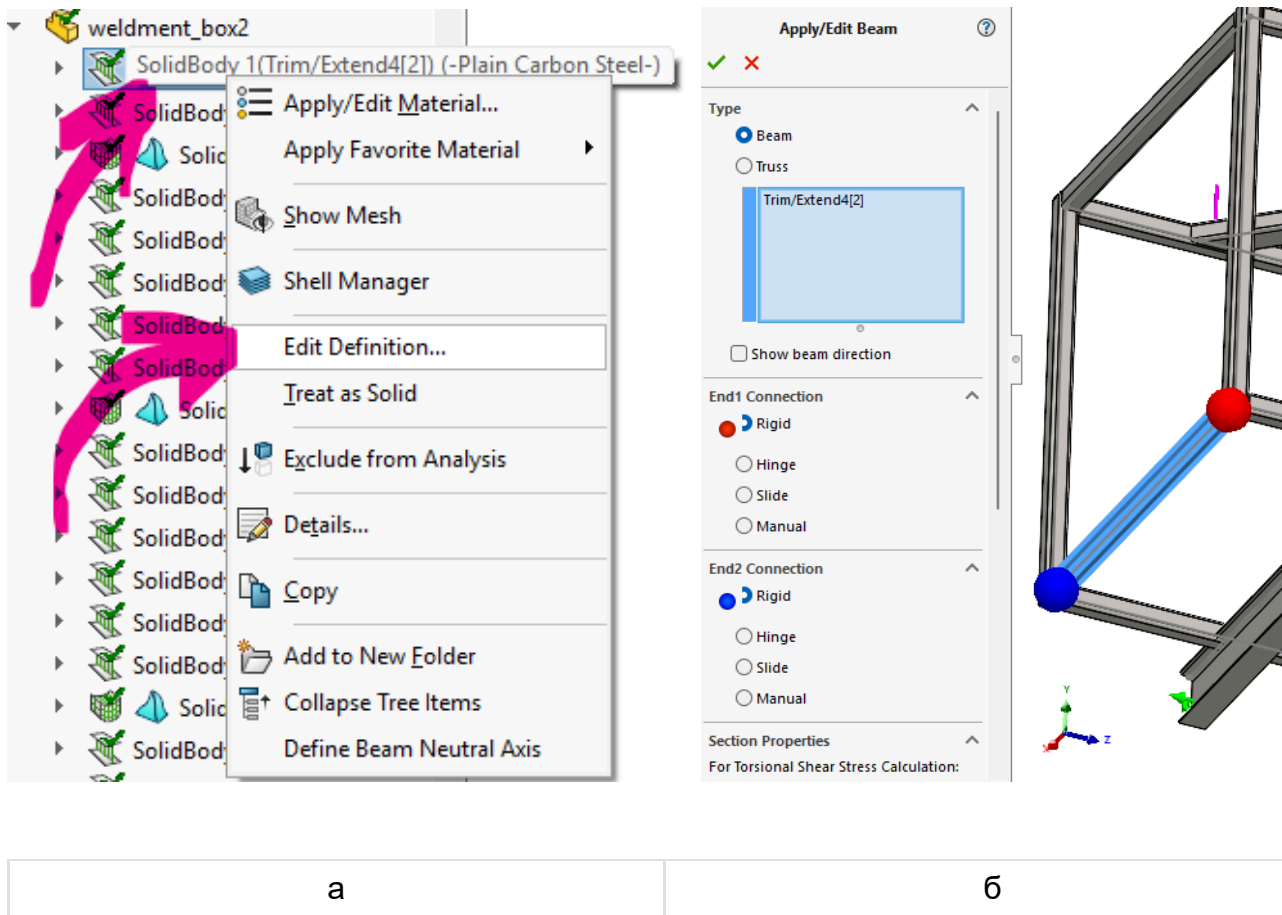
Користувач в ручному режимі може здійснювати коректування типів з'єднань у joint для кожного окремого елемента наступним чином: дерево дослідження Simulation → ПКМ на beam element (структурному елементі) → Edit Definition → секція End Connection

Тип з'єднання визначається для **кожного кінця** кожного beam element окремо - це умова передачі сил і моментів між балкою та іншими балками у спільному joint^[5]. Тобто у одного beam element є **два кінці (End 1 і End 2)**, і для кожного кінця можна задати свій тип з'єднання незалежно (див. рис.19)

⚡ Важливе застереження щодо взаємодії типу joint і закріплень

Обмеження закріплення (fixture) що накладається на joint може діяти **тільки в межах** дозволених цим типом з'єднання ступенів свободи. Наприклад, якщо кінець балки визначений як Hinge і до joint прикладено Fixed — балка **все одно може вільно обертатись** попри закріплення^[5-1].

Це принципово важливо розуміти: **тип joint має пріоритет** над типом закріплення.



Короткі висновки та рекомендації до розділу 2 даної лекції:

ПЕРШЕ. Щодо вибору beam elements

1. **Beam elements** доцільні коли $L/d \geq 10$. При $L/d \geq 5$ похибка може сягати 15% і тому краще використовувати solid elements або Shell elements.
2. Beam elements дають **інженерно прийнятну точність** для типових профілів зварних рам при на порядок меншому часі розрахунку порівняно з solid elements.
3. Von Mises для beam elements **не відображається** - для рамних конструкцій часто доречно використати **Upper bound axial and bending** як найконсервативнішу оцінку.

ДРУГЕ: Щодо joints

4. Після генерації сітки **обов'язково** перевіряй кольорове кодування joints: оливкова куля там, де має бути з'єднання, це **розрив силового шляху**, розрахунок дасть некоректний результат.
5. Якщо є технологічний зазор під зварювання - потрібно використовувати **Edit Joints** → **less than** із значенням **більшим** за реальний зазор. Але надмірно великі значення можуть призвести до того, що SW може об'єднати joints, які не мають з'єднуватись.
6. **Тип joint має пріоритет над закріпленням**. Якщо кінець балки, наприклад, Hinge, а до joint прикладено Fixed, то балка все одно вільно обертається.

ТРЕТЄ. Щодо зварних швів

7. **Fillet Bead** створює повноцінне тверде тіло і Simulation може трактувати його як beam або solid непередбачувано. Проблеми з joints у таких швах вирішуються не завжди.
8. **Weld Bead** (Weldments → Weld Bead) - більш надійний інструмент для швів у FEA-моделях. Він не створює додаткових тіл, joints формуються стабільно, модель легша.
9. Якщо Fillet Bead все ж використовується, то інколи потрібно розбивати складний шов на **окремі прямолінійні сегменти**. Це підвищує ймовірність коректного розпізнавання як beam element.

ЧЕТВЕРТЕ. Щодо гібридних моделей (beam + solid/shell)

10. При контакті beam і solid - потрібно **згущувати сітку beam** через Mesh Control у зоні контакту. Без цього глобальний Bonded Contact може не спрацювати через відсутність повного елемента над зоною дотику.
11. Для повної картини напружень гібридної моделі потрібні **два окремих графіки**: Solid and Shells та Beams.

В цілому можна сказати, що не варто запускати розрахунок гібридної моделі без попередньої візуальної перевірки joints і деформованої епюри при малому навантаженні. «Відірвані» елементи на деформованій епюрі - діагностична ознака некоректних joints, а не помилка розрахунку.

Методичні засади лекції

📌 Під час підготовки лекції використовувались інструменти штучного інтелекту для допомоги у формулюванні та структуризації матеріалу. Весь зміст був перевірений та відредагований автором лекції.

Список використаних джерел інформації

1. FEA Academy. *The Fundamentals of Mesh Generation in Finite Element Analysis* [Електронний ресурс]. — FEA Academy. — Режим доступу: <https://www.fea-academy.com/pdf/FEA%20Academy%20-%20The%20Fundamentals%20of%20Mesh%20Generation%20in%20Finite%20Element%20Analysis.pdf> ↩↩↩↩↩↩↩↩
2. SolidWorks Simulation: Solid vs Beam Results. GoEngineer. URL: <https://www.goengineer.com/blog/solidworks-simulation-elements-solid-vs-beam-results> ↩↩
3. Edit Joints PropertyManager. SOLIDWORKS Help. URL: https://help.solidworks.com/2017/english/SolidWorks/cworks/IDH_HELP_EDIT_JOINTS.htm ↩
4. Adding Mesh Controls to Beam Elements in SOLIDWORKS Simulation. Javelin Technologies. URL: <https://www.javelin-tech.com/blog/2017/02/solidworks-simulation-beam-elements-mesh/> ↩↩↩↩

5. Apply-Edit

Beam

PropertyManager.

SOLIDWORKS

Help.

URL:

https://help.solidworks.com/2024/English/SWConnected/cworks/IDH_HELP_DEFINE_BEAM.htm ↩

