

Лекція 3. Типи FEA-досліджень. Межі застосування лінійної постановки задач

Методичні засади лекції

і Під час підготовки лекції використовувались інструменти штучного інтелекту для допомоги у формулюванні та структуризації матеріалу. Весь зміст був перевірений та відредагований автором лекції.

Розділ 1. Типи досліджень методом скінченних елементів у поширених САПР

В цілому можна виділити такі типи досліджень, що доступні в основних CAE (Computer Aided Engineering) модулях більшості сучасних САПР (систем автоматизованого проектування):

Лінійний статичний аналіз (Linear Statics)^[1].

статичні дослідження обчислюють переміщення, реакції опор, деформації, напруження та розподіл коефіцієнта запасу міцності. При цьому вважається, що матеріал руйнується в тих місцях, де напруження перевищують певний рівень. Розрахунок коефіцієнта запасу міцності ґрунтується на критерії руйнування. Програмне забезпечення пропонує декілька критеріїв руйнування, наприклад, SolidWorks Simulation пропонує 4 критерії руйнування. Оцінювання результатів статичних досліджень допомагають уникнути руйнування через надмірно високі напруження. Крім того розподіл коефіцієнту запасу міцності можуть бути керівними для розподілу матеріалу по елементах деталі.

Приклад результатів виконання статичного лінійного дослідження в середовищі SolidWorks Simulation показано на рис. 1.

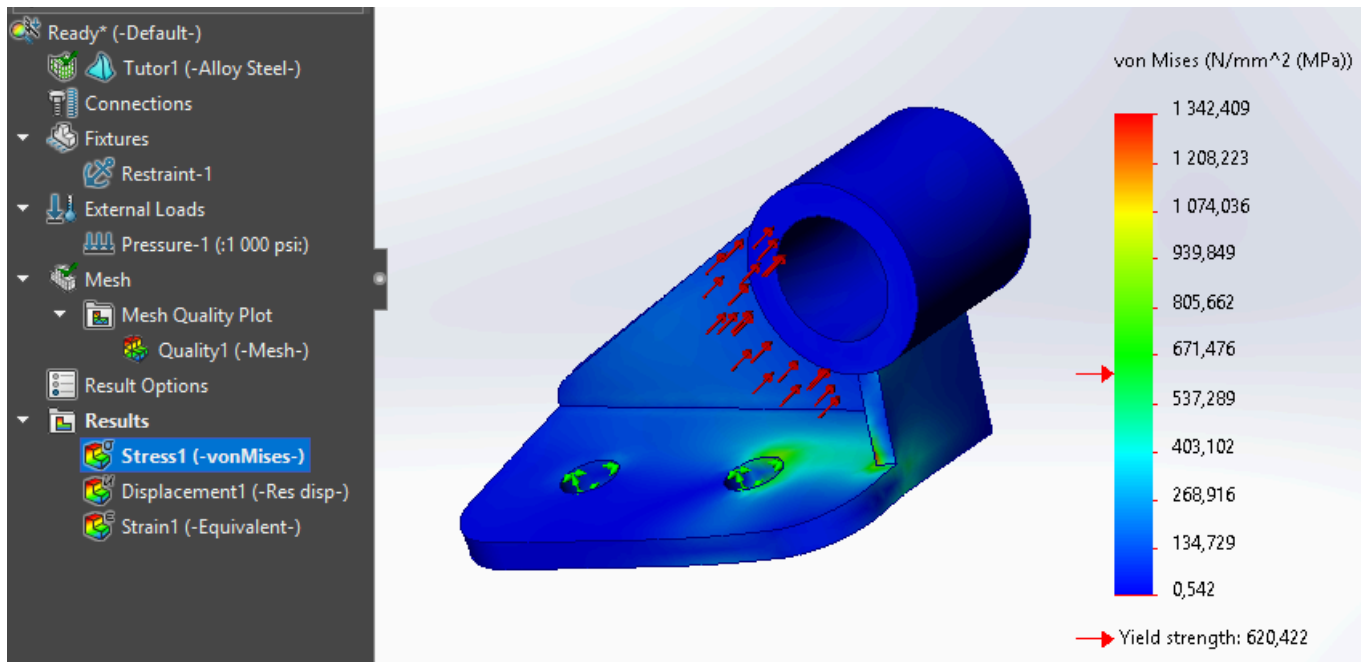


Рис.1. Дерево Simulation, модель деталі та еюра напружень після виконання лінійного статичного дослідження [2]

Нелінійний статичний аналіз^[1-1].

У випадках, коли не виконуються припущення лінійності (відсутність фізичної, конструктивної, контактної нелінійності тощо), лінійна постановка задачі може давати помилкові результати. В таких випадках використовується нелінійний аналіз саме для розв'язання задач із нелінійністю, спричиненою поведінкою матеріалу, великими переміщеннями та контактними умовами. На рис.1. показано, що еквівалентні напруження von Misses становлять 130 МПа, а границя текучості даного матеріалу становить 620 МПа, тобто напруження є вищими границі текучості і має місце пластична деформація, що вказує на необхідність виконання статичного дослідження саме в нелінійній постановці.

Частотний (модальний) аналіз^[1-2].

Тіло (деталь, збірка деталей тощо), виведене зі стану спокою, має тенденцію коливатися з певними частотами, які називаються власними або резонансними частотами. Найнижча власна частота називається основною частотою, але потрібно звертати увагу на масову участь коливання конструкції на тих чи інших частотах. **Для кожної власної частоти тіло набуває певної форми, яка називається формою коливань.** Частотний аналіз обчислює власні частоти та відповідні форми коливань (див. рис.2). Теоретично тіло має нескінченну кількість форм коливань. У методі скінченних елементів (FEA) теоретично кількість форм коливань дорівнює кількості ступенів вільності (DOF). У більшості випадків розглядають лише кілька перших форм, бо, як вже було сказано, потрібно оцінювати масову участь коливання конструкції на тих чи інших частотах. Частотний аналіз

допомагає уникнути руйнування через надмірні напруження, спричинені явищем резонансу. Він також надає інформацію для подальшого вирішення розв'язання динамічного відгуку.

Приклад результату виконання частотного дослідження в Simulation показаний на рис.2.

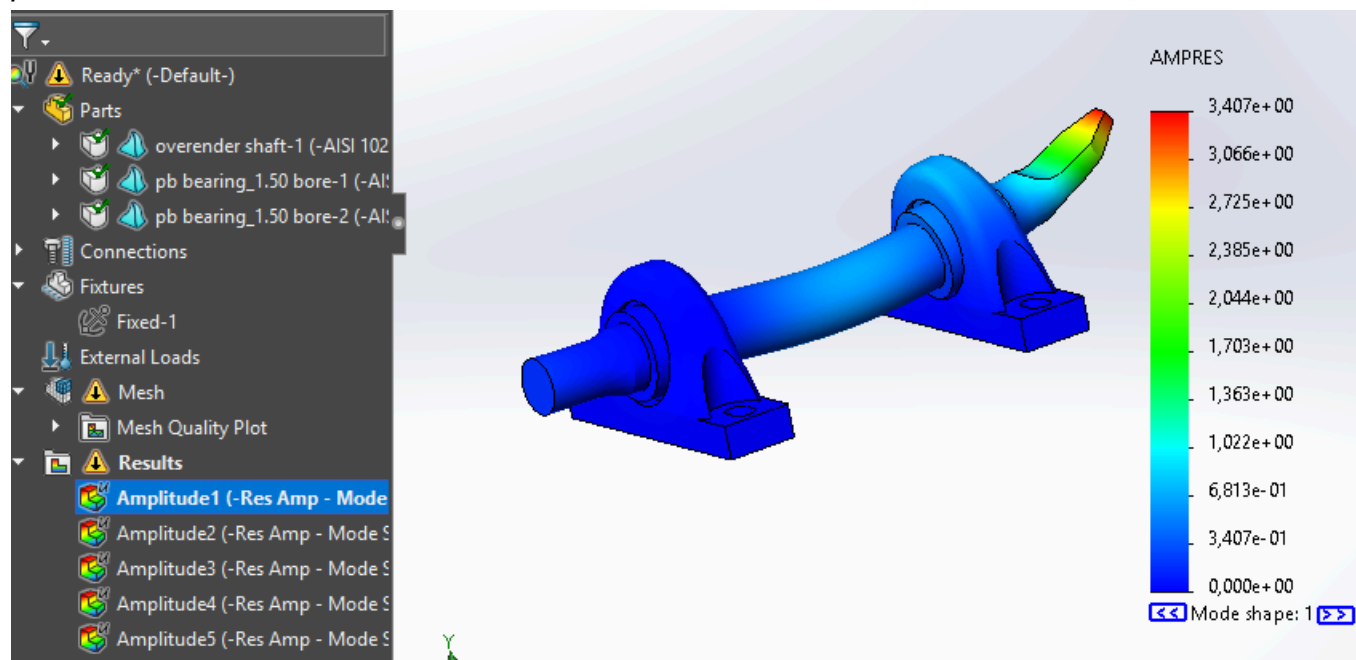


Рис.2. Дерево Simulation, модель деталі та епюра напружень після виконання лінійного статичного дослідження [2-1]

Дослідження втрати стійкості^[1-3].

Втрата стійкості означає раптові великі переміщення, спричинені осьовими навантаженнями. Конструкції, що перебувають під дією осьових навантажень, можуть втратити працездатність через втрату стійкості при рівнях навантаження, менших за ті, які потрібні для руйнування матеріалу. Втрата стійкості може відбуватися в різних формах під дією різних рівнів навантаження. **У багатьох випадках практичний інтерес становить лише найменше критичне навантаження втрати стійкості.**

Термічні дослідження^[1-4].

Термічні дослідження обчислюють температури, температурні градієнти та теплові потоки на основі умов тепловиділення, теплопровідності, конвекції та випромінювання. Теплові дослідження допомагають уникати небажаних теплових станів, таких як перегрівання та плавлення.

Приклад результатів виконання термічного дослідження в середовищі SolidWorks Simulation показано на рис.3.

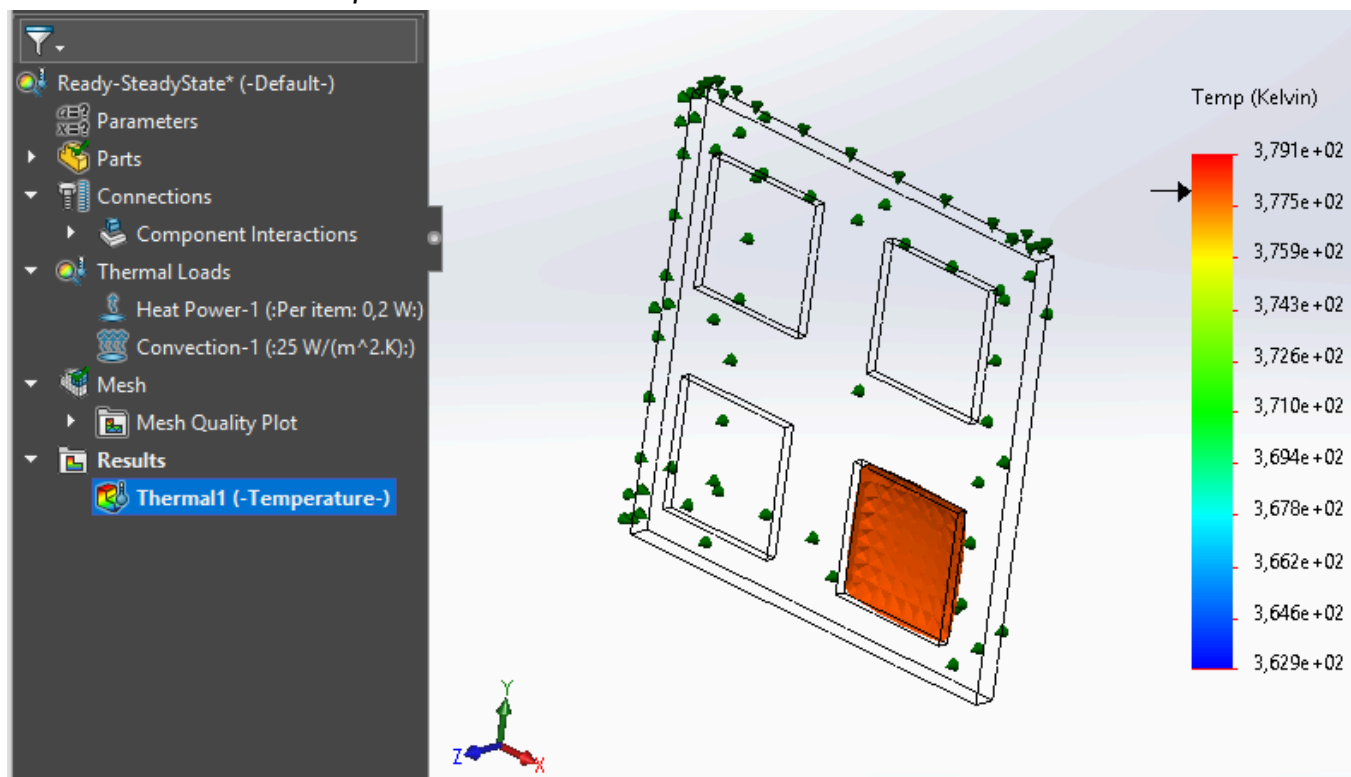


Рис.3. Дерево Simulation, досліджувана модель та термічна еюра еюра після виконання термічного дослідження [2-2]

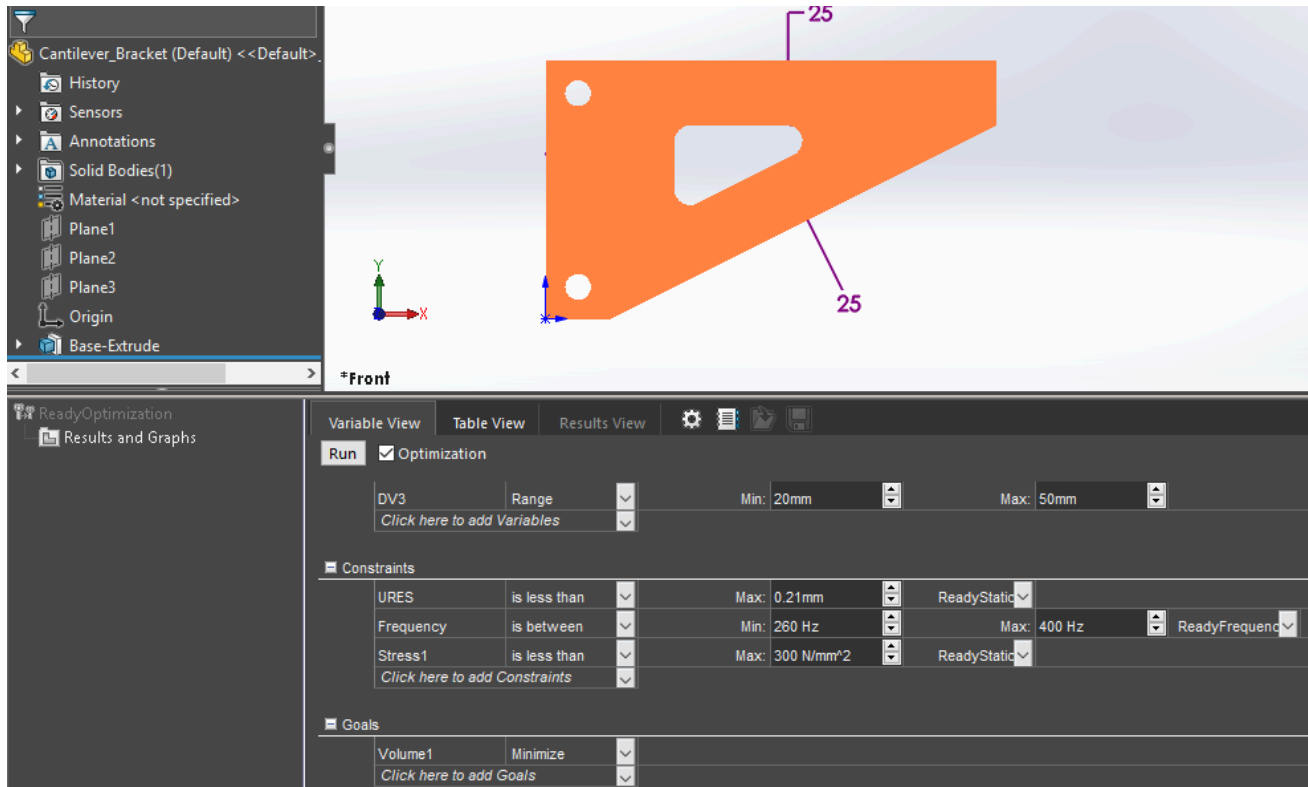
Проектні дослідження (або дослідження проектування) [1-5].

Оптимізаційні проектні дослідження автоматизують пошук оптимальної конструкції на основі геометричної моделі. Більшість сучасних САПР оснащені технологією, яка дає змогу швидко виявляти тенденції та знаходити оптимальне рішення за мінімальної кількості запусків. **Для виконання оптимізаційного дослідження потрібно задати такі елементи:**

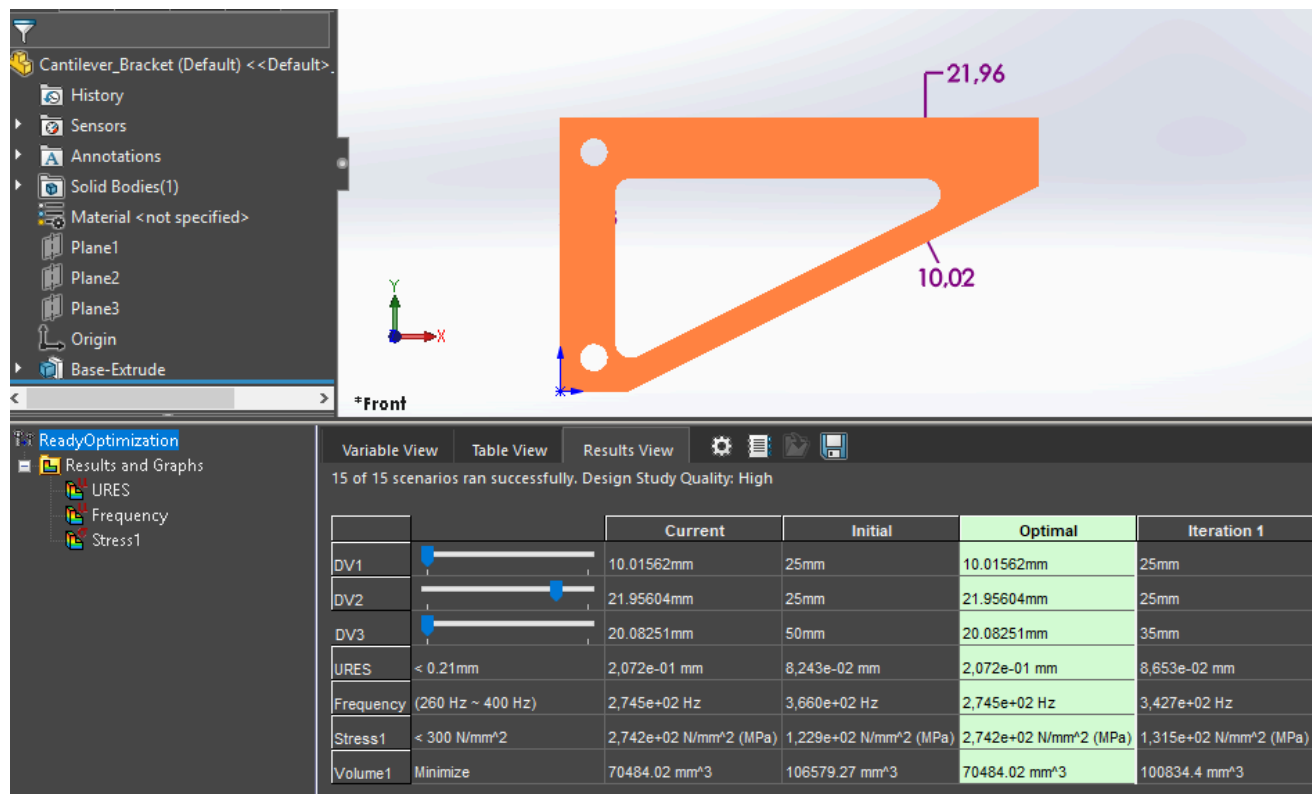
1. **Ціль або цілі.** Вони визначають мету дослідження. Наприклад: мінімізувати кількість матеріалу. Якщо цілі не задано, програма виконує неоптимізаційне проектне дослідження.
2. **Змінні проектування.** Обираються розміри (або параметри елементів дерева побудови), які можуть змінюватися, і задаються межі їх зміни (чато також і крок в межах задається). Наприклад: діаметр отвору може змінюватися від 12 мм " до 15 мм; довжина витягування ескізу може змінюватися від 15 до 20**.
3. **Обмеження.** Задаються умови, яким має відповідати оптимальна конструкція. Наприклад:

- напруження не повинні перевищувати заданих значень;
- переміщення не повинні перевищувати допустимих меж;
- температура не повинна перевищувати встановленого рівня;
- власна частота повинна перебувати в заданому діапазоні.

Приклад формування і оцінка результатів виконання оптимізаційного дослідження (параметрична оптимізація) в середовищі SolidWorks Simulation показано на рис.4. а та б відповідно



а



б

Рис.4. Оптимізаційне дослідження: а - налаштування дослідження; б - результати параметричної оптимізації [2-3]

Лінійні динамічні дослідження^[1-6]

Коли інерційними ефектами та демпфуванням не можна знехтувати, статичні дослідження не дають точних результатів. Лінійні динамічні дослідження використовують **власні частоти** та **форми коливань** для оцінювання реакції конструкцій в умовах динамічного навантаження.

Можна задавати такі види досліджень:

- **Модальні дослідження в часовій області** - використовуються для задання навантажень і оцінювання відгуку як функції часу.
- **Гармонічні дослідження** - використовуються для задання навантажень як функції частоти та оцінювання пікового відгуку на різних робочих частотах.
- **Дослідження випадкових вібрацій** - використовуються для задання випадкових навантажень у термінах **спектральної густини потужності** та оцінювання відгуку через **загальні середньоквадратичні значення** або **спектральну густину потужності** на різних частотах.
- **Дослідження за спектром відгуку** - використовуються для оцінювання пікових відгуків у часі для системи, що зазнає певного руху основи, описаного у вигляді **розрахункового спектра**.

❶ **Нелінійні динамічні дослідження** використовуються тоді, коли на реакцію конструкції суттєво впливають нелінійні властивості матеріалу, великі переміщення, контактні взаємодії, а також зміна умов роботи в часі. Такі дослідження дають змогу оцінювати поведінку моделі під дією змінних у часі навантажень у випадках, коли лінійне припущення вже не забезпечує достовірних результатів. Їх застосовують для аналізу складних процесів удару, контакту, пластичного деформування та інших динамічних явищ із вираженою нелінійністю

Дослідження падіння (ударні навантаження)^[1-7]

Дослідження падіння призначені для оцінювання впливу падіння деталі або збірки на **жорстку** чи **пружну поверхню підлоги**. Їх можна використовувати для моделювання удару моделі об **жорстку** або **пружну плоску поверхню**.

Приклад результатів виконання дослідження на удар в середовищі SolidWorks Simulation показано на рис.5.

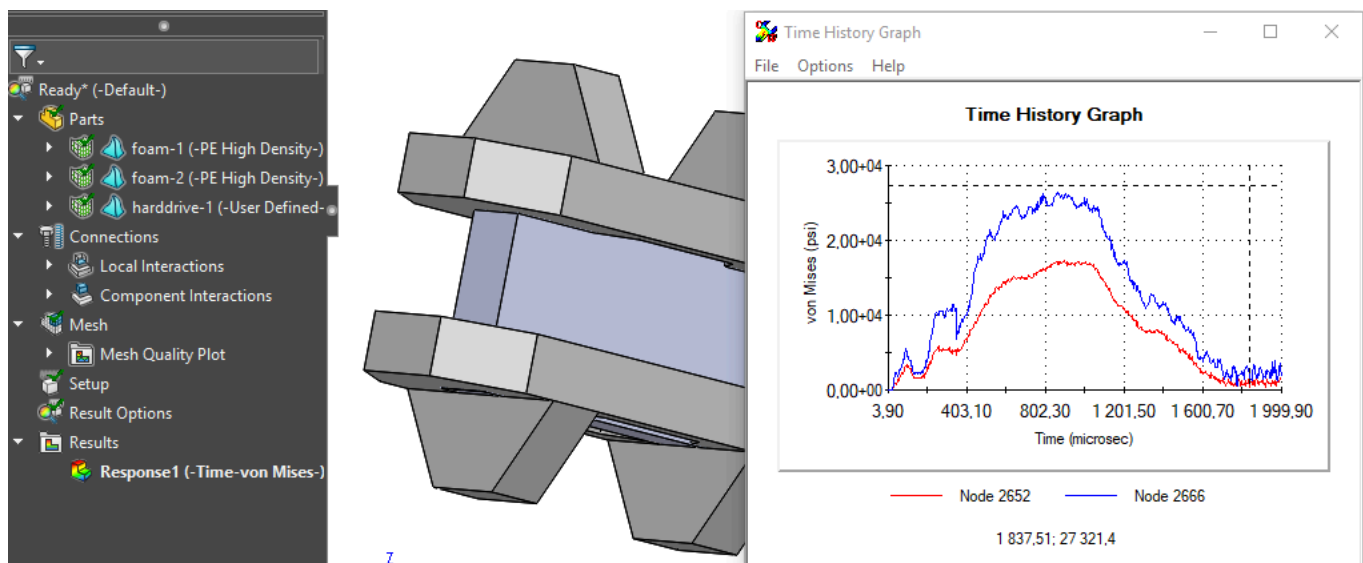


Рис.4. Виконання Drop Test studies в SolidWorks Simulation ^[2-4]

Дослідження втоми (втомної міцності)^[1-8]

Дослідження втоми враховують, що багаторазове навантаження і розвантаження з часом послаблює об'єкт, навіть якщо викликані напруження є значно меншими за допустимі межі. Це явище називається **втомою**.

Лінійні та нелінійні структурні (статичні і динамічні) дослідження не прогнозують руйнування внаслідок втоми. Вони лише обчислюють реакцію конструкції на задані умови закріплення та навантаження. Якщо припущення аналізу виконуються, а розраховані напруження перебувають у допустимих межах, робиться висновок, що конструкція є

безпечною в цих умовах незалежно від того, скільки разів прикладається навантаження.

Дослідження втоми оцінюють **вичерпаний ресурс** об'єкта на основі **подій втоми** та **кривих S–N**. Розрахунки втоми можуть базуватися на:

- інтенсивності напружень;
- еквівалентних напруженнях за Мізесом;
- максимальних головних знакозмінних напруженнях.

⚡ Вище наведено частину типів досліджень, що представлені в більшості сучасних САПР, але наведений список досліджень не є таким, що охоплює інші типи досліджень (наприклад, не згадана топологічна оптимізація тощо)

На рисунку 5 показані всі дослідження, що наявні (залежно від конфігурації доступної ліцензії) в SolidWorks Simulation та NASTRAN (з інтеграцією в Inventor)

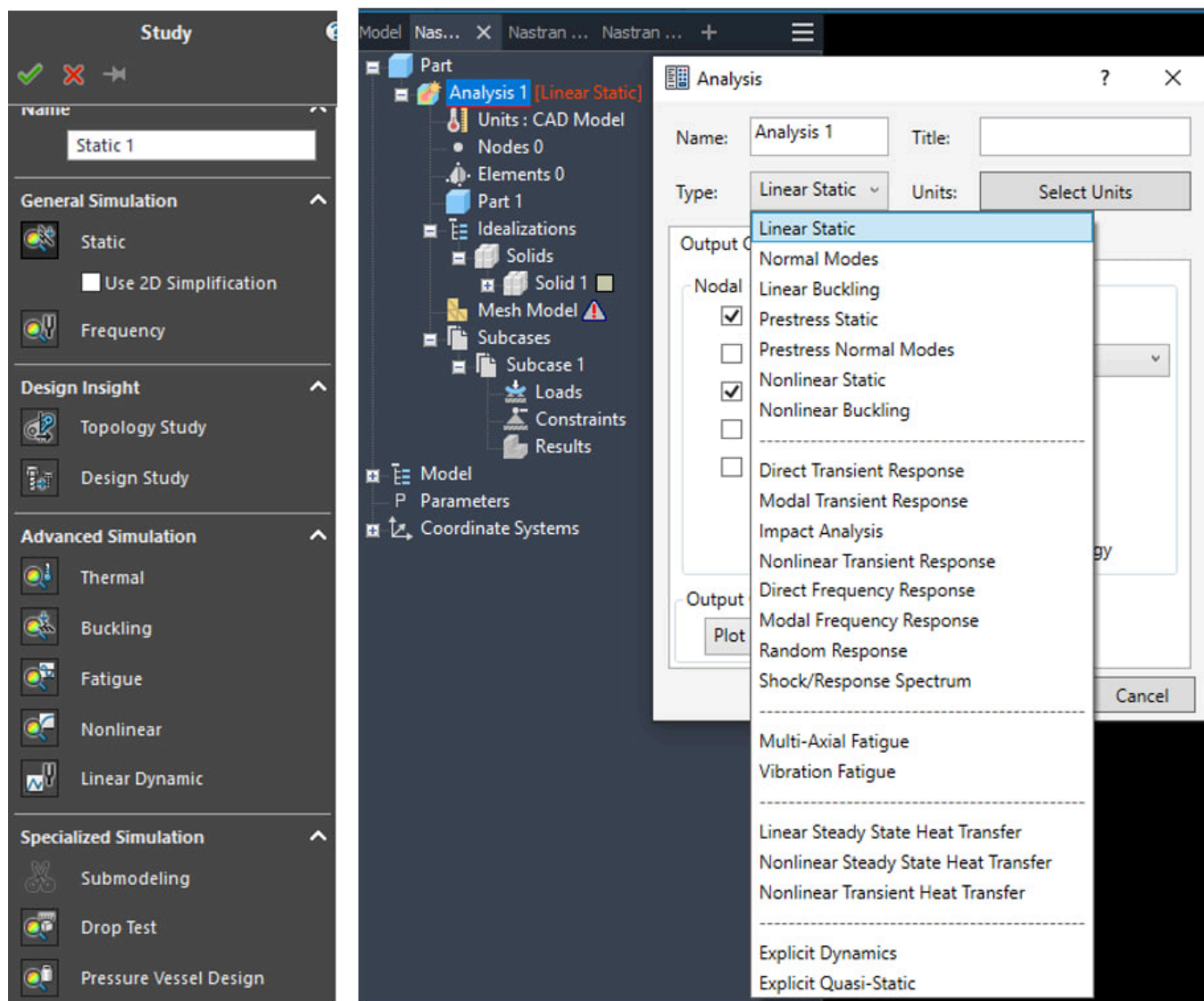


Рис.5. Типи досліджень SolidWorks Simulation та Autodesk NASTRAN

Розділ 2. Межі застосування лінійної постановки задач

Як вже було зазначено, під час лінійного статичного аналізу розраховуються переміщення, деформації, напруження і сили реакції під дією прикладених силових (або термічних) факторів^[3].

Лінійний статичний аналіз передбачає наступне^[3-1]:

- **ПЕРШЕ:** припущення статички (**Static Assumption**) - всі зовнішні силові фактори прикладаються повільно і поступово, після досягнення свого максимального значення не змінюються.

📋 Це припущення (**Static Assumption**) дозволяє знехтувати інерційними факторами та демпфуванням. Останнє вкрай важливо, бо динамічне навантаження може викликати рівень напружень, що становить $1/(2\chi)$ ^[3-2] від величини напружень при статичному дослідженні при тому самому значенні величини зовнішнього силового фактору. В $1/(2\chi)$: χ - це коефіцієнт в'язкого демпфування. Якщо, наприклад, $\chi=0,05$, то напруження при статичному і динамічному дослідженнях можуть відрізнятись у $1/(2\chi 0,05) = 10$ разів.

При цьому в статичних лінійних дослідженнях можна використовувати **відцентрове навантаження**, котре діє при обертанні об'єкта дослідження, **але тільки про обертанні без прискорення** (з постійною швидкістю).

- **ДРУГЕ:** для всіх матеріалів в дослідженні виконується закон Гука (Hooke's law); деформації, котрі виникають в моделі, є малі і не впливають на жорсткість. також не змінюється характер закріплення чи інших граничних умові під дією навантаження (не виникає конструктивна нелінійність).

⚡ Вплив переміщень елементів конструкції на величину та/або напрямки дії граничних умов (силових факторів та/або закріплення моделі) можна назвати геометричною нелінійністю^[4].

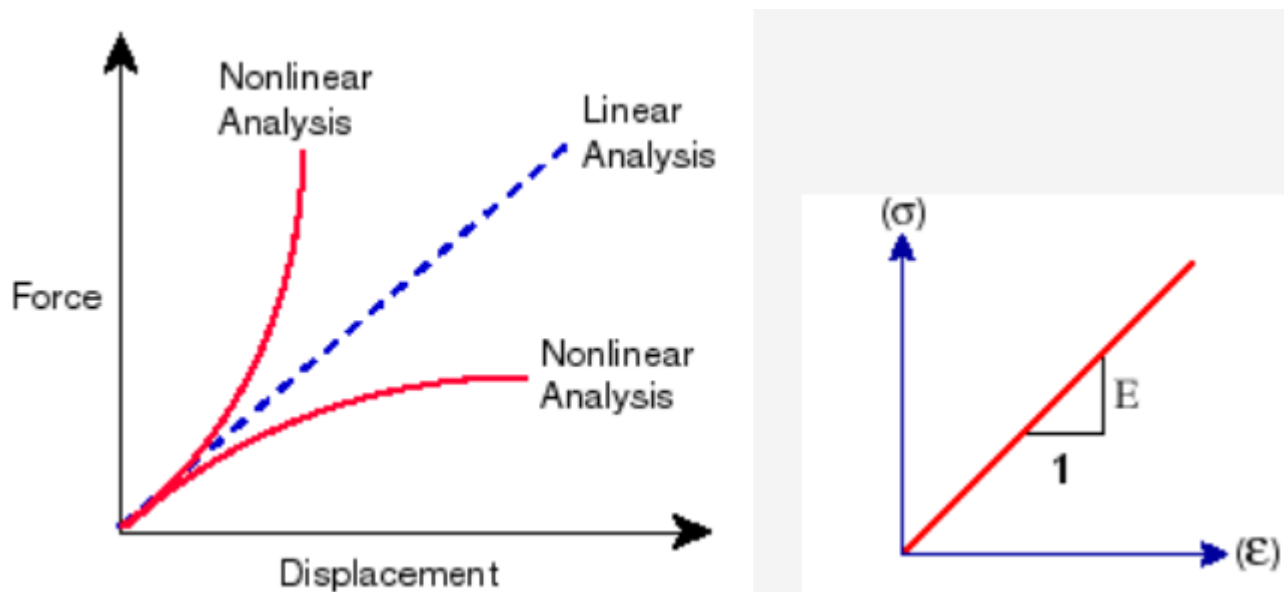


Рис.1. Ілюстрація відмінності між лінійною реакцією конструкцією і нелінійною [3-3]

⚡ Відхилення від лінійної реакції системи може виникати і тоді, коли на межі контакту деталей в перший період часу навантаження передається через малу площу контакту, що може призвести до суттєвої зміни форми [4-1], крім того під час навантаження площа контакту, по якій передається зусилля, може суттєво змінюватися

Якщо дослідження відбувається в пружній зоні (напруження не досягають границі текучості матеріалу), для матеріалу виконується закон Гука, відсутні конструктивні нелінійності, переміщення малі та не впливають на жорсткість, відсутні зміни граничних умов та не змінюється площа контакту під час навантаження, то можна використовувати лінійну постановку задачі статичного дослідження.

Список використаних джерел інформації

1. Study Types // SOLIDWORKS Web Help. 2025. URL: https://help.solidworks.com/2025/english/solidworks/cworks/c_Study_Types.htm ↩↩↩↩↩↩↩↩↩
2. SOLIDWORKS Simulation Tutorial : вбудований навчальний матеріал програмного забезпечення SOLIDWORKS Simulation. Електрон. дані. Dassault Systèmes SolidWorks Corp. ↩↩↩↩↩
3. Linear Static Analysis. SOLIDWORKS Help 2024 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://help.solidworks.com/2024/english/SolidWorks/cworks/c_Linear_Static_Analysis.htm?id=26.6.0 – Назва з екрана. ↩↩↩↩
4. Артюх О. М., Дударенко О. В., Кузьмін В. В. та ін. Автоматизоване проектування елементів автотранспортних засобів та засобів їх діагностування : навч. посіб. – Запоріжжя : НУ

«Запорізька політехніка», 2021. – 540 с. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу:
<https://eir.zp.edu.ua/items/1d01af83-c765-4660-ac87-bcd50411e256> – Назва з екрана. ↩ ↩