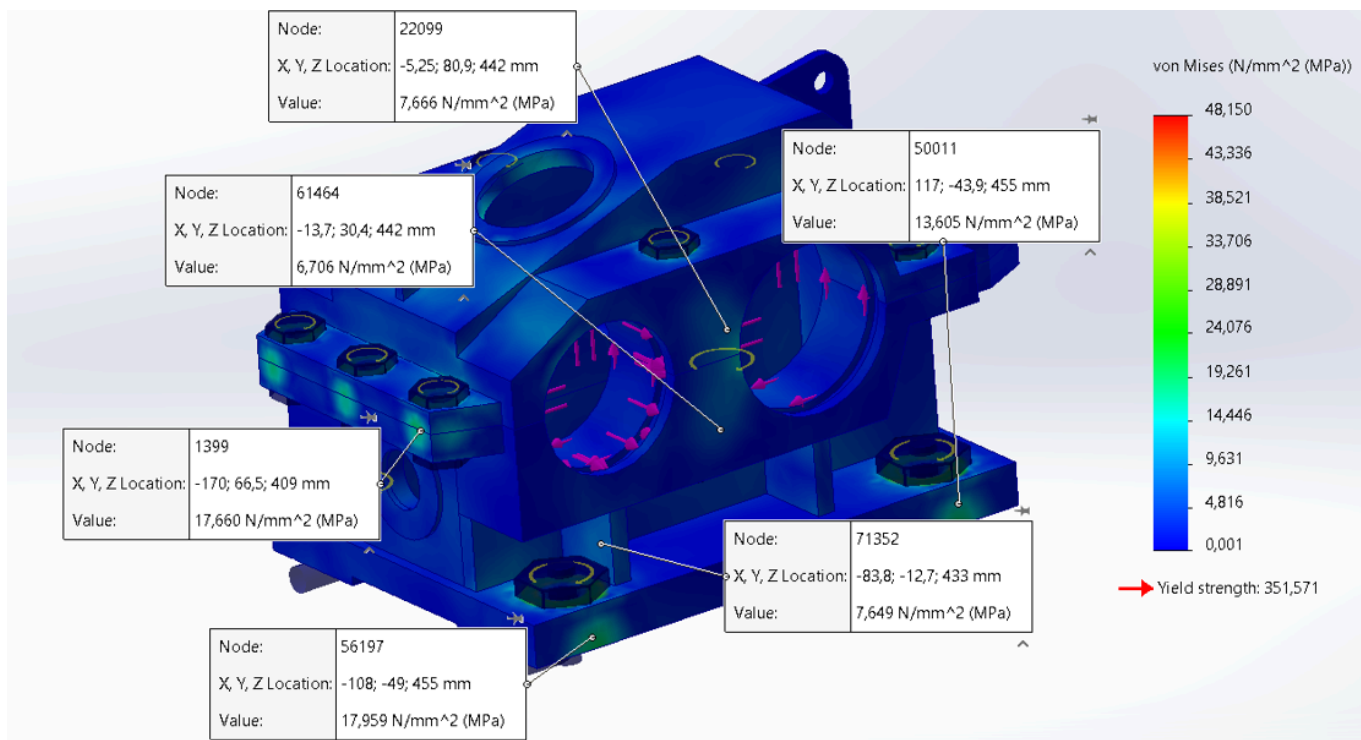


Лекція 1. Вступ до FEA

Розділ 1. Що таке аналіз методом скінченних елементів (FEA)?^[1]

❗ Матеріал розділу 1 підготовлено на основі відкритих навчальних матеріалів **ANSYS (What is Finite Element Analysis?)**. Зазначені матеріали перекладені та адаптовані автором лекції з використанням інструментів штучного інтелекту. Окремі пояснення, приклади, графічні матеріали та результати чисельних розрахунків є авторськими розробками.

Аналіз методом скінченних елементів (FEA) — це процес прогнозування поведінки об'єкта на основі розрахунків, виконаних за допомогою методу скінченних елементів (FEM). Хоча FEM є математичною технікою (підходом), FEA є інтерпретацією результатів, які надає FEM.



FEM використовує математику, щоб розбити складні системи на менші, простіші частини, або «елементи» (в лекцій №2 це питання буде розкрито детальніше).

📄 Можна сказати, що, наприклад, весь матеріал корпусу циліндричного редуктора буде розділений на маленькі частинки - наче на будівельні цеглини. При цьому топологія виробу (корпусу редуктора) відтворюється (в подальшому це питання буде уточнено).

Потім він (FEM) застосовує диференціальні рівняння до кожного елемента окремо, використовуючи обчислювальні можливості комп'ютерів (це спрощене формулювання, детальніше - в лекції №2).

⚡ Якщо говорити детальніше, то FEM:

- а) застосовує диф. рівняння до всієї області;
- б) виконує перехід до інтегральної форми;
- в) вводиться апроксимація переміщень через функції форми;
- г) отримується система алгебраїчних рівнянь у матричному вигляді;
- д) елемент дають локальні матриці жорсткості, котрі зводяться в глобальну систему

FEA є застосуванням рівнянь FEM і є основою багатьох типів програмного забезпечення для моделювання. Він використовується для перевірки та тестування проєктів безпечно, швидко та економічно шляхом створення віртуальних моделей реальних об'єктів.

Моделювання методом скінченних елементів дає змогу моделювати елементи фізичного світу без витрат часу або ризиків, пов'язаних зі створенням фізичних прототипів. Скінченно-елементні моделі (СКЕМ) використовуються для розв'язання різних умов і сценаріїв у різних галузях, особливо в тих, що мають складні або високоризикові середовища, таких як аерокосмічна галузь та біомеханіка.

Приклади аналізу методом скінченних елементів

Завдяки своїй здатності наближено описувати задачі з дуже нерегулярною геометрією, FEA може бути застосований майже до всього. Будь-яка фізична поведінка, описана за допомогою диференціальних рівнянь, як більшість інженерних задач і навіть деякі спеціалізовані задачі, такі як квантова механіка, може бути розв'язана за допомогою FEA.

FEA зазвичай використовується в галузях, де фізичне тестування є неможливим або непрактичним. Приклади застосувань із використанням моделей FEA включають:

Цивільне будівництво: FEA використовується для оцінки безпеки та цілісності таких конструкцій, як мости, будівлі та дамби. FEA може допомогти інженерам оптимізувати свої проєкти для відповідності стандартам безпеки та прогнозувати потреби в обслуговуванні.

Аерокосмічна інженерія: FEA використовується для моделювання роботи компонентів і систем літальних апаратів у різних умовах польоту. Міцність шасі, аеродинаміка, теплові напруження, прогнозування втоми, вібрації, витрата палива та багато іншого можуть бути змодельовані за допомогою FEA.

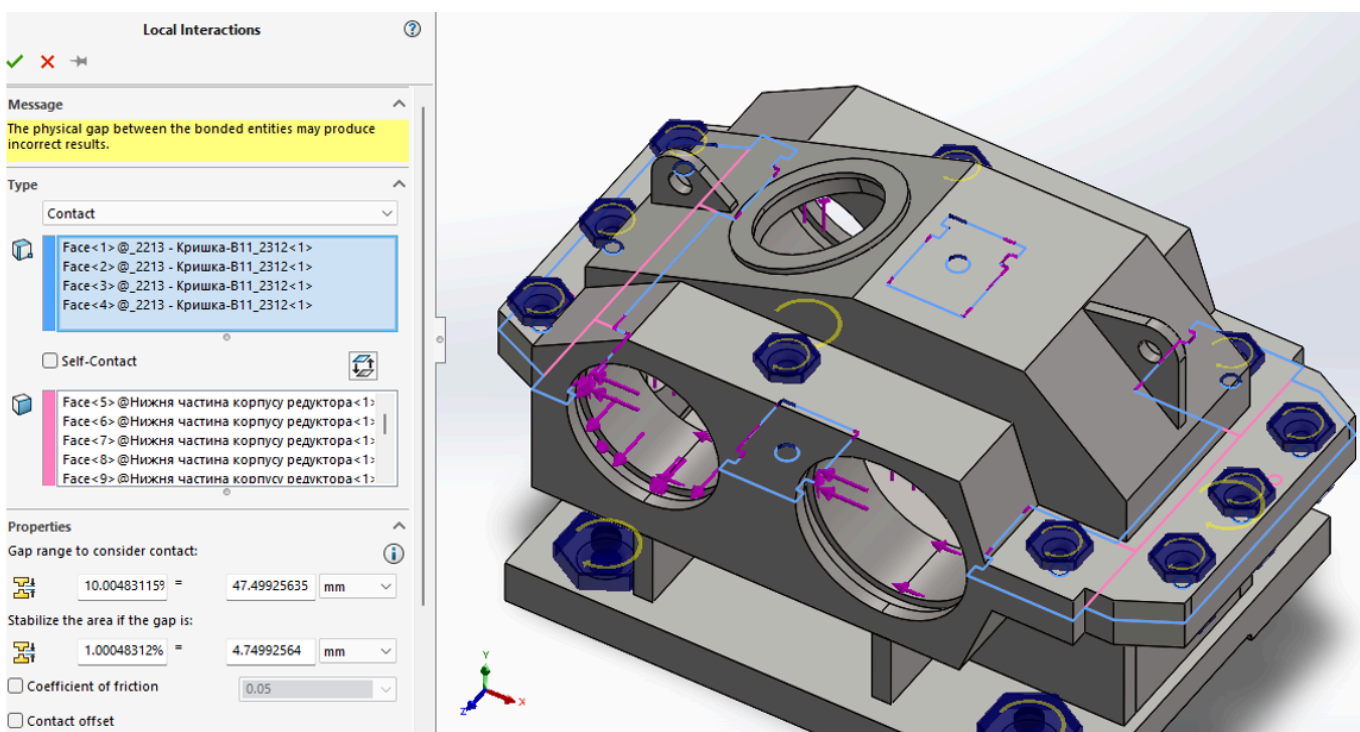
Автомобільна інженерія: FEA використовується для оцінки систем у транспортному засобі, включаючи проєкційні дисплеї, довговічність акумулятора, зовнішнє освітлення та міцність конструкції при аваріях. Під час випробувань безпеки FEA може допомогти інженерам оцінити роботу різних систем безпеки за різних умов удару.

Як працює аналіз методом скінченних елементів?

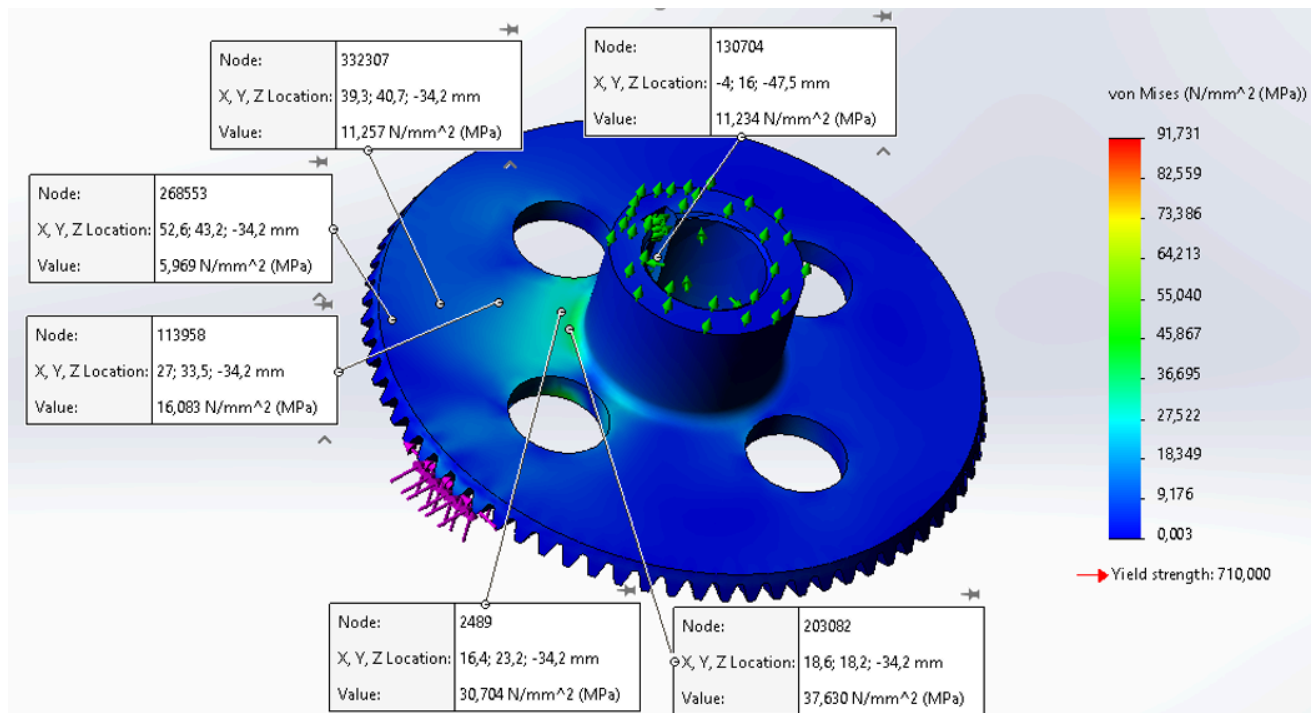
Аналіз методом скінченних елементів працює шляхом дискретизації області, що досліджується, і подальшого складання фізичних рівнянь для розв'язання інженерної задачі (*детальніше в лекції № 2*). Об'єднуючи ці елементи разом для представлення фізичної системи, інженери можуть прогнозувати поведінку всієї структури. За допомогою FEA відповідь на питання «Чи буде мій автомобіль безпечним після пробігу 100 000 миль?» починається з поділу автомобіля на системи, систем — на компоненти, а компонентів — на елементи за допомогою сітки елементів, відомої як розбиття на сітку (meshing).

Процес аналізу методом скінченних елементів

- **Підготовчий етап (Pre-process):** визначення фізичних явищ і реальних умов, які будуть використані в моделі.



- **Обчислювальний етап (Process):** поділ об'єкта на скінченні елементи шляхом побудови сітки та застосування відповідних фізичних моделей і/або рівнянь до кожного елемента. Потім рівняння об'єднуються і розв'язуються.
- **Післяобробка (Post-process):** обчислення результатів для аналізу та інтерпретації наслідків для всієї області.



Які переваги FEA?

За допомогою FEA можливо моделювати геометрію будь-якої форми, майже будь-якого масштабу (від нанорівня до великого пасажирського літака), з будь-яким типом фізики (теплопередача, гідродинаміка, механіка конструкцій тощо).

Переваги FEA включають:

- **Аналіз складної геометрії:** FEA може аналізувати складні структури, які інакше було б важко або неможливо оцінити
- **Моделювання різних фізичних процесів:** FEA дозволяє інженерам моделювати кілька фізичних задач одночасно
- **Економія часу, коштів і ресурсів:** FEA зменшує потребу у фізичних прототипах, дозволяючи інженерам оцінювати безпеку, надійність і ефективність проекту ще до його створення

Обмеження та виклики FEA

Як і у випадку з багатьма технологіями, результат залежить від вхідних даних. Моделі FEA залежать від точності інформації, використаної для їх побудови. Усі припущення, такі як

геометрія, властивості матеріалів і тип аналізу, можуть впливати на достовірність результатів моделі. Лише використовуючи точні дані, FEA може надати точні результати.

Ще одним викликом FEA є те, що для отримання найкращих результатів його слід використовувати у співпраці з експертами. Хоча FEA став простішим у використанні, а штучний інтелект обіцяє ще більше спростити моделювання, наразі все ще існує потреба у відповідному керівництві та заходах контролю для ефективного використання інструментів FEA.

Типи аналізів методом скінченних елементів

Залежно від конкретних інженерних задач, існує кілька типів аналізу, які можуть виконуватися за допомогою FEA. Багатофункціональне програмне забезпечення для моделювання, таке як Ansys Mechanical, надає набір інструментів для виконання різних сценаріїв проєктування. Деякі з найпоширеніших типів аналізу:

- **Статичний аналіз:** виконується для сталих навантажень, коли умови не змінюються з часом
- **Динамічний аналіз:** використовується для розрахунків, пов'язаних зі змінами в часі або частоті
- **Модальний аналіз:** досліджує власні частоти для прогнозування того, як конструкції вібрують і як ці вібрації впливають на їхню роботу

Майбутнє FEA

Оскільки світ стикається зі все складнішими інженерними задачами, такими як виробництво енергії, автоматизація та дослідження глибокого космосу, FEA і надалі залишатиметься відповідним методом для пошуку найінноваційніших рішень. Використовуючи постійно зростаючу обчислювальну потужність високопродуктивних обчислень та інтегруючи можливості штучного інтелекту, FEA майбутнього зможе надавати більш якісні результати більшій кількості людей і швидше, ніж будь-коли раніше.

Розділ 2. Алгоритм досліджень SolidWorks Simulation^[2]

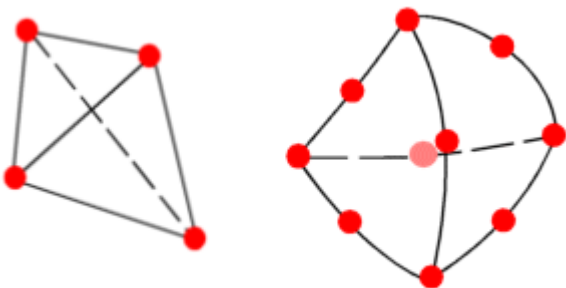
 Матеріал розділу 2 підготовлено на основі джерела **Наукові основи оцінки динамічної якості верстатів і їх вузлів при агрегатно-модульному проєктуванні**. Зазначені матеріали адаптовані автором лекції з використанням інструментів штучного інтелекту. Окремі пояснення,

Вступ

Проектування більшості деталей, підбірок, збірок, механізмів, машин та заводів виконується в різних системах автоматизованого проектування (САПР) . Для цього застосовуються різні типи 3D-моделювання (зокрема: твердотільне, поверхневе, каркасне). Використання тих чи інших типів 3D-моделювання являється критерієм встановлення типів скінченних елементів за замовчуванням у SolidWorks Simulation при виконанні низки досліджень^[2-1]. Але користувач може змінювати тип скінченних елементів, котрий встановлений програмою за замовчуванням, для цього потрібно мати знання щодо типів скінченних елементів (в розрізі SolidWorks Simulation) та особливостей їх використання.

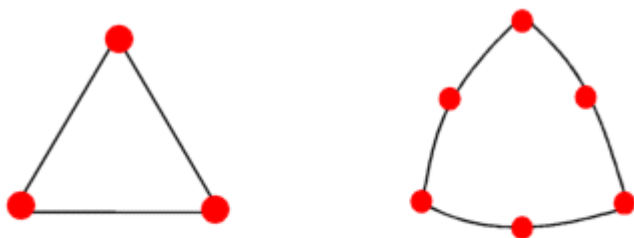
SolidWorks Simulation для твердотільних моделей за замовчуванням визначає дискретизацію тетраедральними скінченними елементами (СКЕ), для поверхневих - оболонковими СКЕ, а для каркасних - стержневими СКЕ.

Тетраедральні СКЕ^[3]



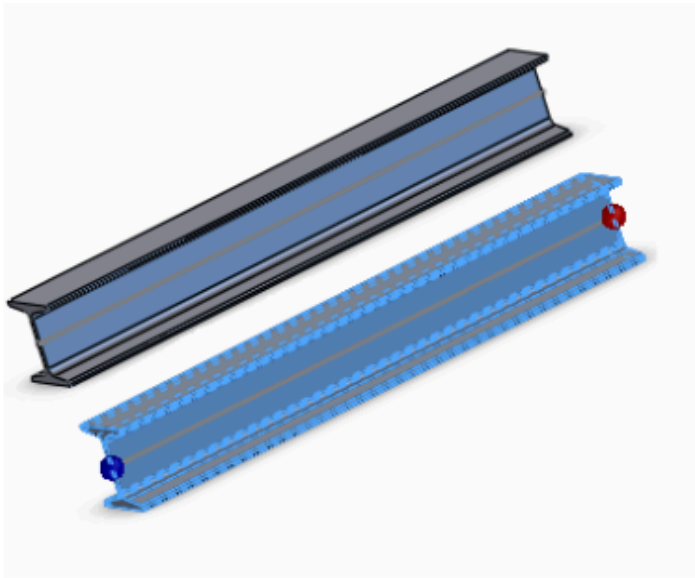
Linear solid element Parabolic solid element

Оболонкові СКЕ^[3-1]

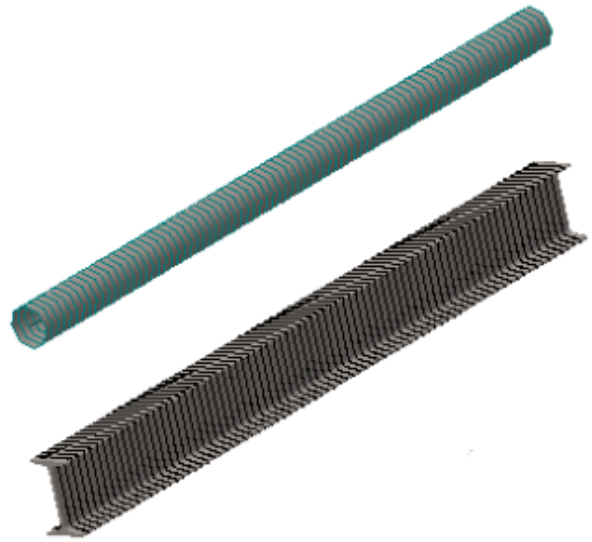


Linear triangular element Parabolic triangular element

Балочні та стержневі СКЕ^[3-2]



Structural member and joints



Mesh on cylinders and beam geometry

Імітаційне дослідження (симуляції їх розрахункових моделей) деталей та вузлів дозволяє прогнозувати поведінку елементів досліджуваної конструкції під дією тих чи інших навантажень та умов кріплення з урахуванням контактної взаємодії та властивостей матеріалів. Практично всі необхідні розрахунки при моделюванні під час проектування конструкцій можна здійснити засобами САПР. Водночас слід зазначити, що МКЕ має недоліки, котрі обумовлені похибками FEM.

Крім того слід зазначити, на офіційній довідці SolidWorks чітко заявлено про відмову від відповідальності, тобто забороняється використовувати виключно результати моделювання без експериментальних досліджень та практичного досвіду для визначення достатньої/недостатньої міцності. З цього виходить, що кінцеве утвердження проекту (конструкції) повинно базуватися на експериментальних дослідженнях, так як дослідження в Simulation в більшій мірі слугують для прискорення процесу проектування, вони (дослідження в Simulation) не замінюють експериментальні випробування деталей чи вузлів.

Загальний алгоритм формування досліджень SolidWorks Simulation

Алгоритм (у вигляді блок-схеми) виконання досліджень методом кінцевих елементів у САПР показаний нижче^[2-2]



Загальна блок-схема розрахунку за FEM^[2-3]

В подальших лекціях більшість складових алгоритму (в межах даної освітньої компоненти, наприклад, динамічні дослідження не виконуються, тож, наприклад, п.4 алгоритму не буде розглядатися) будуть детально розкриті.

Список використаних джерел інформації

1. **What is Finite Element Analysis?** [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.ansys.com/simulation-topics/what-is-finite-element-analysis> (date of access: 02.03.2026) ↩

2. Чуприна, В. М. **Наукові основи оцінки динамічної якості верстатів і їх вузлів при агрегатно-модульному проектуванні**: дис. ... д-ра техн. наук : 05.03.01 – процеси механічної обробки, верстати та інструменти / Чуприна Володимир Михайлович. – Київ, 2017. – 466 л. ↩ ↩ ↩ ↩
3. Dassault Systèmes SolidWorks Corp. *Background on Meshing*. SOLIDWORKS Simulation Help. – Режим доступу:
https://help.solidworks.com/2026/english/SWConnected/cworks/c_Background_on_Meshing.htm?id=24.16 (дата звернення: 27.02.2026). ↩ ↩ ↩