

Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

**Кручення** виникає при дії на стрижень зовнішніх сил, які утворюють момент відносно осі стрижня (рис. 3). Деформація кручення супроводжується поворотом поперечних перерізів стрижня один відносно одного навколо його осі. Кут повороту одного перерізу стрижня відносно іншого, що перебуває на відстані  $l$ , - кут закручування на довжині  $l$ . Відношення кута закручування  $\varphi$  до довжини  $l$  називають відносним кутом закручування  $\theta$ :

$$\theta = \varphi / l$$

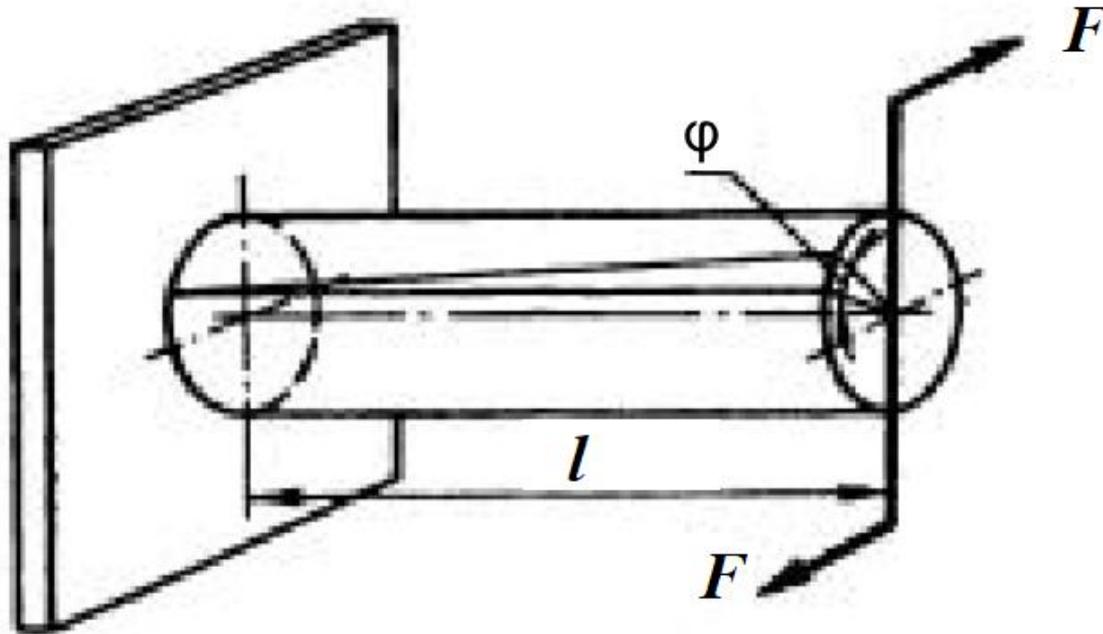
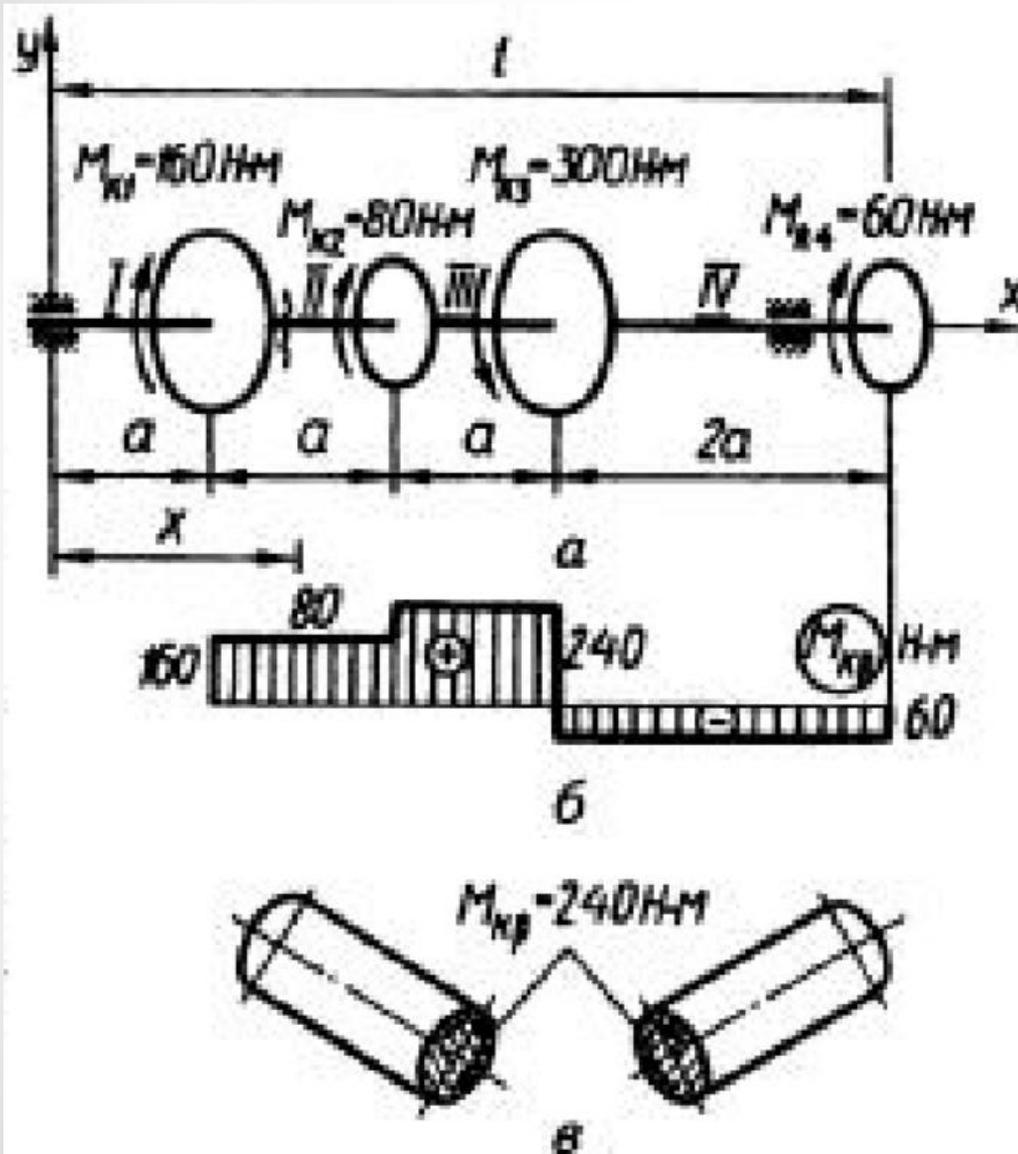


Рис. 1

Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні



Деформація кручення найбільш поширена у валах. Якщо навантаження на прямолінійний стрижень (вал) складається тільки з моментів  $M_k$ , площини яких перпендикулярні до осі стрижня, то із шести зусиль та моментів у довільному перерізі залишається лише крутний момент  $M_{кр}$ .

Внутрішній момент  $M_{кр}$  виражається через зовнішні  $M_k$ :  $M_{кр}$  у перерізі дорівнює сумі зовнішніх моментів  $M_k$ , розміщених по один бік від перерізу. Якщо стрижень (вал) обертається рівномірно, то алгебраїчна сума всіх  $M_k$  дорівнює нулю.

Правило знаків: крутний момент  $M_{кр}$  вважається додатним, якщо при спостереганні з торця вздовж осі розглядуваної частини він намагається обертати переріз за годинниковою стрілкою

Рис. 1. Побудова епюри скручування

## Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

Крутний момент на кожній ділянці не залежить від абсциси перерізу, тому епюра крутних моментів має вигляд трьох прямокутників (рис. 1, б). У перерізах, де прикладені зосереджені зовнішні моменти  $M_k$ , утворюються стрибки на значення цих моментів.

В місці стрибка крутні моменти не визначають. Їх обчислюють на нескінченно близьких відстанях.

### Деформації скручування

Зі схеми рис. 2, видно, що під дією скручувального моменту, прикладеного на вільному кінці, будь-який переріз на відстані  $x$  від місця закріплення повертається відносно закріпленого перерізу на певний кут  $\varphi$  кут закручування. При цьому чим більший скручувальний момент  $M_k$ , тим більший і кут закручування. Залежності  $\varphi = f(M_k)$ , які називаються діаграмами кручення, можна дістати експериментально.

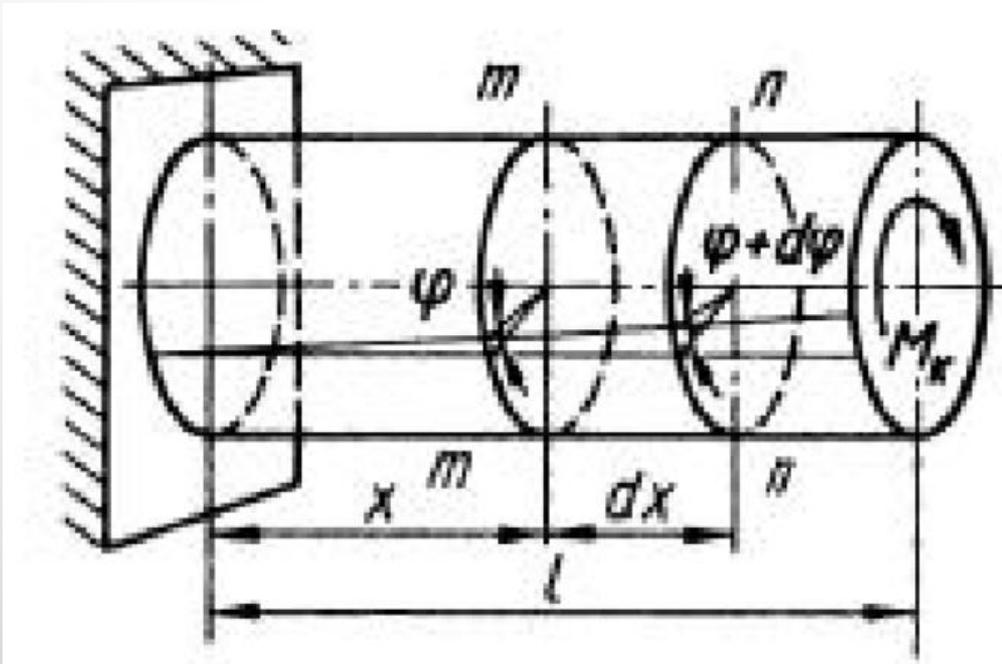


Рис. 2. Деформація валу на скручування

## Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

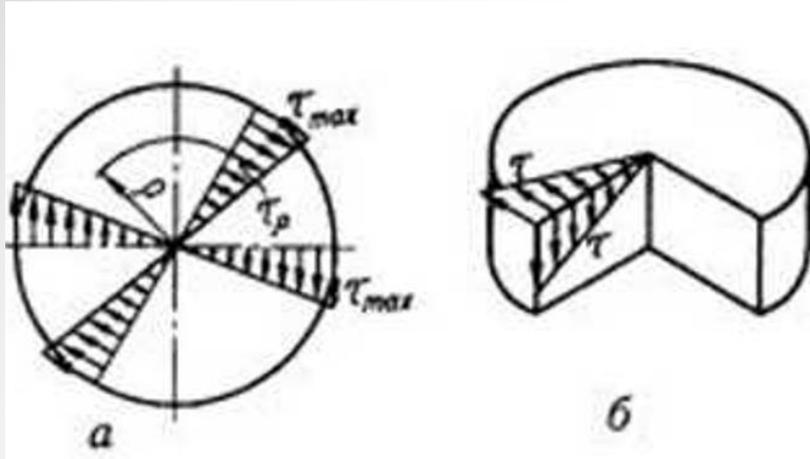


Рис. 3. Напруження у валу при скручуванні

Кути зсуву та дотичні напруження в поперечному перерізі змінюються за лінійним законом прямо пропорційно відстані  $\rho$  точок від центра перерізу (рис. 3).

Формула для визначення відносного куга закручування круглого стрижня має вигляд:

$$\Theta = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_{кр}}{GJ_p}$$

$GJ_p$  — жорсткість поперечного перерізу стрижня при крученні,  $\text{Н}\cdot\text{м}^2$ ;  $J_p$  — полярний момент інерції круглого стрижня, який для суцільного стрижня діаметром  $d$  виражається формулою

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

а для трубчастого стрижня з внутрішнім діаметром  $d_{в}$  і зовнішнім  $d_{з}$ :

$$J_p = \frac{\pi(d_{з}^4 - d_{в}^4)}{32}$$

## Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

Дотичне напруження у будь-якій точці перерізу валу під дією крутного моменту визначається за формулою:

$$\tau = \frac{M_{кр} \rho}{J_p}$$

Тоді максимальне дотичне напруження, яке діє в зовнішньому шарі матеріалу круглого стрижня:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр} r}{J_p} = \frac{M_{кр}}{W_p},$$

де  $W_p = \frac{J_p}{r}$  полярний момент інерції перерізу

Для валу круглого перерізу:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}; \quad \tau_{\max} = \frac{16 M_{кр}}{\pi d^3}.$$

З формул для визначення максимального дотичного напруження та деформації при крученні, можна записати рівняння міцності та жорсткості при крученні

Умова міцності:  $\tau_{\max} = M_{кр} / W_p \leq [\tau],$

Умова жорсткості:  $\Theta_{\max} = \frac{M_{кр}}{GJ_p} \leq [\Theta],$

$[\Theta]$  — допустимий відносний кут закручування

## Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

## Напружений стан і руйнування при скручуванні

В перерізах, нахилених до осі валу, діятимуть також і нормальні напруження. Найбільші нормальні напруження діють на головних площадках, які нахилені під кутом  $45^\circ$  до осі валу.

Тобто, небезпечними можуть бути як дотичні напруження як в поперечних та поздовжніх перерізах валу, так і нормальні напруження, що виникають в площадках під кутом  $45^\circ$  до перших. У зв'язку з цим характер руйнування валу при крученні залежатиме від здатності матеріалу протидіяти певним напруженням.

Якщо матеріал погано чинить опір дотичним напруженням (дії зсуву, наприклад, деревини вздовж волокон), то перші тріщини руйнування виникають по твірних у місцях дії максимальних дотичних напружень (рис. 4, б). Якщо матеріал погано чинить опір дії нормальних напружень, наприклад чавун, то тріщини руйнування при крученні пройдуть по лініях, нормальних до дії головних напружень розтягу, тобто по гвинтових лініях, дотичні до яких утворюють кут  $45^\circ$  з віссю валу (рис. 4, в).

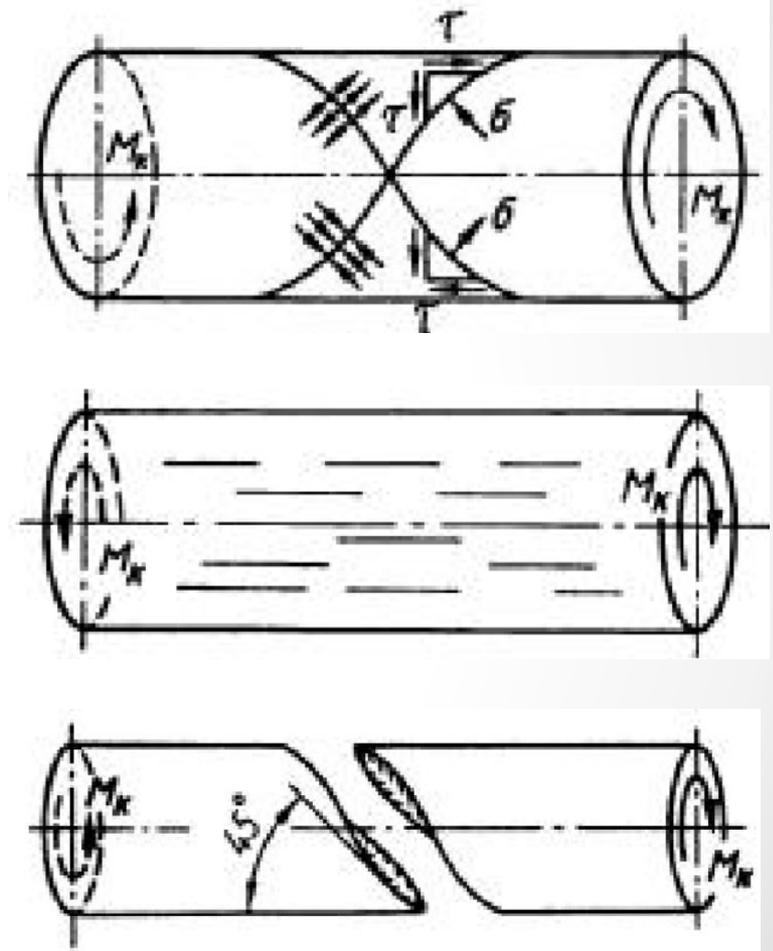


Рис. 4. Види руйнування при скручуванні

## Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні

### Розрахунки валів

За схемою валу і зовнішніми моментами, що діють на нього, будують епюри крутних моментів по окремих відрізках. Добирають матеріал для вала і визначають для цього матеріалу допустиме напруження  $[\tau]$ . Записують умову міцності для відрізка вала з максимальним значенням крутного моменту (згідно з епюрою моментів).

$$d \geq 3 \sqrt[3]{\frac{16M_{кр}}{\pi[\tau]}}$$

Якщо вал довгий і по окремих його відрізках діють різні за модулем крутні моменти, то його слід конструювати східчастим. При цьому діаметр вала кожного східця розраховують, виходячи з тієї самої формули, але крутні моменти при цьому будуть різні для різних відрізків відповідно до епюри крутних моментів.

Визначивши розміри вала з умови міцності, перевіряють вал на жорсткість, використовуючи для цього умову жорсткості:

Допустиму відносну жорсткість вала, яка характеризується відносним кутом закручування  $[\theta]$ . вибирають залежно від умов навантаження. Так, при статичному навантаженні  $[\theta] = 0,3^\circ/\text{м}$  на кожний метр довжини вала; при змінних навантаженнях  $[\theta] = 0,25^\circ/\text{м}$ , а при ударних навантаженнях  $[\theta] = 0,5^\circ/\text{м}$ .

Якщо умова не виконується, розміри вала треба добирати з умови жорсткості:

$$\Theta_{\max} = \frac{M_{кр}}{GJ_p} \leq [\theta],$$

$$J_p \geq \frac{M_{кр}}{G[\theta]}$$

$$d \geq 4 \sqrt[4]{\frac{32M_{кр}}{G\pi[\theta]}}$$

Скручування. Розрахунок на міцність та жорсткість при скручуванні  
Розрахунки валів

