

Практична робота № 1
ТЕОРЕТИЧНІ ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН ТА ЇХ
ВИКОРИСТАННЯ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ І
СИСТЕМ.

Теоретичні відомості

Ймовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$P \cdot (t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

де $n(t)$ – число виробів, які не відмовили до моменту часу t ;

N – число виробів, поставлених на випробування;

$P \cdot (t)$ – статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробів.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливо співвідношення

$$q \cdot (t) = \frac{n - N(t)}{N}, \quad (1.2)$$

де $n - N(t)$ – число виробів, які відмовили до моменту часу t ;

$q \cdot (t)$ – статистична оцінка ймовірності відмови виробів.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом

$$f \cdot (t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.3)$$

$f \cdot (t)$, – статистична оцінка частоти відмов виробу;

Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою

$$\lambda \cdot (t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

де $n(t)$ – число виробів, які не відмовили до моменту часу t ;

$\Delta n(t)$ – число відмов виробів на ділянці часу $(t, t + \Delta t)$;

$\Delta t \cdot n(t)$ – статистична оцінка інтенсивності відмов виробів.

Середній час безвідмовної роботи виробиза статистичними даними оцінюється виразом

$$m_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

де t_i – час безвідмовної роботи i – го виробу;

N – загальне число виробів, поставлених на випробування;

m – статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення m_t за формулою (1.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t з рівняння

$$m_t \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cpi}, \quad (1.6)$$

де n_i – кількість поламаних виробів на інтервалі часу;

$$t_{cpi} = \frac{t_{i+1} + t_i}{2}; \quad m = \frac{t_k}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i$$

t_i – час початку i –го інтервалу; t_i – час кінця i –го інтервалу, t_k – час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt – інтервал часу.

$$D_t = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^n (t_i - m_t)^2, \quad (1.7)$$

де D_t – статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

Завдання

1. На випробування поставлено N однотипних виробів. За t годин відмовило S виробів. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ та статистичну оцінку $q(t)$.

Табл.1.1

Варіант	N	$t, \text{годин}$	S
1	500	2000	50
2	600	2500	60
3	700	3000	55
4	800	3500	75
5	900	2000	65
6	1000	2500	70
7	1100	3000	80
8	1200	3500	75
9	1300	2000	70
10	1400	2500	85
11	1500	3000	80
12	1600	3500	75
13	1700	2000	90
14	1800	2500	85
15	1900	3000	75
16	2000	3500	90
17	2100	2000	80
18	2200	2500	75
19	2300	3000	85
20	2500	3000	70
21	1500	3000	80
22	1600	3500	75
23	1700	2000	90
24	1800	2500	85
25	1900	3000	75
26	2000	3500	90
27	2100	2000	80
28	2200	2500	75
29	2300	3000	85
30	2400	3500	90

Завдання 2. На випробування було поставлено N однотипних виробів. За перші 3000 годин відмовило m виробів, а за інтервал часу 3000 – 4000 годин відмовило ще l виробів. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов виробів в проміжку часу 3000 – 4000 год.

Табл.2.2

Варіант	N	m	l
1	2500	50	20
2	2600	60	30
3	2700	55	20
4	2800	75	25
5	2900	65	35
6	1000	40	30
7	1100	45	20
8	1200	35	25
9	1300	40	20
10	1400	45	25
11	1500	40	20
12	1600	45	25
13	1700	50	30
14	1800	55	35
15	1900	45	25
16	2000	50	20
17	2100	80	30
18	2200	55	25
19	2300	65	35
20	2400	50	30
21	2500	45	25
22	2600	40	35

Завдання 3. На випробування поставлено N виробів. За час t год. відмовило p виробів, тобто $n(t) = 400 - 200 = 200$. За інтервал часу $(t, t + \Delta t)$, де $\Delta t = 100$ годин, відмовило p виробів, тобто $\Delta n(t) = 100$. Потрібно визначити $P(t)$, $q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$.

Табл.2.3

Варіант	N	t , годин.	p
1	400	3000	60
2	410	3500	50
3	420	2000	40
4	430	2500	45
5	440	3000	55
6	350	3500	40
7	360	2000	50
8	370	2500	45
9	380	3000	40
10	390	3500	25
11	400	2000	20

12	410	2500	25
13	420	3000	30
14	430	3500	35
15	440	2000	25
16	350	2500	20
17	360	3000	30
18	370	3500	25
19	380	2000	35
20	390	2500	30
21	400	3500	30
22	410	3100	35

Приклади рішення задач

Завдання 1. Випробування поставлено 1000 однотипних виробів, за 3000 годин. Відмовило 80 виробів. Потрібно визначити $P(t)$, $q(t)$ при $t = 3000$ год. Рішення. В даному випадку $N = 1000$; $n(t) = 1000 - 80 = 920$; $N - n(t) = 1000 - 920 = 80$. Тому за (1.1) і (1.2) визначаємо

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92;$$

$$q(3000) = \frac{n - N(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08;$$

$$q(3000) = 1 - F(3000) = 0.08.$$

Завдання 2. На випробування було поставлено 1000 однотипних виробів. За перші 3000 годин відмовило 80 виробів, а за інтервал часу 3000 – 4000 год. відмовило ще 50 виробів. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов виробів в проміжку часу 3000 – 4000 год.

Рішення. В даному випадку $N = 1000$; $t = 3000$ год.; $\Delta t = 1000$ годину; $\Delta n(t) = 50$; $n(t) = 920$.

За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо

$$f(t) = f(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/год};$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год};$$

Завдання 3. На випробування поставлено $N = 400$ виробів. За час $t = 3000$ год. відмовило 200 виробів, тобто $n(t) = 400 - 200 = 200$. За інтервал часу $(t, t + \Delta t)$, де $\Delta t = 100$ годину, відмовило 100 виробів, т. Е. $\Delta n(t) = 100$. Потрібно визначити $P(3000)$, $q(3100)$, $f(3000)$, $\lambda(3000)$.

Рішення. За формулою (1.1)

$$P(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0,5;$$

$$P(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0,25.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1.4), отримаємо

$$f(t) = f(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{10}{400 \cdot 1000} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год};$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год};$$