

Тема. РОЗПОДІЛ ЧАСТОТ ТА ЇХ ГРАФІЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ.

Мета: навчитися визначати розподіл частот та графічно їх відображати.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

При великому числі вихідних спостережень результати необхідно представити в вигляді систематизованого *варіаційного ряду*. Систематизація зводиться до розподілу окремих значень по групах або інтервалам. Число груп залежить від об'єму вибірки:

- ✓ при 30-60 спостережень рекомендується виділяти 6-7 груп,
- ✓ при 60-100 – 7-8 груп,
- ✓ якщо число спостережень більше 100 то виділяють 8-15 груп.

При цьому число інтервалів або груп не повинно бути більшим 20. Орієнтовано число груп або інтервалів рівняється квадратному кореню з обсягу вибірки.

Після встановлення числа груп необхідно:

1. Визначити розмір варіювання результатів вимірів тобто різницю між найбільшим і найменшим значенням ряду вимірів;
2. Визначити розмір інтервалу групування;
3. Визначити верхню і нижню межу кожної групування. При виборі межі груп слід звернути увагу на те, щоб верхня межа груп була меншою, ніж межа прилеглої сусідньої групи на ціну поділки, тобто на одиницю виміру.
4. Підготувати макет таблиці згрупованого розподілу частот результатів вимірів. В першій колонці записують інтервал групування (групи), а в другій – число результатів вимірів, які входять в даний інтервал, тобто частоту f .

Далі підраховують число даних, які відповідають своєму значенню кожного інтервалу групування і результати записують в відповідні графи таблиць.

Вказаний в таблиці ряд пар чисел складає емпіричний розподіл частот – це розподіл результатів вимірів, отриманих при вивченні вибірки (наприклад, розподіл рослин за висотою, масою, урожайністю і т.д.).

Сума частот повинна бути рівною об'єму сукупності!

$$\Sigma f = n$$

Візуальне подання (ознайомлення) про розподіл частот буде більш наочним при його графічному зображенні даних.

Графічне зображення рядів розподілу називається кривою розподілу.

Для побудови кривої розподілу на горизонтальній лінії (вісь абсцис X) наносять значення інтервалу групування, а по вертикалі (вісь ординат Y) – число цих значень або частоту f .

Крива розподілу може бути зображена у вигляді гістограми і полігону.

Гістограма – це ступінчастий графік в вигляді стовпчиків, які мають висоту пропорційну частотам, а ширину рівну інтервалам груп.

Полігон – крива розподілу, яка з'єднує лінією середні значення груп.

Приклади зображення:



Тенденція значення ознаки групуватись навколо центру розподілу частот, статистичною характеристикою якої є середня арифметична називається центральною тенденцією.

Крім того у рядів розподілу розраховують порядкові (структурні) середні – *мода і медіана*.

Мода – це варіант, який найчастіше зустрічається в даному варіаційному ряді. Група з найбільшою частотою називається модальною.

Медіана – це значення варіаційної ознаки, яка приходить на середину варіаційного ряду.

На невеликих вибірках сукупність спостережень розмішують у зростаючому порядку і якщо число рядів не парне тоді центральний варіант буде медіаною. При парному числі рядів медіана визначається за пів сумою двох сусідніх варіантів розміщених в центрі рядка.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

В ході виконання практичної роботи студенту необхідно:

1) Визначити число груп:

$$K = \sqrt{n}$$

де: K – число груп;

n – об'єм вибірки (кількість варіантів або вимірів).

2) Визначити розмір варіювання:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

R – розмір варіювання;

$X_{\max}$ – максимальне значення;

$X_{\min}$ – мінімальне значення.

3) Визначити інтервал групування:

$$I = \frac{R}{K}$$

де: I – розмір інтервалу; R – розмір варіювання;
K – число груп.

Графічно відобразити частоти

Приклад визначення:

Висота рослин, см:

85 71 90 77 102 58 68 8788 66
56.....78.....115.....91....80 91 75 72 99 100 ...82...85....45...83 65 88 66.....

Сукупність $n = 50$ (об'єм вибірки).

1. Число груп: $K = \sqrt{50} = 7$;

2. Розмір варіювання: $R = 115 - 45 = 70$;

3. Розмір інтервалу групування: $I = \frac{70}{7} = 10$;

4. Згрупований розподіл частот

Інтервал	Частота
45-54	1
55-64	2
65-74	9
75-84	20
85-94	11
95-104	5
105-115	2

5. Графічне зображення частот.

Завдання

1) Кількість зерен у колосі, шт.:

14 5 16 21 8 11 7 11 12 9 11 10 8 16 11 6 14 10 9 7 14 10
11 9 15 8 14 11 7 9 10 14 7 15 14 9 10 15 14 13

2) Маса 100 насінин, г:

208 210 190 156 211 254 236 198 195 201 185 204 179 210 196
192 190 201 235 240 189 180 195 204 215 241 215 200 173 152 190
206 225 210 214 230 210 215 197 190 185 206 200 210 220

3) Висота рослин, см:

65 61 54 52 45 54 51 38 65 60 56 62 45 60 68 70 65 63 56 58
51 45 60 45 68 63 52 54 67 65 42 40 65 63 65 60

4) Кількість зерен у рядку, шт.:

21 14 10 9 15 14 21 20 7 15 17 16 24 18 9 21 16 20 21 25
13 18 14 19 15 16 9 21 20 18 20 14 23 20 15 19 14 10 25 21

5) Кількість хлоропластів у клітині, шт.:

17 10 9 34 25 19 26 21 14 25 27 35 15 16 17 10 24 31 25 14
19 25 21 14 16 25 29 21 20 25 23 20 14 32 31 14 25 14 26 28
31 29 25 21 27 14 19 35 27 16 17 21 28 20 24 27 29 25 23 26

Сукупність $n =$ _____ (об'єм вибірки).

1. Число груп: $K = \sqrt{\quad} =$ _____;

2. Розмір варіювання: $R =$ _____;

3. Розмір інтервалу групування: $I =$ _____

4. Згрупований розподіл частот

Інтервал	Частота

5. Графічне зображення частот (побудувати графік).

Висновок

Контрольні запитання

- 1) Що необхідно робити після визначення числа груп?
- 2) Як визначається розмір варіювання та інтервал групування?
- 3) Що таке гістограма?
- 4) Що таке полігон?
- 5) Що таке мода?
- 6) Що таке медіана?

Тема. ОЦІНКА ІСТОТНОСТІ РІЗНИЦІ МІЖ СЕРЕДНІМИ ВИБІРОК ПО КРИТЕРІЮ СТЬЮДЕНТА.

Мета: навчитися надавати оцінку істотності різниці між середнім вибірок по критерію Стьюдента.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Критерій – це показник, який дає змогу робити висновок про надійність висновків відносно статистичної гіпотези. Для імовірності висновку в результаті спостережень, як правило для нових факторів висувається гіпотеза, яку слід розуміти припущенням про властивості випадкової величини. Висунуту гіпотезу, яку потрібно перевірити називається нульовою (основною H_0). Нульова гіпотеза - це гіпотеза про відсутність реальної різниці між фактичними та теоретичними спостереженнями, тобто, що між генеральними параметрами порівняльних груп різниця рівна нулю і відмінності, які спостерігаються між вибірковими показниками носять не систематичний, а виключно випадковий характер. Гіпотезу, протилежну нульовій називають конкуруючою (альтернативною – H_a).

Імовірність прийнятої гіпотези перевіряють за допомогою критеріїв значимості, або достовірності тобто спеціальних випадкових величин, функції розподілу яких відомі. Зазвичай для кожного критерію складають таблицю, в якій містяться критичні точки, які відповідають певним числам ступенів свободи і прийнятому рівні значимості.

Рівень значимості – це значення імовірності, при якому різницю між вибірковими показниками, можна вважати не суттєвою, або випадковою тобто ознака, яка варіює знаходиться поза вказаними межами.

В практиці досліджень найчастіше використовують 5% та 1% рівні значимості.

Гарантією надійності висновку про істотність чи неістотність різниці між середніми арифметичними служить відношення різниці до її похибки. Це відношення називається критерієм істотності різниці (або критерієм Стьюдента).

Закон Стьюдента характеризує розподіл вибіркових середніх в нормальній генеральній сукупності в залежності від об'єму вибірки. Критерій Стьюдента залежить від двох величин:

- нормованого відхилення t
- числа спостережень.

Із збільшенням n тобто числа спостережень, t – критерій істотної різниці наближається до нормального.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Визначити критерій істотної різниці (Стюдента), який розраховують за формулою:

$$t = (x_1 - x_2) / \sqrt{S^2_{x1} + S^2_{x2}} = d/S_d$$

t – критерій істотної різниці;

x_1, x_2 – середні арифметичні;

S_{x1}, S_{x2} – похибка суми середніх арифметичних;

d – різниця середніх вибірки (арифметичних);

S_d – похибка суми.

Якщо фактичне значення критерію Стюдента більше теоретичного ($t_f > t_m$), то H_0 – не приймається, якщо навпаки фактичне значення менше теоретичного ($t_f < t_m$), то H_0 – приймається. Теоретичне значення критерію істотної різниці знаходять в таблицях по числу ступенів свободи і прийнятому рівні значимості. Число ступенів свободи визначають по співвідношенню $V = n_1 + n_2 - 2$.

(n – кількість повторень)

Істотність різниці між середніми арифметичними перевіряють також через призму найменшої істотної різниці (НІР).

Якщо фактична різниця між середніми вибірок (середніми арифметичними) $d > \text{НІР}$ (найменша істотна різниця), то H_0 – заперечується (не приймається), якщо $d < \text{НІР}$, то приймається H_0 .

Приклад розрахунку:

У двох зразках ґрунту визначили вміст гумусу в 4-кратній повторності. Для кожного зразка знайшли середню арифметичну та її похибку. Чи істотна різниця між середніми вибірок?

$$x_1 + S_{x1} = 2,42 + 0,08\% \text{ та } x_2 + S_{x2} = 2,11 + 0,07\% \\ t_f = (2,42 - 2,11) / \sqrt{0,08^2 + 0,07^2} = 0,31 / 0,11 = \underline{2,82}$$

Число ступенів свободи: $V = (n_1 + n_2) - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$

Теоретичне значення знаходимо із таблиць для різних рівнів значимості.

$$t_{05} = 2,45 \quad (\text{дане значення взято з додатку 2})$$

$$t_{01} = 5,41 \quad (\text{дане значення взято з додатку 2})$$

Висновок. Для 5% рівня значимості H_0 – не приймається, так як фактичне значення критерію істотної різниці більше теоретичного ($2,82 > 2,45$). А для 1% рівня значимості H_0 – приймається, так як $t_f < t_r$ ($2,82 < 5,41$).

До аналогічного висновку приходимо, коли нульова гіпотеза перевіряється по НІР.

Для 5% рівня значимості: $\text{НІР}_{05} = t_{05} \times S_d = 2,45 \times 0,11 = 0,26\%$.

H_0 – також не приймається, так як $d > \text{НІР}$ ($0,31 > 0,26$).

При 1% рівні значимості: $\text{НІР}_{01} = t_{01} \times S_d = 5,41 \times 0,11 = 0,59\%$.

H_0 – приймається, так як $d < \text{НІР}$ ($0,31 < 0,59$).

Завдання

1) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 6-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два сорти яблунь) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 76,4 \pm 3,1 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 82,8 \pm 3,5.$$

2) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 4-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два сорти груш) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 83,4 \pm 3,2 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 82,8 \pm 3,5.$$

3) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 3-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два сорти ячменю) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 42,7 \pm 1,97 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 48,8 \pm 1,09.$$

4) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 4-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два гібриди кукурудзи) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 77,4 \pm 3,1 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 82,8 \pm 3,4.$$

5) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 4-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два сорти пшениці) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 46,4 \pm 1,07 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 42,8 \pm 1,97.$$

6) Дати оцінку істотності різниці між середніми вибірок за t -критерієм. У 6-разовому повторенні для двох об'єктів досліджень (два сорти жита) знайшли середню арифметичну та її похибку:

$$x_1 \pm S_{x1} = 44,4 \pm 1,85 \text{ та } x_2 \pm S_{x2} = 47,8 \pm 1,09.$$

Висновок

Контрольні запитання

- 1) Що таке нульова гіпотеза?
- 2) Що таке рівень значимості?
- 3) Що таке критерій Ст'юдента і як він визначається?
- 4) Коли нульова гіпотеза приймається, а коли заперечується?

Додаток А

Значення критерію t , на 5 та 1% - рівні значимості

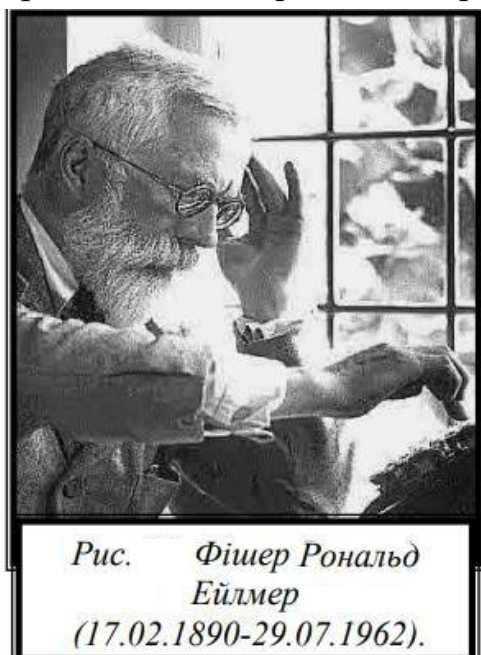
Число ступенів свободи	Рівні значимості	
	0,05 (5%)	0,01 (1%)
1	12,7	31,6
2	4,30	12,9
3	3,18	8,61
4	2,28	6,86
5	2,57	5,96
6	2,45	5,41
7	2,37	5,04
8	2,31	4,78
9	2,26	4,59
10	2,23	4,44
11	2,20	4,32
12	2,18	4,32
13	2,16	4,22
14	2,15	4,14
15	2,13	4,07
16	2,12	4,02
17	2,11	3,97
18	2,10	3,92
19	2,09	3,88
20	2,09	3,85
21	2,08	3,82
22	2,07	3,79
23	2,07	3,77
24	2,07	3,75
25	2,06	3,73
26	2,06	3,71
27	2,05	3,69
28	2,05	3,67
29	2,05	3,66
30	2,04	3,65

Тема. ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ.

Мета: ознайомитись із основами дисперсійного аналізу та провести дисперсійний аналіз однофакторного і багатфакторного досліджу.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Дисперсійний аналіз – вид статистичного аналізу, який базується на теорії ймовірності. У біології вперше застосований у 1912 році Р. Фішером, який відкрив закон розподілення середніх квадратів (дисперсій).



Дисперсія – це розсіювання даних досліджу і розчленування загального варіювання врожаю чи інших показників на складові частини. Звідси і назва методу – *дисперсійний аналіз*.

При дисперсійному аналізі одночасно обробляють дані декількох вибірок (варіантів), які складають єдиний статистичний комплекс оформлений в вигляді спеціальної робочої таблиці. Структура статичного комплексу і його послідовний аналіз визначається схемою і методикою експерименту.

Суть дисперсійного аналізу полягає в тому, що розподіляють загальну суму *квадратів відхилень* та загальне число *ступенів свободи* на частини – компоненти, які відповідають структурі експерименту та оцінці значимості дії і взаємодії факторів, що вивчаються.

В основі дисперсійного аналізу лежить положення, що дослід достовірний лише в тому випадку, якщо розсіювання між варіантами його більше ніж між повтореннями одного варіанту.

Основним завданням дисперсійного аналізу є визначення частки впливу різних факторів окремо і в загальному на зміну вивчаємої ознаки.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Послідовність проведення дисперсійного аналізу.

1. Визначити число ступенів свободи.
2. Визначити загальне число спостережень.
3. Розрахувати корегуючий фактор.

4. Визначити загальну суму квадратів.
5. Розрахувати суму квадратів для повторень.
6. Розрахувати суму квадратів для варіантів.
7. Визначити суму варіантів для похибки.
8. Розрахунок дисперсії.
9. Розрахунок критерію Фішера.
10. Визначити найменшу істотну різницю.
11. Визначити точність дослід.

Після закінчення запланованого експерименту отримані дані заносять в таблицю (записують значення по варіантам і по повтореннях). Потім визначають суми по повтореннях P , варіантам V та загальну суму спостережень $\sum X$.

1. Число ступенів свободи: для варіантів $v_v = l-1$; для повторень $v_p = n-1$; для похибки $v_z = (l-1) \times (n-1)$,

- v_v – число ступенів свободи для варіантів;
- v_p – число ступенів свободи для повторень;
- v_z – число ступенів свободи для похибки;
- l – кількість варіантів;
- n – кількість повторень.

2. Загальне число спостережень: $N = l \times n$.

3. Корегуючий фактор: $C = (\sum X)^2 / N$

- C – корегуючий фактор;
- $\sum X$ – загальна сума спостережень.

4. Загальну суму квадратів: $C_y = \sum X^2 - C$

- $\sum X^2$ – сума квадратів спостережень;
- C – корегуючий фактор.

5. Сума квадратів для повторень: $C_p = \sum p^2 / l - C$

- $\sum p$ – сума повторень.

6. Сума квадратів для варіантів: $C_v = \sum V^2 / n - C$

- $\sum V$ – сума варіантів.

7. Сума квадратів для похибки: $C_z = C_y - C_v - C_p$.

Діленням певної суми квадратів на число ступенів свободи отримують дисперсію.

Дисперсія – це розсіювання даних і показників на складові частини.

Звідси і назва методу – дисперсійний аналіз.

Найбільш застосовують *дисперсію варіантів* та *дисперсію похибки* або залишку.

8. Дисперсія для варіантів (S_v^2):

$$S_v^2 = \frac{C_v}{l-1}$$

9. Дисперсія для похибки (S_z^2):

$$S_z^2 = \frac{C_z}{(l-1) * (n-1)}$$

Співвідношення цих двох дисперсій є тим основним критерієм, який дає змогу дати загальну оцінку достовірності різниць між середніми арифметичними або загальну оцінку достовірності дослідів. Цей критерій називається **критерієм Фішера** і визначається за нижче наведеною формулою.

10. Критерій Фішера: $F = S_v^2 / S_z^2$.

Обчисливши фактичне значення критерію Фішера (F_f) його порівнюють із теоретичним критерієм на певних рівнях значимості. Якщо $F_f < F_t$, то достовірність різниць між середніми арифметичними немає і на цьому перевірці результатів досліджень припиняється.

А якщо критерій Фішера фактичний дорівнює критерію теоретичному або більший за нього то достовірність різниць між середніми арифметичними доведена. Це означає, що в досліді є одна або декілька пар варіантів, між середніми арифметичними яких є достовірна різниця.

Тому в таких випадках крім обчислення критерію Фішера треба знаходити *найменшу істотну різницю (НІР)* та оцінку про точність дослідів.

НІР вираховують за формулою:

$$\begin{aligned} \text{НІР}_{05} &= t_{05} * S_d; \\ \text{НІР}_{01} &= t_{01} * S_d. \end{aligned}$$

З цим статистичним показником порівнюють різницю між середніми арифметичними. Якщо $d > \text{НІР}$, то між варіантами доведена достовірність дослідів.

11. Похибка різниці середніх:

$$S_d = \sqrt{2S_z^2/n}$$

12. Похибка дослідів:

$$S_x = \sqrt{S_z^2/n}$$

Висновок про точність дослідів роблять наприкінці дисперсійного аналізу на основі числового значення відносної похибки дослідів, яку визначають за наступною формулою.

13. Відносна похибка дослідів:

$$S_{x,\%} = \frac{S_x}{x} * 100$$

$S_{x\%}$ – відносна похибка дослідів;

S_x – похибка дослідів;

x – середня арифметична.

Завдання

Варіант 1. Потрібно провести дисперсійний аналіз однофакторного дослідів. В таблиці 1.1 містяться дані про урожайність трьох різних сортів озимої пшениці у чотириразовій повторності.

Варіант 2. Потрібно провести дисперсійний аналіз однофакторного дослідів. В таблиці 1.2 містяться дані про урожайність трьох різних гібридів кукурудзи у триразовій повторності.

Варіант 3. Потрібно провести дисперсійний аналіз однофакторного дослідів. В таблиці 1.3 містяться дані про урожайність чотирьох різних сортів ріпаку озимого у триразовій повторності.

Таблиця 1.1. Урожайність пшениці озимої

Варіанти	Повторності				Сума V	Середнє
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>		
1	46,6	50,9	42,6	46,3		
2	61,8	54,3	52,5	56,8		
3	25,1	27,4	24,6	26,2		
Сума Р						

Таблиця 1.2. Урожайність кукурудзи

Варіанти	Повторності			Сума V	Середнє
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>		
1	74,9	81,6	79,7		
2	54,3	51,9	60,7		
3	107,1	104,9	112,7		
Сума Р					

Таблиця 1.3. Урожайність ріпаку озимого

Варіанти	Повторності			Сума V	Середнє
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>		
1	17,7	17,4	15,9		
2	21,6	27,9	21,8		
3	30,5	30,0	29,8		
4	27,6	21,8	26,3		
Сума Р					

Вихідні дані доцільно перетворювати згідно формули $X_1 = X - A$

A – умовне число, близьке до середньої арифметичної X.

Таблиця 2.1. Таблиця перетворених даних

Варіанти	Повторності				Сума V
	I	II	III	IV	
1					
2					
3					
Сума Р	$\sum p$				$\sum X$

Таблиця 2.2. Таблиця перетворених даних

Варіанти	Повторності			Сума V
	I	II	III	
1				
2				
3				
Сума Р	$\sum p$			$\sum X$

Таблиця 2.3. Таблиця перетворених даних

Варіанти	Повторності			Сума V
	I	II	III	
1				
2				
3				
4				
Сума Р	$\sum p$			$\sum X$

Таблиця 3.1. Таблиця квадратів перетворених даних

Варіанти	Повторності				Сума V
	I	II	III	IV	
1					
2					
3					
Сума P					

Таблиця 3.2. Таблиця квадратів перетворених даних

Варіанти	Повторності			Сума V
	I	II	III	
1				
2				
3				
Сума P				

Таблиця 3.3. Таблиця квадратів перетворених даних

Варіанти	Повторності			Сума V
	I	II	III	
1				
2				
3				
4				
Сума P				

Таблиця 4. Результати дисперсійного аналізу

Дисперсія	Сума квадратів	Ступені свободи	Середній квадрат	F _ф	F _т
Загальна					
Повторень					
Варіантів					
Похибки					

Таблиця 5. Урожайність культури

Варіанти	Середня врожайність	Відхилення
1 (контроль)		0,0±0,0

2		
3		
4		

Висновок: сорт 2 має _____нижчу\вищу врожайність та істотно\неістотно відрізняється від контролю (___>\<___),

сорт 3 має _____нижчу\вищу врожайність та істотно\неістотно відрізняється від контролю (___>\<___),

сорт 4 має _____нижчу\вищу врожайність та істотно\неістотно відрізняється від контролю (___>\<___).

Значення критерію Фішера на 5% рівні значимості

Ступені свободи для меншої дисперсії	Ступені свободи для більшої дисперсії									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161	200	216	225	230	234	237	339	241	242
2	18,5	19,00	19,16	19,2	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,3
3	10,1	9,55	9,28	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,81	8,78
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,27	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34
9	5,12	4,26	3,86	3,86	3,63	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76
13	4,64	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,94	2,85	2,77	2,70	2,65	2/60
15	4,54	3,60	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,34
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2/90	2,74	2,64	2,48	2,43	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35

Число ступенів свободи	Рівні значимості	
	0,05	0,01
1	2	3
1	12,7	31,6
2	4,30	12,9
3	3,18	8,61
4	2,28	6,86
5	2,57	5,96
6	2,45	5,41
7	2,37	5,04
8	2,31	4,78
9	2,26	4,59
10	2,23	4,44
11	2,20	4,32
12	2,18	4,32
13	2,16	4,22
14	2,15	4,14
15	2,13	4,07
16	2,12	4,02
17	2,11	3,97
18	2,10	3,92
19	2,09	3,88
20	2,09	3,85
21	2,08	3,82
22	2,07	3,79
23	2,07	3,77
24	2,07	3,75

Значення критерію t, на 5 та 1% – рівні значимості

