

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 12.06.2025 р.
№ 04

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ для проведення лабораторних робіт з навчальної дисципліни «МАТЕМАТИЧНІ ТА ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 175 «Інформаційно-вимірювальні технології»
освітньо-професійна програма «Комп'ютеризовані інформаційно-вимірювальні
системи»
факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
кафедра інформаційно-вимірювальних технологій

Рекомендовано на засіданні
кафедри інформаційно-вимірювальних
технологій
«02» квітня 2025р., протокол № 4

Розробник: професор, завідувач кафедри інформаційно-вимірювальних технологій
ПОДЧАШИНСЬКИЙ Юрій, асистент кафедри інформаційно-вимірювальних
технологій ВОРОНОВА Тетяна

Житомир
2025

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 2

Методичні рекомендації для проведення лабораторних робіт з дисципліни «МАТЕМАТИЧНІ ТА ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ» для студентів спеціальності 175 «Інформаційно-вимірювальні технології»/ Укладачі Ю.О.Подчашинський, Т.С.Воронова, – Житомир: ДУ «Житомирська політехніка», 2025. – 122 с.

Укладачі Ю.О.Подчашинський, Т.С.Воронова

Рецензенти:

к.т.н., доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Громовий О.А.,

к.т.н., доцент, доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Б.Б. Самотокіна Гуменюк А.А.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 3

ЗМІСТ

Лабораторна робота 1 Безперервні, дискретні та цифрові сигнали в інформаційно-вимірювальних системах	4
Лабораторна робота 2 Детерміновані сигнали та їх основні характеристики	18
Лабораторна робота 3 Випадкові сигнали та їх характеристики. Псевдовипадковий сигнал	31
Лабораторна робота 4 Прості та складні сигнали. База сигналу. Функція невизначеності	51
Лабораторна робота 5 Чисельні методи моделювання інформаційно-вимірювальних систем	66
Лабораторна робота 6 Статистичні характеристики програмно-алгоритмічних генераторів випадкових сигналів.....	82
Лабораторна робота 7 Ідентифікація динамічних характеристик інформаційно-вимірювальних систем за методом взаємної кореляційної функції	102
Лабораторна робота 8 Методи адаптивної ідентифікації інформаційно-вимірювальних систем	110

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 4

Лабораторна робота № 1

БЕЗПЕРЕРВНІ, ДИСКРЕТНІ ТА ЦИФРОВІ СИГНАЛИ В ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

Мета роботи:

- дослідження етапів аналого-цифрового перетворення сигналів з використанням сучасних засобів імітаційного моделювання;
- порівняльний аналіз аналогового, дискретного та цифрового сигналів;
- набуття практичних навичок застосування програмних засобів імітаційного моделювання цифрових сигналів.

1.1. Основні етапи перетворення аналогового сигналу на цифровий сигнал

Безперервним або аналоговим називається сигнал, функція опису якого має безперервні області визначення та значень.

Цифровим називається сигнал, функція опису якого дискретна, а значення відповідають кінцевому набору закодованих певним чином рівням (рівні квантування).

Перетворення сигналу з аналогового у цифровий вигляд виконується спеціальним електронним пристроєм (мікросхемою) – аналого-цифровим перетворювачем (АЦП), а зворотна операція – цифро-аналоговим перетворювачем (ЦАП). Основні етапи перетворення аналогового сигналу в цифровий представлені на рис. 1.1. Розглянемо послідовно етапи аналого-цифрового перетворення.

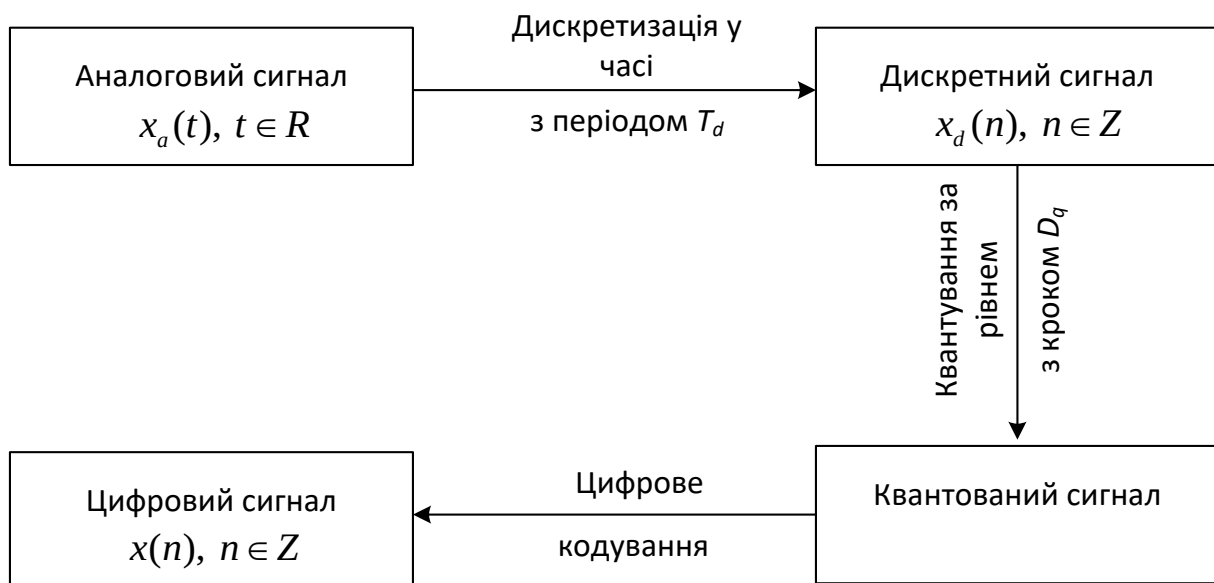


Рис. 1.1. Основні етапи перетворення аналогового сигналу на цифровий сигнал

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 5

1.1.1. Дискретизація сигналу за часом

Дискретизацією за часом називається процес вибірки значень функції, що описує сигнал, для заданих дискретних значень аргументу (рис. 1.2). Значення, отримані в результаті дискретизації, часто називають *відліками* сигналу.

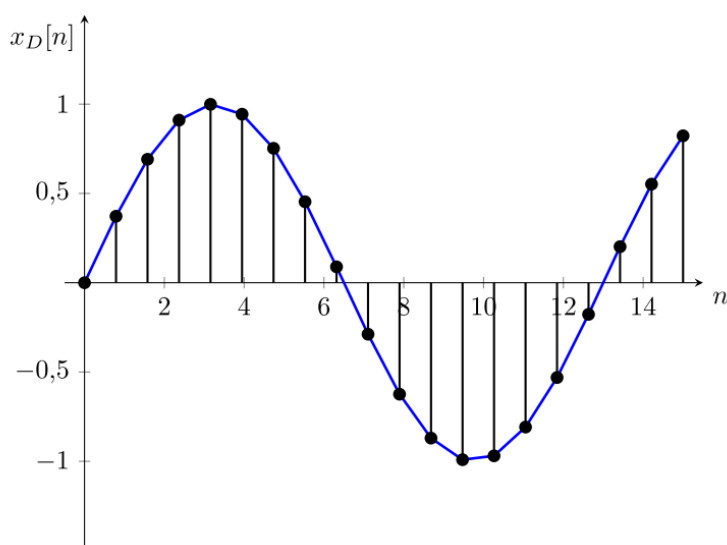


Рис. 1.2. Дискретизація сигналу за часом

Як правило, на практиці застосовується рівномірна дискретизація. У даному випадку значення аргументу функції вибираються через рівні проміжки часу – *період дискретизації* T_d . На практиці замість періоду дискретизації часто застосовується зворотна величина – *частота дискретизації*

$$f_d = \frac{1}{T_d}.$$

Вибір частоти дискретизації для сигналів з обмеженим частотним спектром повинен виконуватися на підставі теореми Найквіста-Котельникова, відповідно до якої частота дискретизації повинна визначатися співвідношенням

$$f_d > 2f_{\max}, \quad (1.1)$$

де $f_{\max}$ - максимальне значення частоти в спектрі сигналу. Невиконання цієї вимоги призводить до спотворень сигналу, пов'язаних із ефектом накладання спектру. Як видно із співвідношення (1.1), теорема Найквіста-Котельникова не накладає обмеження зверху на значення частоти дискретизації, при цьому на практиці вибір

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 6

надто великих значень призводить до надмірних вимог до обсягу пам'яті та обчислювальної продуктивності пристрою цифрової обробки сигналів.

Формально дискретизацію за часом можна описати виразом

$$x_d(nT_d) = x(t)|_{t=nT_d}, n = 0, 1, 2, \dots$$

У разі, якщо $T_d = \text{const}$ (рівномірна дискретизація), то часто позначення відліків дискретного сигналу замінюють позначенням еквівалентної послідовності – $x_d(n)$.

Область визначення функції опису дискретного сигналу є дискретною, а область значень безперервною.

1.1.2. Квантування за рівнем

Квантуванням за рівнем називається процес заміщення безлічі можливих значень функції, що описує дискретний сигнал $x_d(n)$, у заданому діапазоні зміни кінцевим числом значень $x_q(n)$ (рис. 1.3).

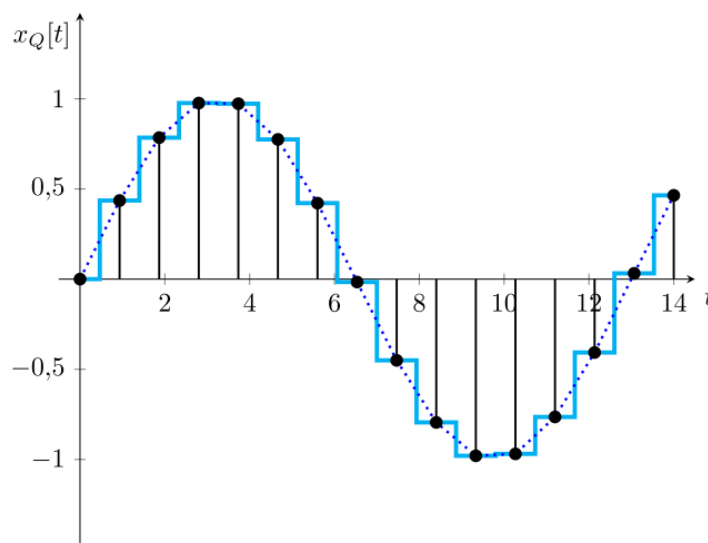


Рис. 1.3. Квантування сигналу за рівнем

Значення квантованого сигналу називаються *рівнями квантування*. Інтервал між рівнями квантування називається *кроком квантування* та для рівномірного квантування визначається виразом

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 7

$$D_q = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_q},$$

де n_q – число рівнів квантування;

$x_{\max}$ – максимальне значення функції;

$x_{\min}$ – мінімальне значення функції.

На практиці в електронній обчислювальній техніці найширше застосування знайшло цифрове кодування в двійковому коді. Кількість рівнів квантування практично можна обчислити за формулою:

$$n_q = 2^b,$$

де b – розрядність аналого-цифрового перетворювача.

Залежно від способу заміщення нескінченної кількості значень функції кінцевою розрізняють квантування з усіченням і округленням. Значення сигналу, отримані в процесі квантування з усіченням визначаються виразом:

$$x_q(n) = \left[\frac{x_q(n)}{D_q} \right] \cdot D_q, \quad (1.2)$$

Значення сигналу, отримані в процесі квантування з округленням визначаються виразом:

$$x_q(n) = \left[\frac{x_q(n)}{D_q} + 0,5 \right] \cdot D_q, \quad (1.3)$$

Аналізуючи вирази (1.2) і (1.3), можна зробити висновок, що при квантуванні за рівнем неминуче виникають нелінійні спотворення сигналу, які мають назву *шум квантування*.

Абсолютна похибка квантування визначається виразом:

$$\varepsilon(n) = x_q(n) - x_d(n),$$

ї є рівномірно розподіленою випадковою величиною. Її максимальне значення обчислюється за формулою:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 8

$$\max(|\varepsilon(n)|) = \frac{D_q}{2}.$$

Дисперсія визначається виразом:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{D_q^2}{12},$$

а щільність ймовірності дорівнює:

$$f_{\varepsilon} = \frac{1}{D_q},$$

Таким чином, очевидно, що абсолютна похибка квантування зменшується із зменшенням кроку квантування або збільшенням кількості рівнів квантування.

1.1.3. Цифрове кодування

Цифрове кодування - це процес зіставлення цифрового коду, що відповідає рівню квантування, кожному значенню дискретного квантованого сигналу.

На рис. 1.4 представлено розрядну сітку електронної обчислювальної машини.

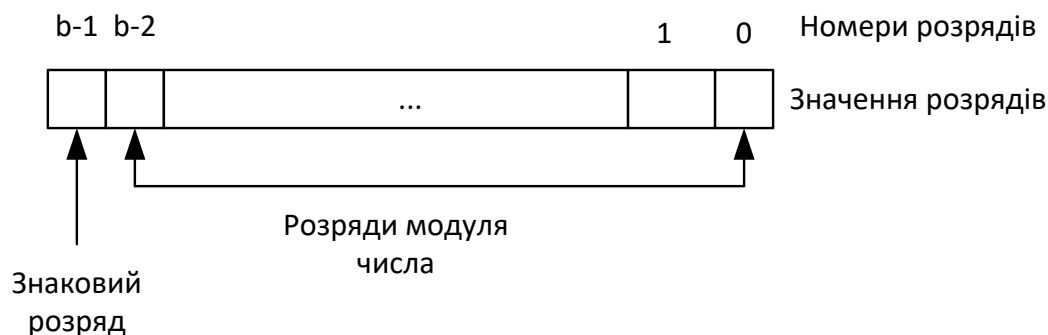


Рис 1.4. Розрядна сітка електронної обчислювальної машини

Розглянемо кодування цілих чисел. Крайній правий розряд вважається молодшим розрядом, а крайній лівий – старшим. При перетворенні біполярних сигналів використовується спеціальне кодування, наприклад, прямий, зворотний або додатковий коди. У цьому випадку крайній лівий розряд служить для зберігання знаку числа. У прямому, зворотному та додатковому кодах знаковий розряд формується однаково: для негативних чисел він набуває значення "1", а для позитивних - "0", а правила кодування розрядів модуля числа відрізняються.

При виконанні кодування у *прямий код* числові розряди позитивних і негативних чисел залишаються без зміни. З урахуванням зміни знакового розряду для негативних чисел перетворення можна описати виразом:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 9

$$x_f''(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^{b-1} + |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}$$

При виконанні кодування у *зворотний код* числові розряди позитивних чисел залишаються без зміни, а негативних чисел – інвертуються. З урахуванням формування значення знакового розряду перетворення можна описати виразом:

$$x_r''(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^b - 1 + |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}$$

При виконанні кодування у *додатковий код* числові розряди позитивних чисел залишаються без зміни, а для негативних чисел перетворення здійснюється додаванням «1» до зворотного коду. З урахуванням формування значення знакового розряду перетворення можна описати виразом:

$$x_a''(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^b - |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}$$

У таблиці 1.1 як приклад наведено кодування чисел у прямому, зворотному та додатковому кодах для розрядності $b = 4$. Як видно з таблиці, особливістю прямого і зворотного кодів є двоїстість нуля: позитивний нуль «+0» і негативний нуль «-0».

Таблиця 1.1.

Число	Прямий код	Зворотній код	Додатковий код
-8	—	—	1000
-7	1111	1000	1001
-6	1110	1001	1010
-5	1101	1010	1011
-4	1100	1011	1100
-3	1011	1100	1101
-2	1010	1101	1110
-1	1001	1110	1111
0	1000(0000)	1111(0000)	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	0101	0101
6	0110	0110	0110
7	0111	0111	0111

Додатковий код має лише один нуль і є найпоширенішим способом кодування інформації в сучасних електронних обчислювальних машинах. Основною

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 10

перевагою його застосування є можливість заміни в арифметико-логічних пристроях комп'ютера операції віднімання операцією додавання.

Приклад зображення аналогового та відповідного йому цифрового сигналу в часовій області після послідовного виконання операцій дискретизації, квантування та цифрового кодування з поданням додаткового коду наведено на рис. 1.5.

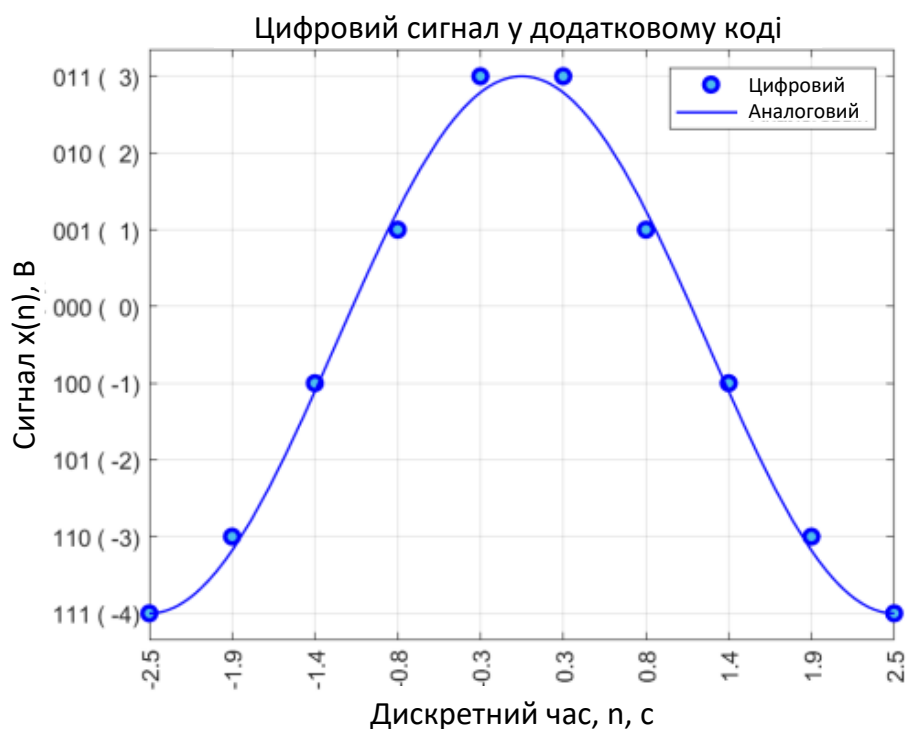


Рис. 1.5. Зображення аналогового та відповідного йому цифрового сигналу

1.2. Приклад програми моделювання

1.2.1. Моделювання аналогового, дискретного, квантованого та цифрового сигналів. Ініціалізація та формування значень основних параметрів

```
% Імітаційне моделювання аналогового, дискретного та
% квантованого сигналу на прикладі функції косинуса
clear all; % Очищення пам'яті
close all; % Закриття всіх вікон із графіками
clc; % Очищення вікна команд та повідомлень
tColor='b'; % Колір графіків у часовій області
Color0='r'; % Колір графіків еталонного сигналу
tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Колір графіків у часовій області
fColor=[1 0.4 0]; % Колір графіків у частотній області
eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Колір графіків похибки
eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Колір графіків похибки
eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Колір графіків похибки

syms x y; % Визначаємо символічні змінні
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 11

```

A=2; % Амплітуда сигналу, В
A0=1; %Початкова амплітуда
f=0.2; % Частота сигналу, Гц
fd=5; % Частота дискретизації, Гц
b=4; % Розрядність АЦП
phi = pi;
tmin=-2.5; % Початковий час моделювання
tmax= 2.5; % Кінцевий час моделювання

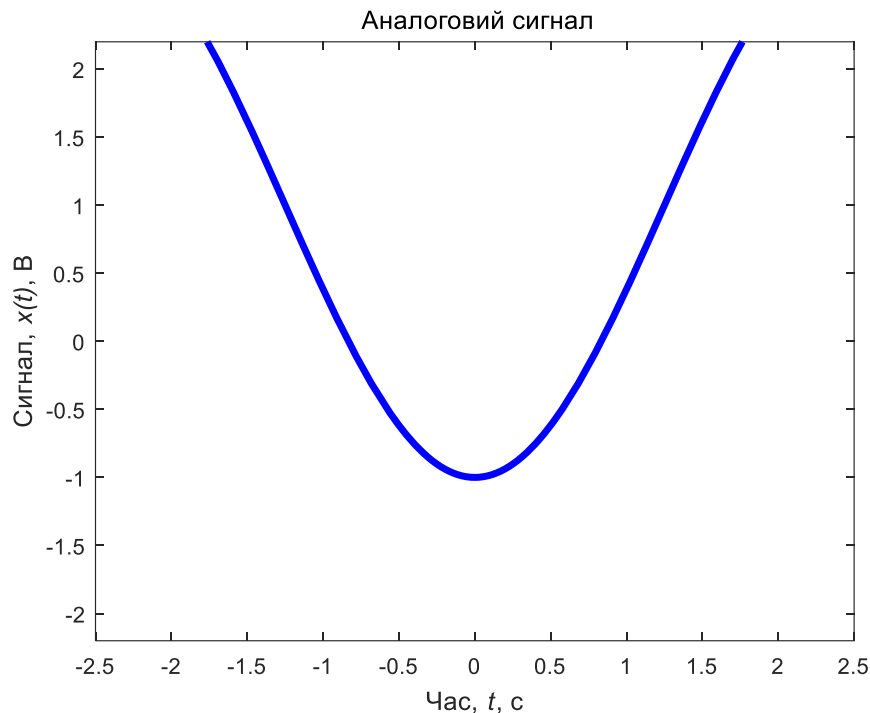
```

1.2.2. Моделювання аналогового сигналу

```

% Моделювання аналогового сигналу
xa=A0 + A*cos(2*pi*x*f+ phi); % Формування значень
% Формування графіка
figure;hPlot=fplot(xa,'Color', tColor,'LineWidth', 3);
axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Діапазон значень осей
title({'\rm Аналоговий сигнал'}); % Заголовок
xlabel('Час,\it t\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал,\it x(t)\rm, B'); % Напис осі ординат
ytickformat('%1f'); % Формат значень по осі ординат

```



1.2.3. Моделювання дискретного сигналу

```

% Моделювання дискретного сигналу
td=linspace(tmin,tmax,round((tmax-tmin)*fd)); % Формування області визначення
xd1=subs(xa, x, td); % Формування значень
xd=double(xd1); % Перетворення символьних виразів на числові
% Формування графіка
figure; plot(td,xd, 'o-', 'Color', tColorLight,...
'LineWidth', 2, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
'MarkerFaceColor',[0.3010, 0.7450, 0.9330]);
axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Дискретний сигнал'}); % Заголовок
xlabel('Дискретний час,\it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал\it x(nT_d)\rm, B'); % Напис осі ординат

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 12

```
xticks(td); % Написи по осі абсцис
xtickangle(90); % Поворот написів по осі абсцис
xtickformat('%.1f'); % Формат значень по осі абсцис
ytickformat('%.1f'); % Формат значень по осі ординат
set(gca, 'XGrid', 'on'); % Сітка графіка
```



1.2.4. Моделювання квантованого сигналу

```
% Моделювання квантованого сигналу
N=2^b; % Кількість рівнів квантування
q=2*A/(N-1); % Крок квантування
levels=-A+q/2:q:A-q/2; % Рівні порівняння сигналу
codebook=-A:q:A; % Рівні квантування сигналу
[ind, xq, D]=quantiz(xd, levels, codebook); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(td,xq, 'o-', 'Color', tColorLight,...
    'LineWidth', 2, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
    'MarkerFaceColor',tColorLight);
xticks(td); % Написи по осі абсцис
yticks(codebook); % Написи по осі ординат
xtickformat('%.1f'); % Формат значень по осі абсцис
ytickformat('%.2f'); % Формат значень по осі ординат
xtickangle(90); % Поворот написів по осі абсцис
grid on; % Сітка графіка
axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Квантований за рівнем сигнал'}); % Заголовок
xlabel('Дискретний час,\it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал\it x(nT_d )\rm, В'); % Напис осі ординат
```

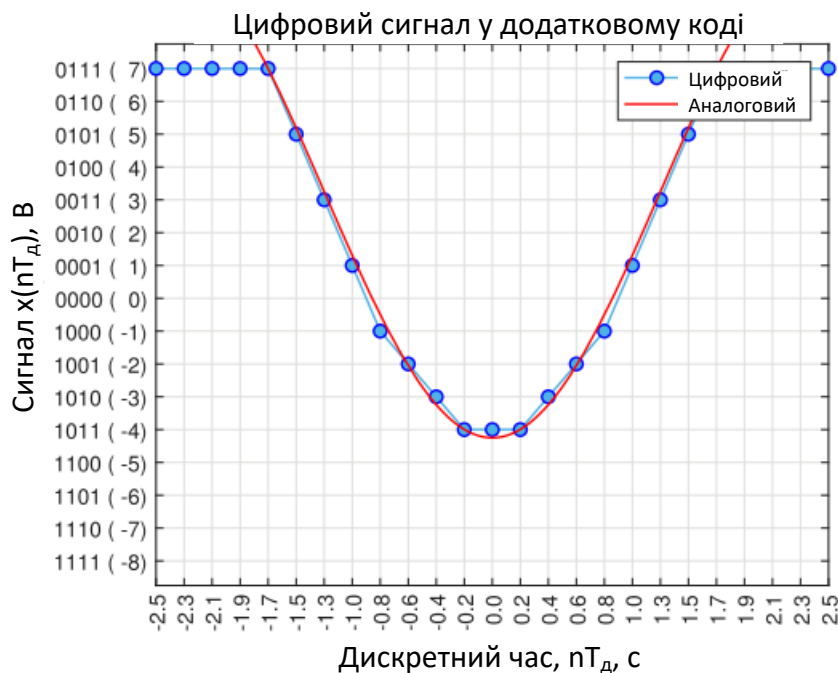
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 13



1.2.5. Моделювання цифрового сигналу

```
% Моделювання цифрового сигналу
codes=-N/2:N/2-1; % Масив кодованих значень
codescomp=codes;
codescomp(1:end/2)=N/2-1-codes(1:end/2); % Додатковий код
bincodes=dec2bin(codescomp); % Коди у двійковій системі
ylabels=compose('%s (%3d)',bincodes,codes); % Написи по осі ординат
% Формування графіка
figure; plot(td,xq, 'o-', 'Color', tColorLight,...
    'LineWidth', 1, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
    'MarkerFaceColor',tColorLight);
xticks(td); % Написи по осі абсцис
yticks(codebook); % Написи по осі ординат
xtickformat('%1f'); % Формат значень по осі абсцис
yticklabels(ylabels); % Формат значень по осі ординат
xtickangle(90); % Поворот написів по осі абсцис
grid on; % Сітка графіка
axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Цифровий сигнал у додатковому коді'}); % Заголовок
xlabel('Дискретний час,\it nT_d\rm, с'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал\it x(nT_d)\rm, код'); % Напис осі ординат
hold on; fplot(xa,'Color',Color0,'LineWidth', 1);
legend('Цифровий','Аналоговий');
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 14



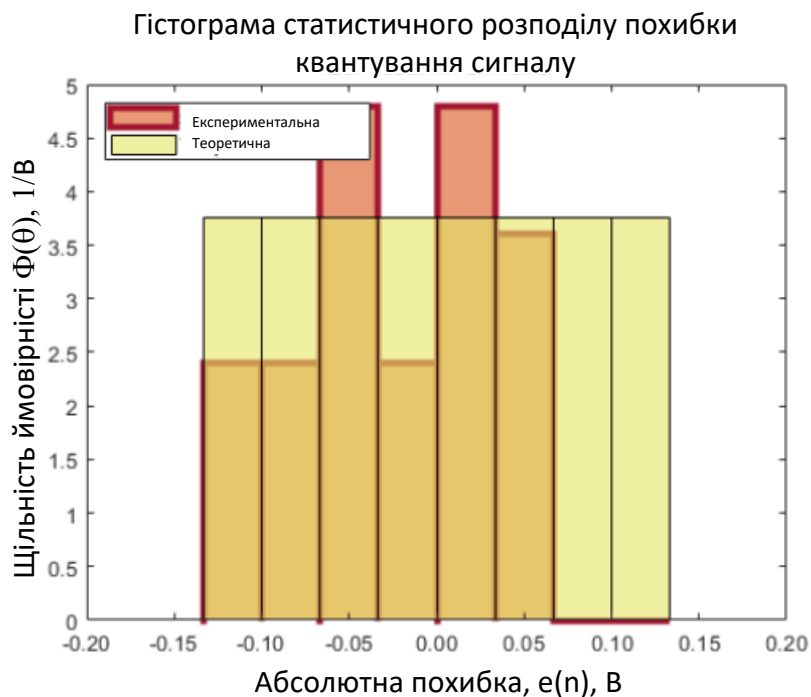
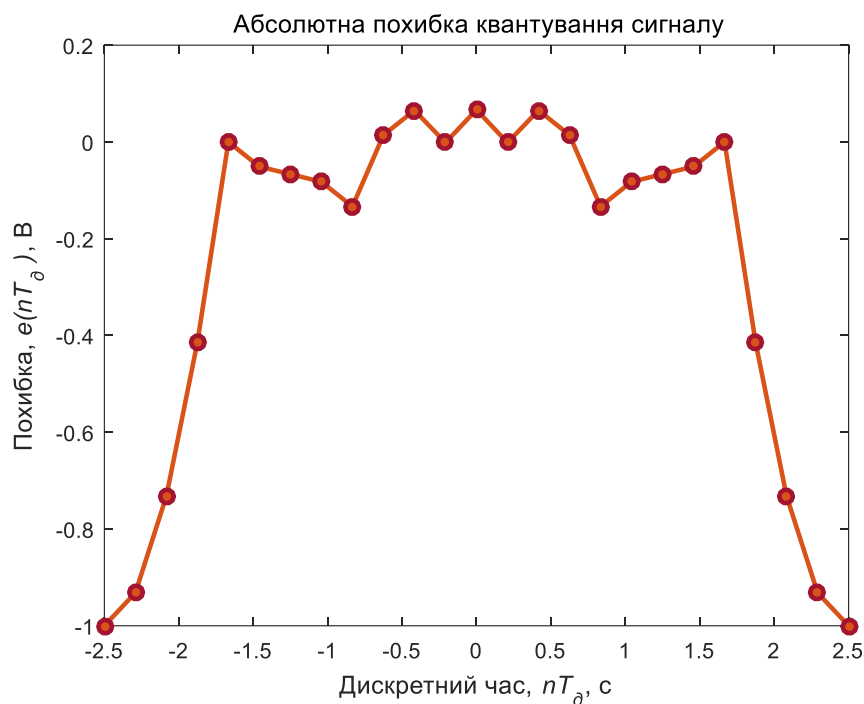
1.2.6. Обчислення абсолютної похибки цифрового сигналу

```
% Обчислення похибки цифрового сигналу
ex=xq-xd; % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(td,ex,'o-','Color', eColor,'LineWidth',2,...
'MarkerEdgeColor',eColorDark,...
'MarkerFaceColor',eColor);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Абсолютна похибка квантування сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Дискретний час,\it nT_д\rm, с'); % Напис осі абсцис
ylabel('Похибка,\it e(nT_д)\rm, В'); % Напис осі ординат
```

1.2.7. Формування гістограми статистичного розподілу похибки

```
% Формування гістограми статистичного розподілу похибки
% квантування сигналу
nBars=8; % Кількість прямокутників гістограми
edges=linspace(-A/(N-1),A/(N-1),nBars+1); % Формування меж діапазонів
figure; histogram(ex,edges,'EdgeColor',eColorDark,...
'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
'LineWidth',3); % Експериментальна
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
xlim([-1.5*A/(N-1) 1.5*A/(N-1)]); % Діапазон значень осей
xtickformat('%0.2f'); % Формат значень по осі абсцис
title({'\rm Гістограма статистичного розподілу похибки',...
'квантування сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Абсолютна похибка,\it e(n)\rm, В'); % Напис осі абсцис
ylabel('Щільність ймовірності,\it \Phi(e)\rm, 1/В'); % Напис осі ординат
hold on; histogram('BinEdges',edges,'BinCounts',ones(nBars,1),...
'Normalization','pdf','FaceColor',eColorLight); % Теоретична
legend('Експериментальна','Теоретична','Location','northwest');
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 15



1.3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Виконати імітаційне моделювання аналогового гармонійного сигналу однієї частоти, що описується функцією

$$x(t) = A_0 + A \cos(2\pi f t + \varphi),$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 16

на часовому інтервалі $t \in [t_{\min}; t_{\max}]$ з використанням символічних змінних.

2. Побудувати графік функції, що описує аналоговий сигнал;

3. Виконати моделювання аналого-цифрового перетворення із частотою дискретизації f_d та розрядністю b . кодування сигналу реалізувати за допомогою прямого, зворотного і додаткового коду;

4. Побудувати графіки відповідних функцій для дискретного, квантованого та цифрового сигналів;

5. Оцінити параметри шуму квантування сигналу, побудувати гістограму статистичного розподілу абсолютної похибки квантування та зіставити отримані результати з теоретичними значеннями.

Після виконання експериментальної частини необхідно відповісти на запропоновані контрольні питання для закріплення пройденого матеріалу та встановлення взаємозв'язку між отриманими результатами практичних робіт та теоретичними знаннями.

6. Варіанти завдань для індивідуальної роботи – таблиця 1.1

1.4. Вимоги до звіту

В звіті має бути така інформація:

- мета роботи;
- розв'язані у процесі її досягнення завдання;
- основні математичні висловлювання, використані під час вирішення завдань;
- текст програми чи схема моделювання, результати моделювання у вигляді графіків і висновок, що дозволяє зробити висновок про сумісність результатів практичної роботи з теоретичними відомостями;
- опис сигналів, коди програм, візуальне представлення сигналу.

1.5. Контрольні питання

1. З якою метою виконується дискретизація та квантування сигналу за рівнем?
2. У чому відмінність квантованого дискретного сигналу від цифрового?
3. Як визначити обсяг пам'яті, необхідної для зберігання цифрового сигналу на заданому інтервалі?
4. Як зменшити нелінійні спотворення сигналу, зумовлені квантуванням за рівнем?
5. Назвіть основні параметри, що характеризують аналого-цифрові перетворювачі.
6. Чи співпадатимуть результати операцій над одним і тим самим сигналом, представленим у дискретному та цифровому вигляді?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 17

Таблиця 1.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	A, В	A_0 , В	f , Гц	φ , рад.
1	8	18	5	7	3	$\pi/2$
2	15	22	5	3	1	$\pi/5$
3	15	22	9	1	9	$\pi/3$
4	17	32	5	9	2	$\pi/3$
5	17	48	3	6	3	$\pi/3$
6	10	32	8	8	5	$\pi/5$
7	10	30	1	10	5	$\pi/5$
8	13	39	4	5	5	$\pi/4$
9	10	30	8	6	8	$\pi/5$
10	8	30	8	7	8	$\pi/3$
11	10	18	10	2	9	$\pi/2$
12	7	16	1	5	1	$\pi/4$
13	3	19	9	6	3	$\pi/4$
14	12	21	8	8	6	$\pi/5$
15	10	30	7	6	7	$\pi/4$
16	15	36	9	5	3	$\pi/3$
17	18	41	7	1	8	$\pi/4$
18	6	18	8	10	4	$\pi/4$
19	6	15	2	2	3	$\pi/4$
20	18	28	9	8	1	$\pi/2$
21	4	15	3	6	8	$\pi/2$
22	9	27	6	4	5	$\pi/4$
23	11	19	1	5	4	$\pi/5$
24	11	22	7	3	2	$\pi/2$
25	19	42	5	9	1	$\pi/5$
26	14	30	10	10	6	$\pi/4$
27	17	32	1	9	2	$\pi/3$
28	4	28	6	4	5	$\pi/5$
29	10	19	9	5	6	$\pi/4$
30	10	21	8	6	6	$\pi/4$
31	8	18	2	6	8	$\pi/2$
32	15	16	9	4	5	$\pi/4$
33	15	19	3	5	4	$\pi/5$
34	17	21	6	3	2	$\pi/2$
35	17	30	1	9	1	$\pi/5$
36	10	36	7	10	6	$\pi/4$
37	10	41	5	9	2	$\pi/3$
38	13	18	10	4	5	$\pi/5$
39	10	15	1	5	6	$\pi/4$
40	8	28	8	6	6	$\pi/4$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 18

Лабораторна робота № 2 ДЕТЕРМІНОВАНІ СИГНАЛИ ТА ЇХ ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Мета роботи:

- набуття практичних навичок імітаційного моделювання різних видів детермінованих сигналів;
- експериментальне вивчення основних характеристик дискретних сигналів, зокрема: енергія та середня потужність сигналу на інтервалі, амплітудний та енергетичний спектри, спектр потужності та функція спектральної густини потужності.

2.1. Основні визначення та характеристики детермінованих сигналів

Детермінований сигнал - це сигнал, закон зміни і всі параметри якого заздалегідь відомі. Оскільки сигнал, параметри якого повністю відомі, не може бути носієм нової інформації, то на практиці під детермінованими сигналами також часто розуміють сигнали, закон зміни яких визначений, а параметри можуть бути заздалегідь невідомі.

Детермінований сигнал характеризується:

- функцією, що описує (законом зміни);
- аргументами функції;
- параметрами функції;
- енергетичними характеристиками.

Закон зміни детермінованого сигналу у загальному вигляді визначається функцією що описує, $x(\vec{T}, \vec{P})$ де $\vec{T} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ – вектор аргументів сигналу, $\vec{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ – вектор параметрів сигналу.

Такий опис (математична модель) сигналу дає змогу абстрагуватися від фізичної природи при аналізі його властивостей.

За кількістю елементів вектору аргументів сигнали поділяють на одновимірні та багатовимірні. В якості аргументів, як правило, використовують змінні часу і координат простору. Розглянемо як приклад найпростіший детермінований гармонійний сигнал вигляду

$$x(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0),$$

У цьому випадку сигнал є одновимірним часовим. Його єдиним аргументом є змінна часу t , а параметрами: A_0 – амплітуда; f_0 – частота; φ_0 - початкова фаза.

Зміна одного з параметрів або декількох параметрів одночасно може кодувати інформацію під час передачі її за допомогою сигналу несучої частоти. Значення несучої частоти вибирається залежно від властивостей фізичного середовища, у якому поширюється сигнал. Прикладами областей практичного застосування такого роду кодування інформації є бездротовий зв'язок, радіолокація, гідролокація та ультразвукові дослідження.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 19

Енергетичні характеристики сигналу безпосередньо не беруть участі у кодуванні інформації, але дають змогу оцінювати дальність передачі інформації з урахуванням загасання сигналу у реальному фізичному середовищі та порівнювати між собою різні види сигналів.

Енергією дійсного сигналу називають величину

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt, \quad (2.1.)$$

де $p(t)$ – миттєва потужність сигналу.

Середньою потужністю дійсного сигналу називають величину

$$P_{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt. \quad (2.2)$$

Оскільки на практиці доводиться мати справу із сигналами скінченними, то уточнимо вирази (2.1) і (2.2) для сигналів, визначених на інтервалі $[t_{\min}; t_{\max}]$ для $t_{\min} > -\infty$ і $t_{\max} < \infty$. Енергією дійсного сигналу на заданому інтервалі називають величину

$$E_{x(t)} = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} p(t)dt = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} x^2(t)dt, \quad t \in [t_{\min}; t_{\max}]$$

а середньою потужністю на тому ж інтервалі - величину

$$P_{x(t)} = \frac{1}{t_{\max} - t_{\min}} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} x^2(t)dt, \quad t \in [t_{\min}; t_{\max}]$$

За допомогою перетворення Фур'є будь-який безперервний сигнал $x(t)$ може бути представлений у частотній області виразом

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt,$$

де ω – кутова (циклічна) частота, яка визначається виразом

$$\omega = 2\pi f. \quad (2.3)$$

Відповідно до теореми Парсеваля енергія сигналу у часовій області дорівнює енергії сигналу у частотній області

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 df, \quad (2.4)$$

З урахуванням (2.3) вираз (2.4) набуває вигляду

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} |X(2\pi f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} A(2\pi f)df,$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 20

Величина $A(2\pi f)$ називається *функцією спектральної густини енергії* і визначає розподіл енергії сигналу за частотами. Вираз (5) з урахуванням (6) можна переписати у вигляді

$$P_{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(2\pi f)|^2 df =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(2\pi f)|^2}{T} df = \int_{-\infty}^{\infty} S(2\pi f) df$$

Величина $S(2\pi f)$ називається *функцією спектральної густини потужності* і визначає розподіл потужності сигналу за частотами. Часто на практиці у якості енергетичної характеристики зручніше мати справу саме з функцією спектральної густини потужності сигналу.

Під час імітаційного моделювання сигналів та оцінки їх енергетичних характеристик виникає необхідність визначення аналогічних характеристик для дискретних величин.

Енергія дискретного сигналу визначається виразом

$$E_{x(n)} = \sum_{n=0}^{\infty} |x(n)|^2.$$

Миттєва потужність дискретного сигналу визначається виразом

$$p(n) = x^2(n).$$

Середня потужність дискретного сигналу визначається виразом

$$P_{x(n)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2,$$

а на кінцевому інтервалі $[n_1; n_2]$ для $n_1 > -\infty$ і $nt_2 < \infty$ визначається виразом

$$P_{x(n)} = \frac{1}{n_1 - n_2} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2, \quad n \in [n_1; n_2].$$

Обчислення частотного спектра дискретного сигналу $x(n)$ для $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$. реалізується через дискретне перетворення Фур'є, яке визначається виразом

$$X_{(k)} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1..$$

Відповідно до рівності Парсеваля енергія дискретного сигналу також може бути обчислена і у частотній області

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 21

$$E_{x(n)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(k)|^2.$$

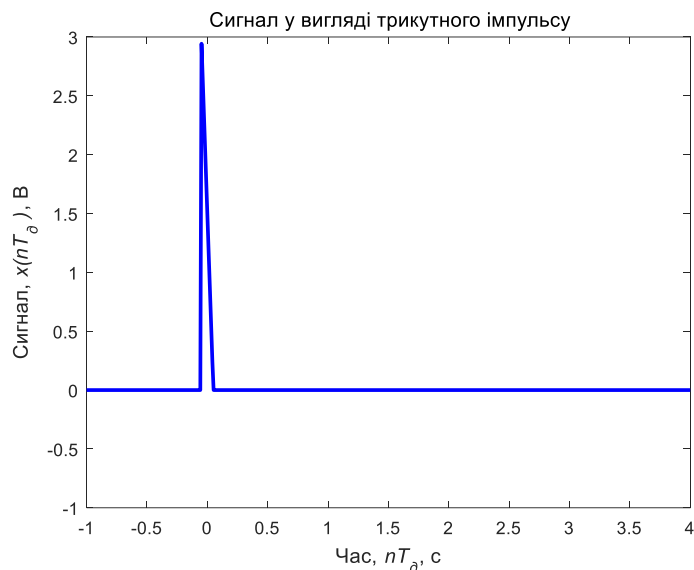
2.2. Приклад програми моделювання

2.2.1. Моделювання детермінованих сигналів. Ініціалізація та формування значень основних параметрів

```
% Імітаційне моделювання детермінованих сигналів
% Розрахунок енергетичних характеристик сигналу
clear all; % Очищення пам'яті
close all; % Закриття всіх вікон із графіками
clc; % Очищення вікна команд та повідомлень
tColor='b'; % Колір графіків у часовій області
fColor=[1 0.4 0]; % Колір графіків у частотній області
A0=2; % Постійна складова сигналу
A=3; % Амплітуда сигналу
fmin=2; fmax=10; f0=15; % Частота сигналу, Гц
fd=100; % Частота дискретизації, Гц
tmin=-1; tmax=4; dt=tmax-tmin; % Інтервал визначення функції
N = dt*fd; % Кількість відліків
```

2.2.2. Моделювання трикутного імпульсу

```
% Моделювання трикутного імпульсу
xd = linspace(tmin,tmax,N); % Формування області визначення
zd = A*tripuls(xd,0.1,-1); % Формування значень
% Формування графіка
figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
axis([tmin tmax -1 A]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Сигнал у вигляді трикутного імпульсу'}); % Заголовок
xlabel('Час, \it nT_d \rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал, \it x(nT_d) \rm, B'); % Напис осі ординат
```

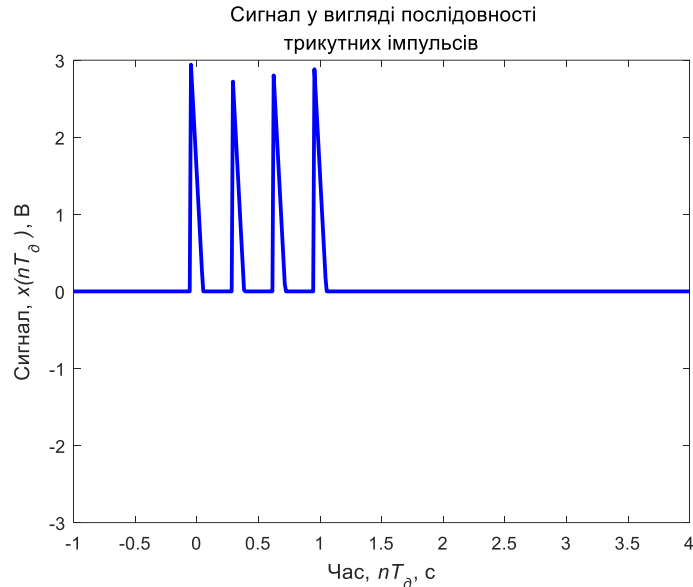


2.2.3. Моделювання послідовності трикутних імпульсів

```
% Моделювання послідовності трикутних імпульсів
d = 0 : 1/3 : 1; % Період повторення імпульсу
zd = A*pulstran(xd,d, 'tripuls',0.1,-1); % Формування значень
```

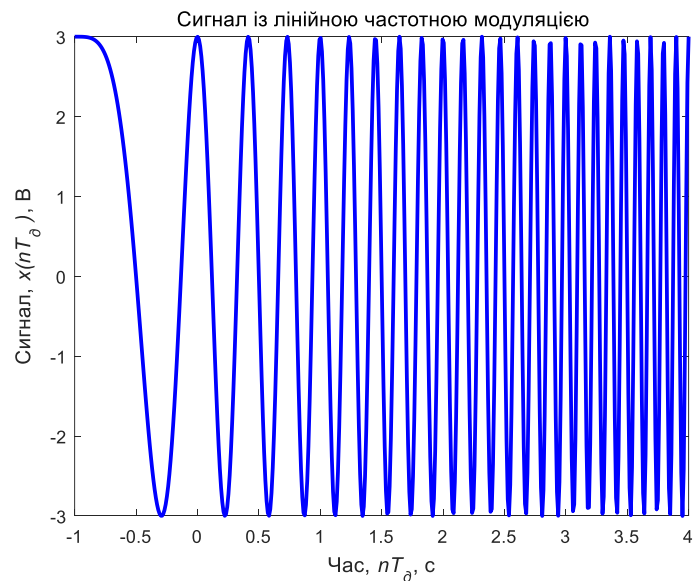
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 22

```
% Формування графіка
figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
axis([tmin tmax -A A]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Сигнал у вигляді послідовності',...
      'трикутних імпульсів'}); % Заголовок
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал, \it x(nT_d)\rm, B'); % Напис осі ординат
```



2.2.4. Моделювання сигналу з лінійною частотною модуляцією

```
% Моделювання сигналу з лінійною частотною модуляцією
zd = A*chirp(xd,fmin,tmax,fmax); % Формування значень
% Формування графіка
figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
axis([tmin tmax -A A]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Сигнал із лінійною частотною модуляцією'}); % Заголовок
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал, \it x(nT_d)\rm, B'); % Напис осі ординат
```



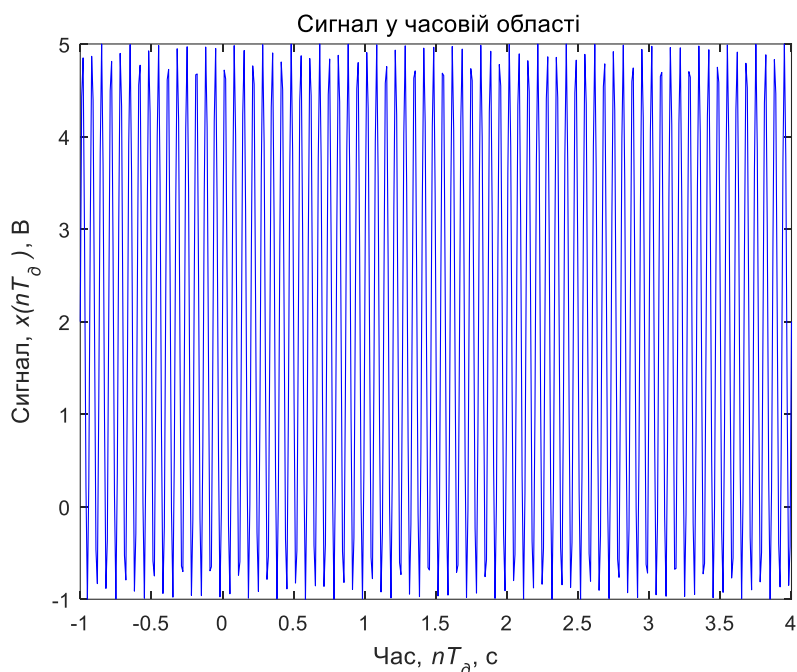
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 23

2.2.5. Розрахунок енергетичних характеристик сигналу. Моделювання сигналу в часовій області

```

zd = A0+A*sin(2*pi*f0*xd); % Формування значень
% Формування графіка
figure;hPlot=plot(xd, zd, 'Color', tColor);
axis([tmin tmax -A+A0 A+A0]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Сигнал у часовій області'}); % Заголовок
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал, \it x(nT_d)\rm, B'); % Напис осі ординат

```



2.2.6. Розрахунок енергії та потужності сигналу на заданому інтервалі в часовій і частотній області

```

% Розрахунок енергії та середньої потужності сигналу у часовій області
Et = 1/fd * sum(zd.^2);
Pt = Et/dt;
% Розрахунок енергії та середньої потужності сигналу в частотній області
X = fft(zd,N);
Ew = 1/(fd*N) * sum(abs(X).^2);
% Виведення результату
fprintf('Енергія сигналу у часовій області: %f \n', Et);
fprintf('Енергія сигналу у частотній області : %f \n', Ew);
fprintf('Середня потужність сигналу у часовій області: %f \n', Pt);

```

Енергія сигналу у часовій області: 42.455000

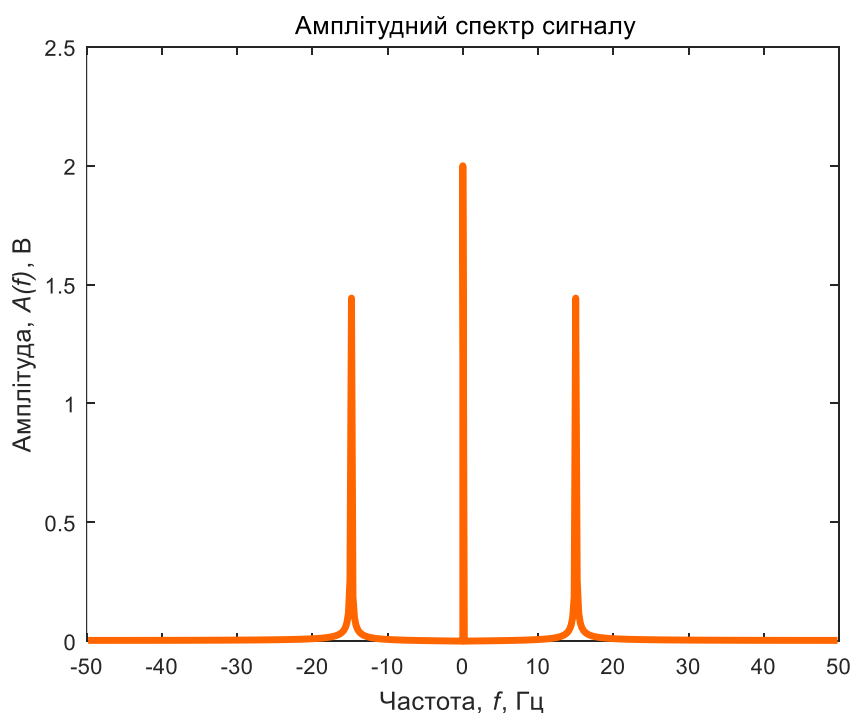
Енергія сигналу у частотній області: 42.455000

Середня потужність сигналу у часовій області: 8.491000

2.2.7. Розрахунок амплітудного спектра сигналу

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 24

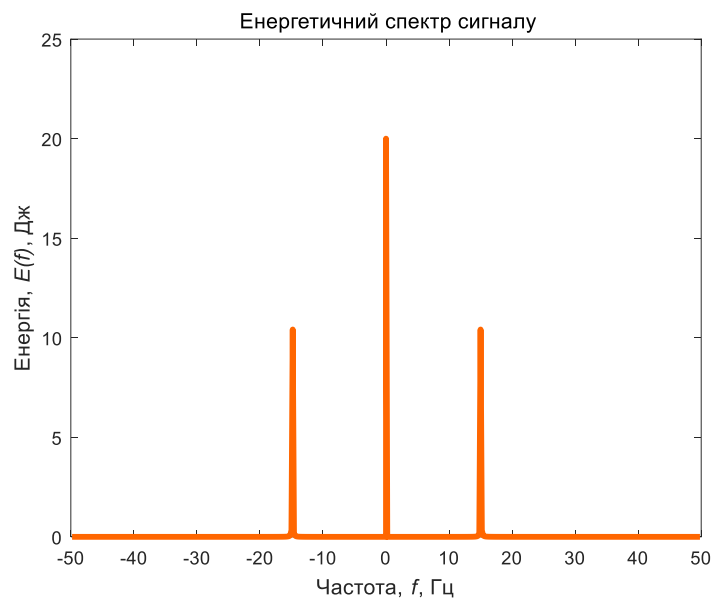
```
% Розрахунок амплітудного спектру сигналу
f=0:fd/N:fd-fd/N; % Формування області визначення
af = abs(fft(zd)/N); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(af),...
'Color', fColor,'LineWidth',3);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Амплітудний спектр сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Амплітуда,\it A(f)\rm, В'); % Напис осі ординат
```



2.2.8. Розрахунок енергетичного спектра сигналу

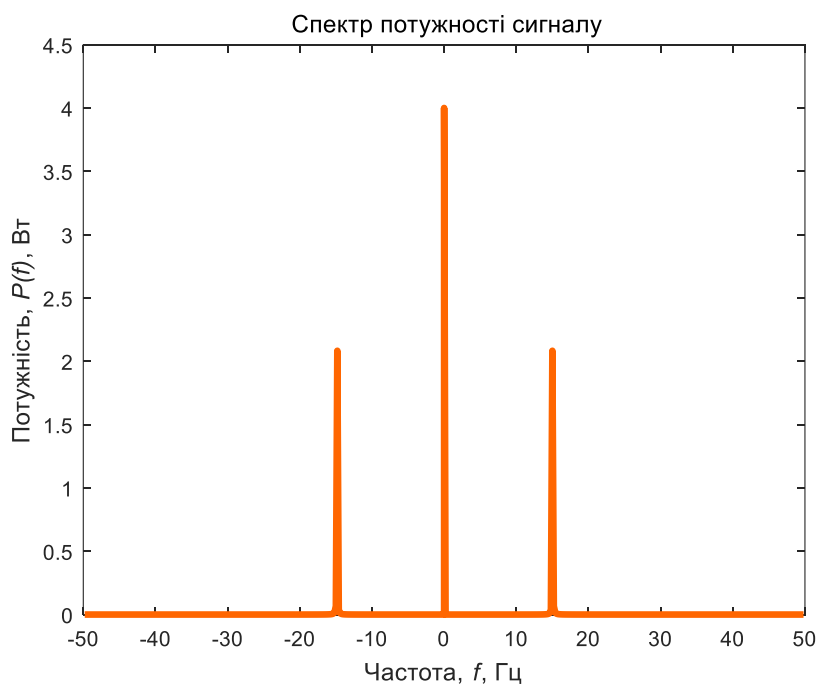
```
% Розрахунок енергетичного спектра сигналу
ef = 1/(N*fd) * (abs(fft(zd)).^2); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(ef),...
'Color', fColor,'LineWidth',3);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Енергетичний спектр сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Енергія,\it E(f)\rm, Дж'); % Напис осі ординат
```


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 25



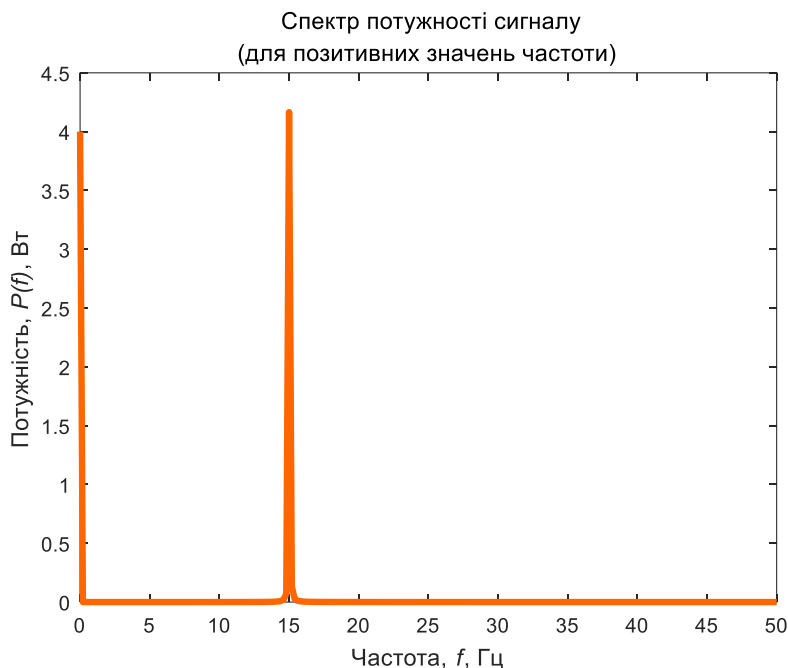
2.2.9. Розрахунок спектра потужності сигналу

```
% Розрахунок спектра потужності сигналу
pf = ef/dt; % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(pf),...
'Color', fColor,'LineWidth',3);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Спектр потужності сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Потужність, \it P(f)\rm, Вт'); % Напис осі ординат
```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 26

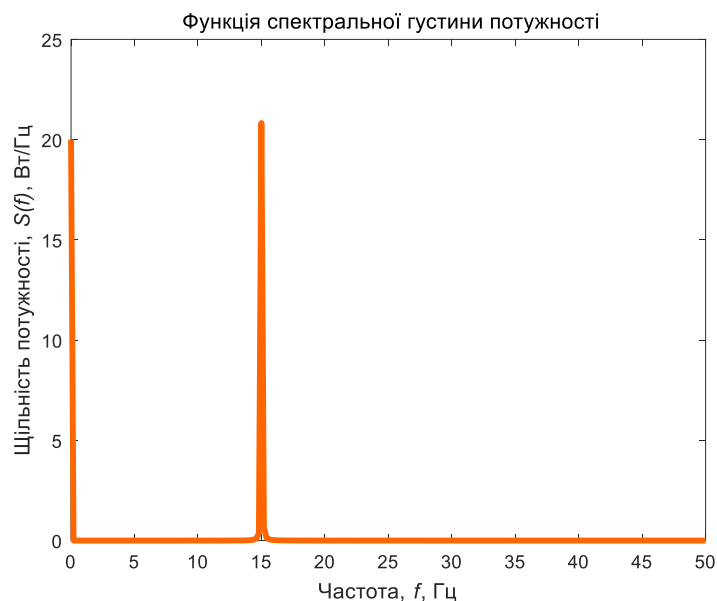
```
[pf, ff]=periodogram(zd,rectwin(length(zd)),...
length(zd),fd,'power'); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(ff,pf, 'Color', fColor,'LineWidth',3);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Спектр потужності сигналу',...
'(для позитивних значень частоти)'}); % Заголовок
xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Потужність,\it P(f)\rm, Вт'); % Напис осі ординат
```



2.2.10. Розрахунок функції спектральної щільності потужності сигналу

```
% Розрахунок функції спектральної потужності сигналу
[pf, ff]=periodogram(zd,rectwin(length(zd)),...
length(zd),fd,'psd'); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(ff,pf, 'Color', fColor,'LineWidth',3);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Функція спектральної густини потужності'}); % Заголовок
xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Щільність потужності,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Напис осі ординат
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 27



2.3 Завдання та порядок виконання роботи

Для успішного виконання роботи необхідно:

1. Провести імітаційне моделювання детермінованого сигналу у вигляді одиночного імпульсу заданого типу тривалістю τ і періодичної послідовності з N подібних імпульсів з періодом T .

2. Провести імітаційне моделювання гармонійного сигналу із заданим типом модуляції тривалістю τ з девіацією частоти в діапазоні $f \in [f_{\min}; f_{\max}]$ на часовому інтервалі $t \in [t_{\min}; t_{\max}]$. Модуляція має здійснюватися за одним із законів:

(а) ЛЧМ – лінійна частотна модуляція формується за законом

$$f(t) = f_{\min} + \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\tau} \cdot t;$$

(б) ПЧМ – параболічна частотна модуляція формується за законом

$$f(t) = f_{\min} + \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\tau^2} \cdot t;$$

(в) ГЧМ – гіперболічна частотна модуляція формується за законом

$$f(t) = \frac{\tau f_{\max} f_{\min}}{(f_{\max} - f_{\min})t + \tau f_{\min}};$$

(г) КЧМ – кубічна частотна модуляція формується за законом

$$f(t) = f_{\min} + \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\tau^3} \cdot t.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 28

Частота дискретизації має бути обрана відповідно до вимог теореми Найквіста-Котельникова, а саме $f_d > 2 f_{\max}$, де $f_{\max}$ – максимальна частота в спектрі модельованого сигналу.

3. Експериментально розрахувати енергію модельованого гармонійного сигналу в часовій і частотній областях і підтвердити виконання теореми Парсеваля.

4. Оцінити середню потужність модельованого гармонійного сигналу на заданому інтервалі.

5. Побудувати амплітудний та енергетичний спектри, спектр потужності та функцію спектральної густини потужності гармонійного сигналу. Оскільки спектральні характеристики дійсного сигналу симетричні відносно нульової частоти, то рекомендується при виконанні роботи на графіках зображати тільки позитивні частоти, подвоюючи значення характеристики в ділянці позитивних частот за рахунок прихованих на графіку відповідних від'ємних частот. Такий вид зображення є більш інтуїтивно зрозумілим, оскільки у фізичних процесах від'ємні частоти відсутні.

Після виконання експериментальної частини необхідно відповісти на запропоновані контрольні запитання для закріплення пройденого матеріалу і встановлення взаємозв'язку між отриманими результатами практичних робіт і теоретичними знаннями.

6. Варіанти завдань для індивідуальної роботи у таблиці 2.1. Параметри функції та імпульсу – таблиця 2.2.

Таблиця 2.1

№	Функція	Імпульс
1	Гаусса	ГЧМ
2	Дирихле	ПЧМ
3	Гаусса	ПЧМ
4	Дирихле	ЛЧМ
5	Кардіальний синус	ЛЧМ
6	Прямокутний імпульс	ЛЧМ
7	Дирихле	КЧМ
8	Кардіальний синус	ГЧМ
9	Дирихле	КЧМ
10	Трикутний імпульс	ПЧМ
11	Гаусса	ЛЧМ
12	Трикутний імпульс	ПЧМ
13	Дирихле	ПЧМ
14	Прямокутний імпульс	ЛЧМ
15	Трикутний імпульс	ПЧМ
16	Кардіальний синус	ГЧМ
17	Кардіальний синус	ПЧМ
18	Гаусса	ГЧМ
19	Прямокутний імпульс	ГЧМ
20	Гаусса	КЧМ

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 29

Продовження таблиці 2.1

№	Функція	Імпульс
21	Гаусса	ЛЧМ
22	Трикутний імпульс	ПЧМ
23	Дирихле	ПЧМ
24	Прямокутний імпульс	ЛЧМ
25	Трикутний імпульс	ПЧМ
26	Кардіальний синус	ГЧМ
27	Кардіальний синус	ПЧМ
28	Гаусса	ГЧМ
29	Прямокутний імпульс	ГЧМ
30	Прямокутний імпульс	КЧМ
31	Гаусса	ЛЧМ
32	Дирихле	КЧМ
33	Дирихле	ЛЧМ
34	Трикутний імпульс	ПЧМ
35	Трикутний імпульс	КЧМ
36	Гаусса	ЛЧМ
37	Прямокутний імпульс	ПЧМ
38	Кардіальний синус	ПЧМ
39	Дирихле	ГЧМ
40	Трикутний імпульс	ЛЧМ

Таблиця 2.2

№	Функція			Імпульс			
	τ, c	T, c	N	t_{min}, c	t_{max}, c	$f_{min}, Гц$	$f_{max}, Гц$
1	0,5	10	500	4	5	65	390
2	0,4	26,7	200	-2	5	95	665
3	0,2	29,3	300	-2	8	68	204
4	0,7	13,3	800	0	10	98	882
5	0,8	10,1	700	3	13	27	243
6	0,7	27,4	100	5	13	49	392
7	0,2	27,7	700	-4	2	36	252
8	0,4	21,7	600	-3	3	80	160
9	0,7	10,7	200	-3	2	10	70
10	0,1	14,7	600	-2	4	95	475
11	0,4	8,4	900	0	3	85	170
12	0,3	22,9	100	4	11	32	64
13	0,8	21,6	500	3	8	58	580
14	0,3	21	300	-3	3	30	120
15	0,1	26,9	700	0	3	48	288
16	0,6	24,8	700	-4	3	39	156
17	0,2	5,2	500	-2	-1	31	217
18	0,8	28,1	400	2	12	95	475
19	0,5	18	500	-1	7	34	136
20	0,4	26	600	-4	-1	55	275

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 30

Продовження таблиці 2.2

№	Функція			Імпульс			
	τ, c	T, c	N	t_{min}, c	t_{max}, c	$f_{min}, Гц$	$f_{max}, Гц$
21	0,4	27,4	100	5	13	49	392
22	0,3	27,7	700	-4	2	36	252
23	0,8	21,7	600	-3	3	80	160
24	0,3	10,7	200	-3	2	10	70
25	0,1	14,7	600	-2	4	95	475
26	0,6	28,4	900	0	3	85	170
27	0,2	26,2	100	4	11	32	64
28	0,8	8,6	500	3	8	58	580
29	0,5	17	300	-3	3	30	120
30	0,4	20,3	700	0	3	48	288
31	0,2	24,8	700	-4	3	39	156
32	0,2	5,2	500	-2	-1	31	217
33	0,8	28,1	400	2	12	95	475
34	0,7	18	500	-1	7	34	136
35	0,1	26	300	-4	-1	55	275
36	0,5	23,1	500	-4	3	10	70
37	0,5	15,1	500	-5	2	14	98
38	0,4	14,6	500	-4	-1	21	210
39	0,6	10	700	3	8	59	295
40	0,3	9,5	300	-5	2	37	148

2.4. Контрольні питання

1. Яким чином можна отримати частотний спектр сигналу, знаючи його часову реалізацію?
2. Чи зміниться спектр аналогового сигналу після його оцифрування?
3. У чому фізичний сенс теореми Парсеваля?
4. Чому дорівнює енергія періодичного сигналу?
5. Як визначити середню потужність періодичного сигналу?
6. Яким чином можна порівняти енергії різних частотних гармонік одного сигналу?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 31

Лабораторна робота № 3 ВИПАДКОВІ СИГНАЛИ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПСЕВДОВИПАДКОВІ СИГНАЛИ

Мета роботи:

- набуття практичних навичок імітаційного моделювання різних видів випадкових і псевдовипадкових сигналів;
- практичне вивчення основних характеристик випадкових сигналів, у тому числі: густина ймовірності та функція спектральної густини потужності.

3.1. Теоретичні відомості. Математичні моделі випадкових сигналів

Випадковий сигнал – це сигнал, закон зміни і всі параметри якого заздалегідь невідомі, але відомі їхні ймовірнісні характеристики.

Псевдовипадковий сигнал – це сигнал, закон зміни якого відомий, а параметри є випадковими величинами з відомими ймовірнісними характеристиками [1].

Функція розподілу ймовірностей – функція, що визначає для кожного значення x ймовірність того, що випадкова величина x_0 набуде значення меншого, ніж довільне дійсне x , тобто

$$\forall x \in R: F_{x_0}(x) = P(x_0 \leq x).$$

Знаючи функцію розподілу ймовірностей, можна визначити ймовірність того, що випадкова величина x_0 потрапить у заданий інтервал $[x_A; x_{Bx}]$:

$$P(x_0 \in [x_A; x_{Bx}]) = F(x_{Bx}) - F(x_A).$$

Очевидно, що область значень функції розподілу ймовірностей лежить в інтервалі $[0; 1]$. Приклад функції розподілу ймовірностей безперервної випадкової величини наведено на рис. 3.1. Для дискретної випадкової величини функція розподілу ймовірностей набуває ступінчастого вигляду (рис. 3.2), область значень також стає дискретною, але лежить у тому самому інтервалі $[0; 1]$, що й для безперервної випадкової величини.

Якщо функція розподілу безперервної випадкової величини диференційована, то більш наочне уявлення про випадкову величину дає щільність ймовірності випадкової величини.

Функція щільності розподілу ймовірностей випадкової величини – перша похідна від функції розподілу ймовірностей. Визначити ймовірність того, що безперервна випадкова величина x_0 потрапить в інтервал $[x_A; x_{Bx}]$ за допомогою цієї функції можна відповідно до виразу

$$\forall x \in R: P(x_0 \in [x_A; x_{Bx}]) = \int_{x_A}^{x_{Bx}} f(x) dx.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 32

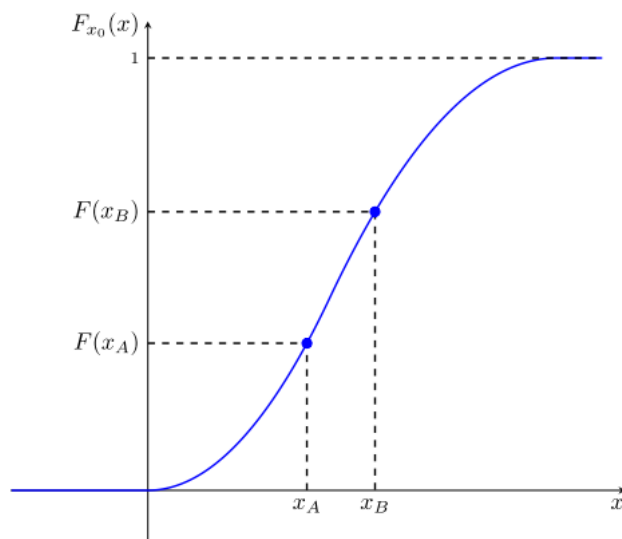


Рис. 3.1. Приклад функції розподілу безперервної випадкової величини

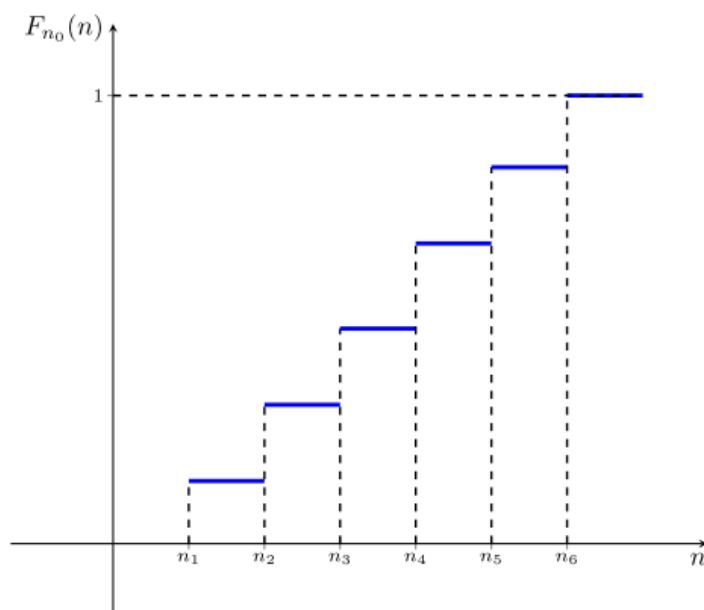


Рис. 3.2. Приклад функції розподілу дискретної випадкової величини

Таким чином, імовірність потрапляння випадкової величини в заданий інтервал дорівнює площі під графіком функції щільності ймовірності, визначеної на цьому інтервалі. Відповідно, загальна площа під графіком функції щільності ймовірності на всій області визначення не може перевищувати одиниці. Приклад функції розподілу ймовірностей безперервної випадкової величини наведено на рис. 3.3.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 33

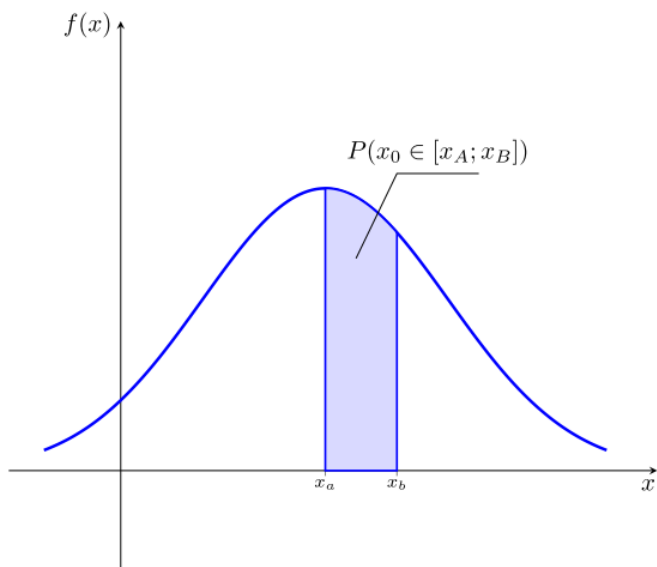


Рис. 3.3. Приклад функції щільності розподілу ймовірностей випадкової величини

Математичним очікуванням безперервної випадкової величини x_0 називається величина

$$m_{x_0} = M[x_0] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot dF_{x_0}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{x_0}(x) dx, \quad x \in R, \quad (3.1)$$

Приклад визначення математичного очікування на графіку функції щільності розподілу випадкової величини наведено на рис. 3.4.

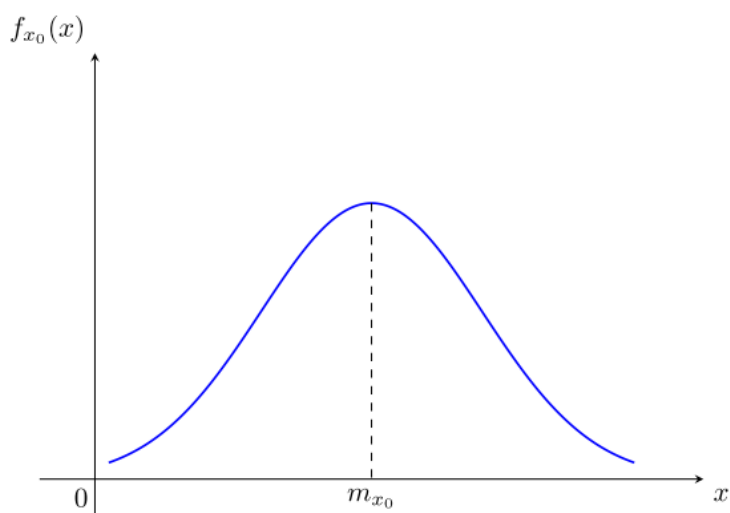


Рис. 3.4. Приклад визначення математичного очікування на графіку функції щільності розподілу випадкової величини

У випадку дискретної випадкової величини вираз (3.1) для визначення математичного очікування перетворюється на вигляд

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 34

$$m_{x_0} = M[x_0] = \sum_{i=1}^N x_i \cdot p_i, i \in N,$$

де $p_i = P(x_0 = x_i)$ – відповідні ймовірності значень x_i дискретної випадкової величини x_0 .

Дисперсія випадкової величини – міра відхилення значень випадкової величини від величини відносно її математичного очікування, що визначається як математичне очікування квадрата відхилення випадкової величини x_0 від її середнього значення

$$D_{x_0} = M[(x_0 - m)^2],$$

Середньоквадратичне відхилення визначається як квадратний корінь із дисперсії випадкової величини

$$\sigma = \sqrt{D_{x_0}},$$

Існує низка стандартних розподілів ймовірності. Нижче коротко розглянуто такі види:

- нормальне;
- рівномірне;
- трикутне.

Випадкова безперервна величина має нормальний закон розподілу, якщо її щільність розподілу ймовірності визначається виразом

$$f_{x_0}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_{x_0})^2}{2\sigma^2}}.$$

Приклади графіків функцій щільності розподілу ймовірності для нормального розподілу наведено на рис. 3.5.

Функція розподілу ймовірності в цьому випадку визначається виразом

$$f_{x_0}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m_{x_0})^2}{2\sigma^2}} dx,$$

а приклади її графіків подано на рис. 3.6.

Згідно з граничною центральною теоремою при збільшенні кількості слабо залежних нормованих випадкових величин їхня сума має розподіл, що прагне до нормального.

На практиці цей вид розподілу є одним із найпоширеніших у використанні, у тому числі, в рамках імітаційного моделювання природних процесів. Крім того, для нормального розподілу випадкової величини діє так зване "правило 3σ ", відповідно до якого всі значення випадкової величини x_0 зосереджені в інтервалі $(-3\sigma + m_{x_0}; 3\sigma + m_{x_0})$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 35

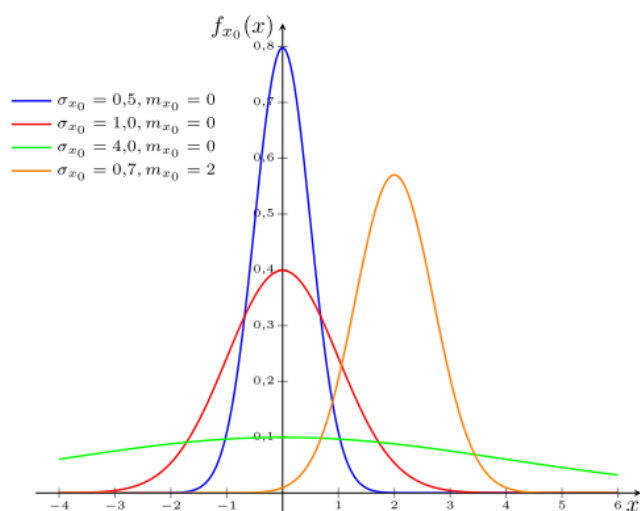


Рис. 3.5. Приклади графіків функцій щільності розподілу ймовірності нормально розподіленої випадкової величини для різних значень середньоквадратичного відхилення σ_{x_0} і математичного очікування m_{x_0}

Таким чином, розподіл, заданий на нескінченному інтервалі, може бути розглянутий на скінченному інтервалі з похибкою близько 0,3 % (рис. 3.7).

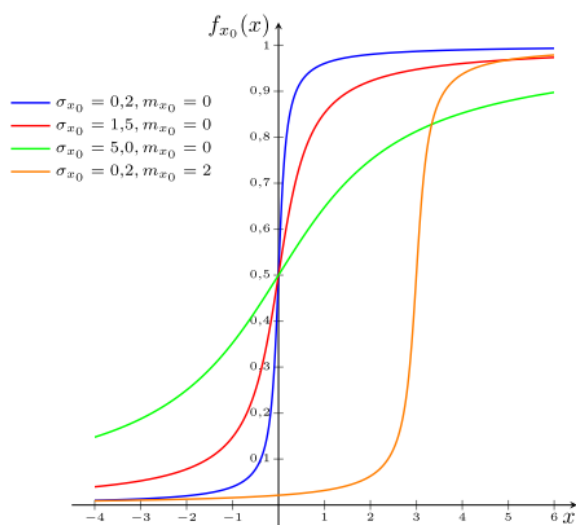


Рис. 3.6. Приклади графіків функції розподілу ймовірності нормально розподіленої випадкової величини для різних значень середньоквадратичного відхилення σ_{x_0} і математичного очікування m_{x_0}

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 36

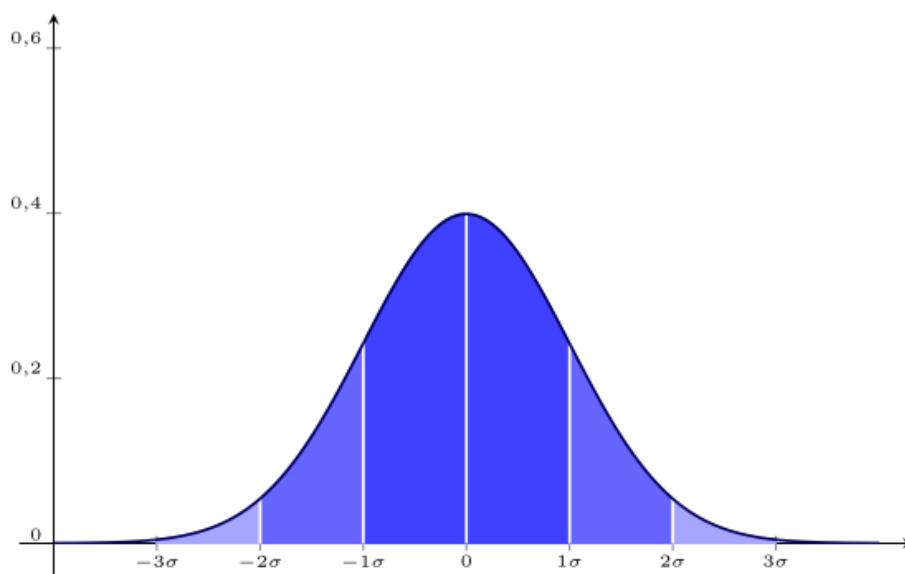


Рис. 3.7. Графік функції щільності розподілу ймовірності розподілу нормально розподіленої випадкової величини

Випадкова величина x_0 на проміжку від a до b має рівномірний розподіл, якщо функцію густини розподілу можна записати у вигляді

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

Графік функції щільності розподілу ймовірності для рівномірного розподілу наведено на рис. 3.8.

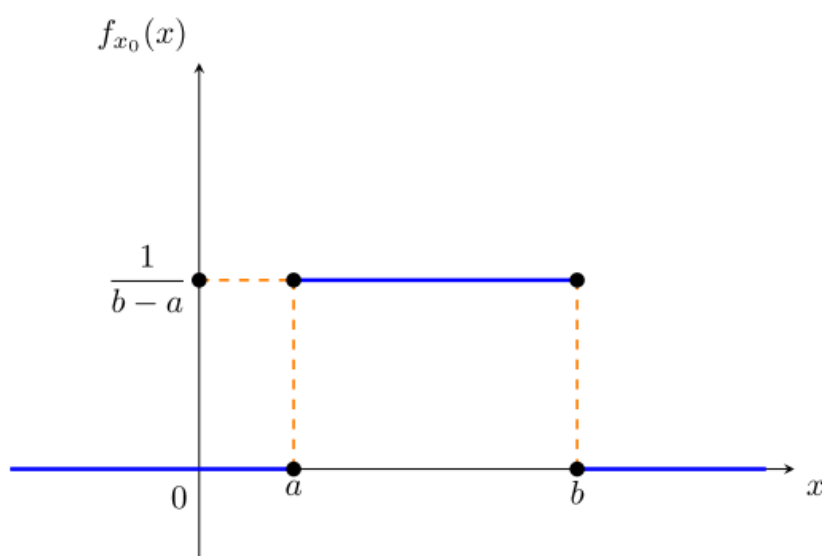


Рис. 3.8. Графік функції щільності розподілу ймовірності рівномірно розподіленої випадкової величини

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 37

Функція розподілу в цьому випадку визначається виразом

$$F_{x_0}(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

і має вигляд, представлений на рис. 3.9.

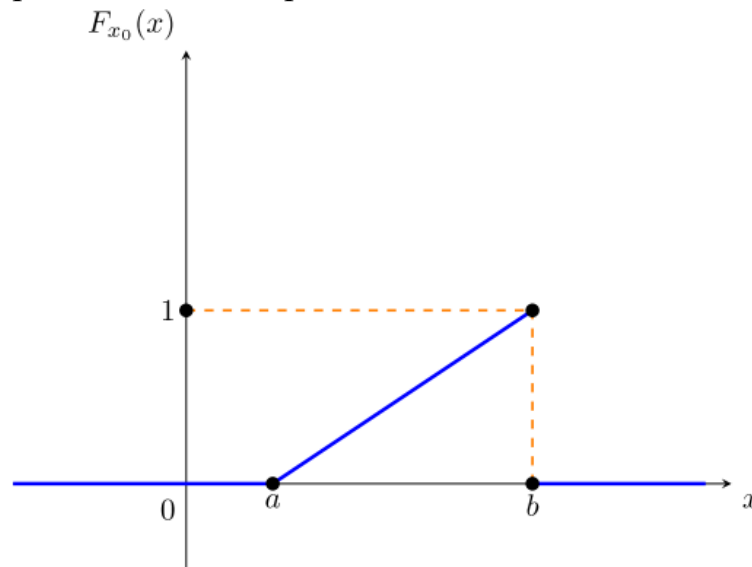


Рис. 3.9. Графік функції розподілу ймовірності рівномірно розподіленої випадкової величини

Математичне очікування випадкової безперервної величини x_0 обчислюється за формулою

$$m_{x_0} = \frac{a+b}{2},$$

а дисперсія – за формулою

$$D_{x_0} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Випадкова величина має трикутний розподіл, якщо її функція щільності розподілу має вигляд

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & x \in [a, c] \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, & x \in [c, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 38

Функція трикутного розподілу ймовірності випадкової величини визначається формулою

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & x \in [a, c] \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & x \in [c, b] \\ 1 & x > b \end{cases}.$$

Математичне очікування визначається виразом

$$m_{x_0} = \frac{a+b+c}{3},$$

а дисперсія визначається виразом

$$D_{x_0} = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}.$$

Приклади графіків функції та функції щільності трикутного розподілу випадкової величини наведено на рис. 3.10 і 3.11 відповідно. Трикутний розподіл є приблизною моделлю і застосовується для побудови складніших законів розподілу.

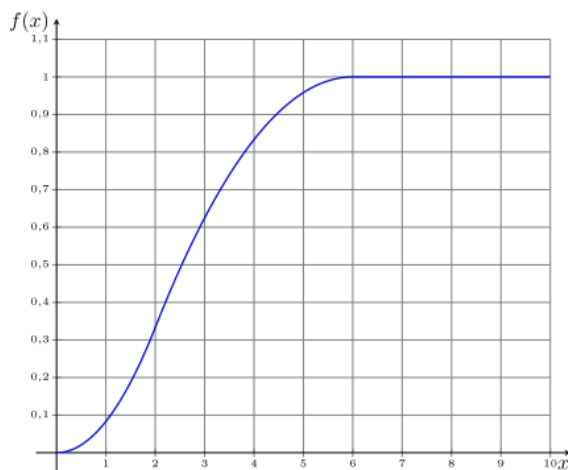


Рис. 3.10. Приклад графіка функції трикутного розподілу випадкової величини ($a = 0$, $c = 2$, $b = 6$)

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 39

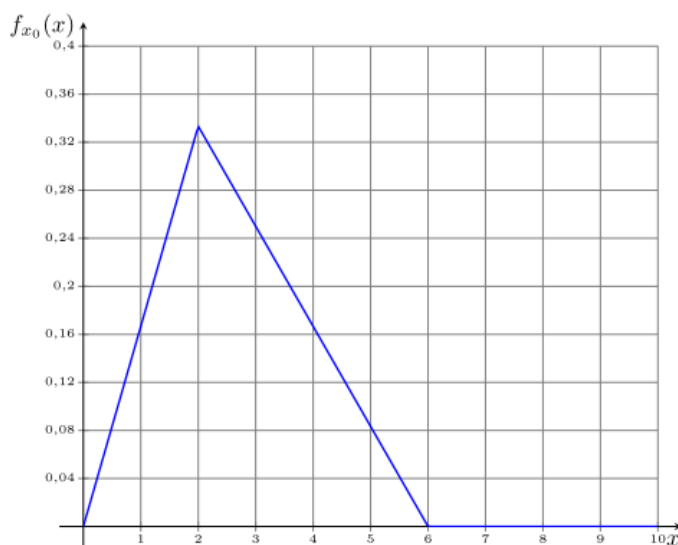


Рис. 3.11. Приклад графіка функції щільності трикутного розподілу випадкової величини ($a = 0$, $c = 2$, $b = 6$)

3.2. Приклад програми моделювання

3.2.1. Моделювання випадкових сигналів. Ініціалізація та формування значень основних параметрів

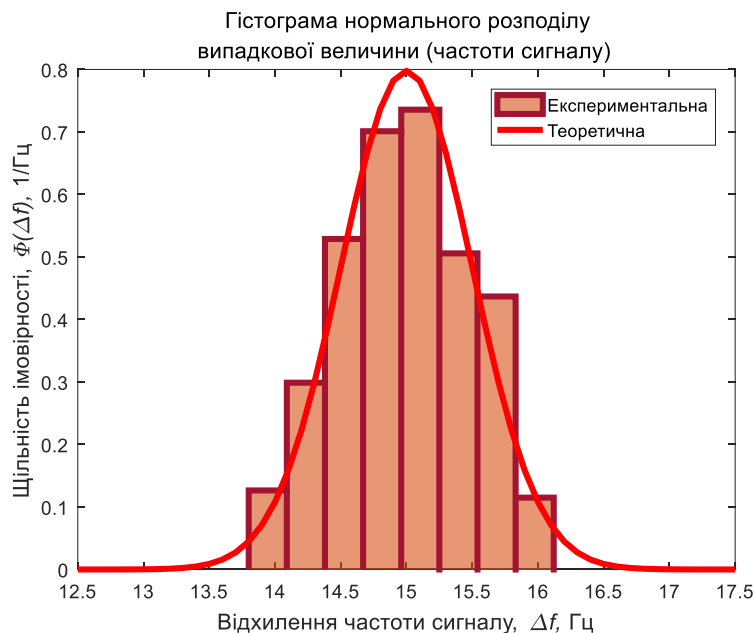
```
% Імітаційне моделювання випадкових сигналів
% Розрахунок енергетичних характеристик сигналу
clear all; % Очищення пам'яті
close all; % Закриття всіх вікон із графіками
clc; % Очищення вікна команд та повідомлень
tColor='b'; % Колір графіків у часовій області
Color0='r'; % Колір графіків еталонного сигналу
tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Колір графіків у часовій області
fColor=[1 0.4 0]; % Колір графіків у частотній області
eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Колір графіків похибки
eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Колір графіків похибки
eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Колір графіків похибки
fd=100; % Частота дискретизації, Гц
tmin=-1; tmax=2; dt=tmax-tmin; % Інтервал визначення функції
N = dt*fd; % Кількість відліків
f_mu = 15; % Математичне очікування частоти сигналу
f_sigma = 0.5; % Середньоквадратичне відхилення частоти сигналу
f_a = f_mu-5*f_sigma; % Інтервал випадкового розподілу
f_b = f_mu+5*f_sigma; % частоти
A_a = 10; A_b = 12; % Інтервал випадкового розподілу амплітуди
dA = A_b-A_a; % Довжина інтервалу випадкового розподілу амплітуди
rng(2020); % Ініціалізація генератора випадкових чисел
```

3.2.2. Моделювання випадкового сигналу з нормальним розподілом

```
% Моделювання випадкового сигналу з нормальним розподілом
% (частота псевдовипадкового сигналу)
td = linspace(tmin,tmax,N); % Формування області визначення
f_prob = makedist('Normal',f_mu,f_sigma); % Розподіл імовірності
f = random(f_prob,N,1); % Формування значень
```

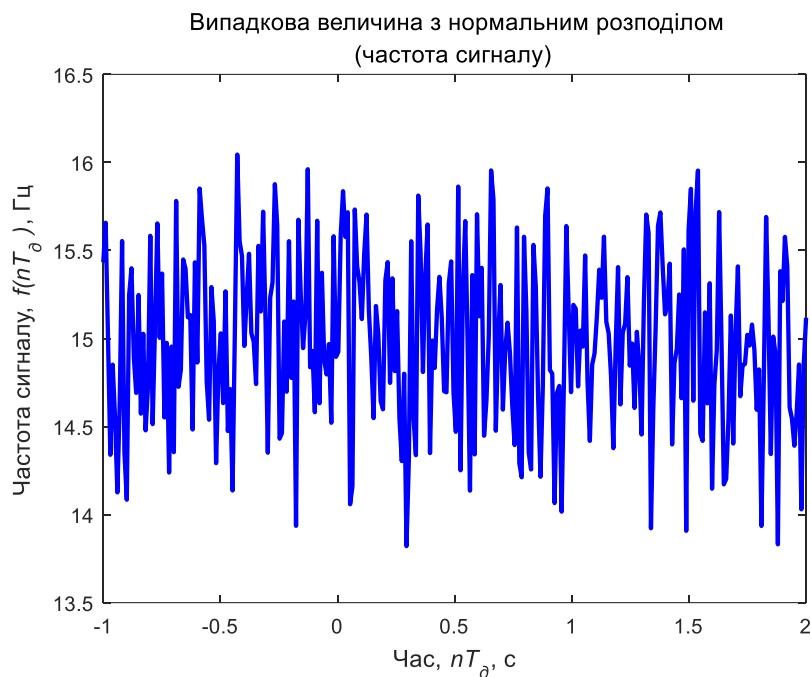
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 40

```
% Формування гістограми
Npsd = 50; % Кількість точок гістограми
nBars = 8; % Кількість прямокутників гістограми
figure; histogram(f,nBars,'EdgeColor',eColorDark,...
    'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
    'LineWidth',3); % Експериментальна
title({'\rm Гістограма нормального розподілу',...
    'випадкової величини (частоти сигналу)'}); % Заголовок
xlabel('Відхилення частоти сигналу,\it \Delta f,\rm Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Щільність імовірності,\it \Phi(\Delta f),\rm 1/Гц'); % Напис осі ординат
% Формування теоретичної функції щільності розподілу
f_pdf = f_a:(f_b-f_a)/Npsd:f_b; % Область визначення
Phi_f = pdf(f_prob,f_pdf); % Щільність розподілу
% Формування графіку
hold on; plot(f_pdf,Phi_f,'Color',Color0,'LineWidth',3);
legend('Експериментальна','Теоретична','Location','northeast');
```



```
% Формування графіку
figure; plot(td,f,'Color',tColor,'LineWidth',2);
set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Зміна шрифту
title({'\rm Випадкова величина з нормальним розподілом','(частота сигналу)'}); % Заголовок
xlabel('Час,\it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Частота сигналу,\it f(nT_d)\rm, Гц'); % Напис осі ординат
```

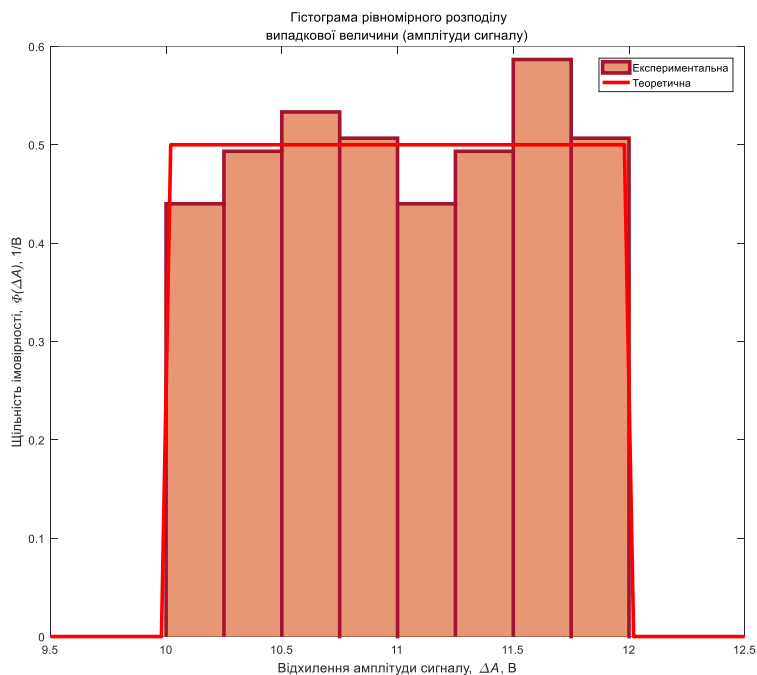

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 41



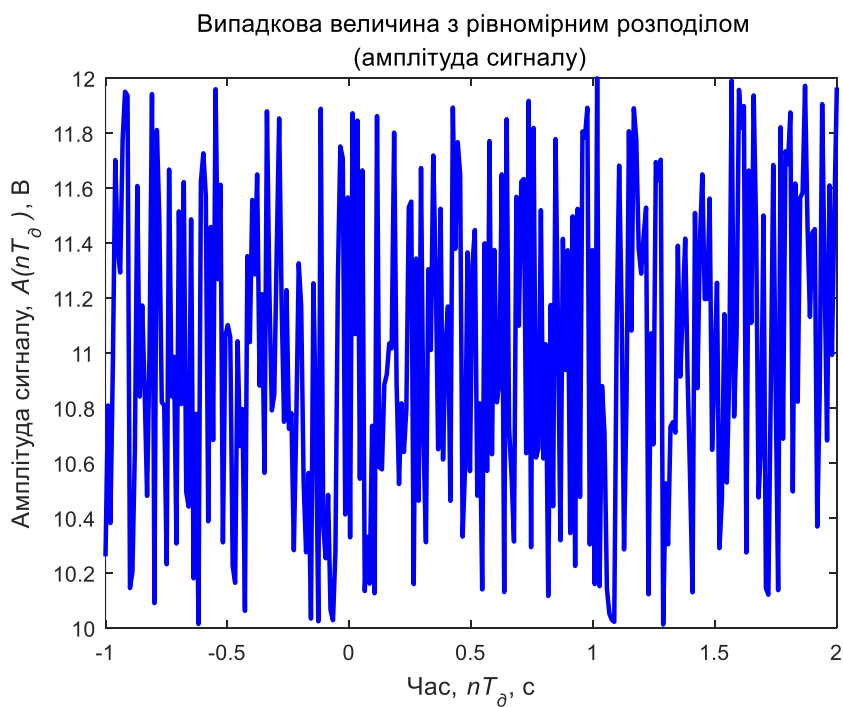
3.2.3. Моделювання випадкового сигналу з рівномірним розподілом

```
% Моделювання випадкового сигналу з рівномірним розподілом
% (амплітуда псевдовипадкового сигналу)
A_prob = makedist('Uniform',A_a,A_b); % Розподіл імовірності
A = random(A_prob,N,1); % Формування значень
% Формування гістограми
Npsd = 50; % Кількість точок гістограми
nBars = 8; % Кількість прямокутників гістограми
figure; histogram(A,nBars,'EdgeColor',eColorDark,...
    'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
    'LineWidth',3); % Експериментальна
title({'\rm Гістограма рівномірного розподілу',...
    'випадкової величини (амплітуди сигналу)'}); % Заголовок
xlabel('Відхилення амплітуди сигналу,\it \Delta A\rm, B'); % Напис осі абсцис
ylabel('Щільність імовірності,\it \Phi(\Delta A)\rm, 1/B'); % Напис осі ординат
% Формування теоретичної функції щільності розподілу
A_pdf = A_a-0.25*dA:dA/Npsd:A_b+0.25*dA; % Область визначення
Phi_A = pdf(A_prob,A_pdf); % Щільність розподілу
% Формування графіку
hold on; plot(A_pdf,Phi_A,'Color',Color0,'LineWidth',3);
legend('Експериментальна','Теоретична','Location','northeast');
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 42



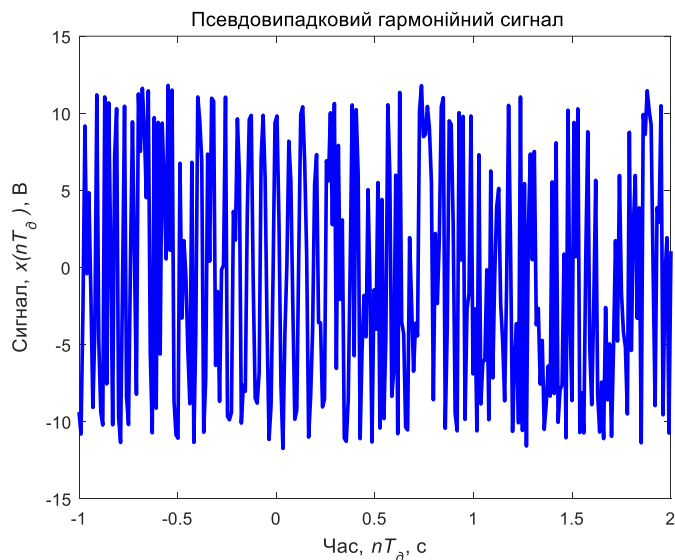
```
% Формування графіку
figure;plot(td,A,'Color',tColor,'LineWidth',2);
set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Зміна шрифту
title({'\rm Випадкова величина з рівномірним розподілом','(амплітуда сигналу)'}); %
Заголовок
xlabel('Час,\it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Амплітуда сигналу,\it A(nT_d)\rm, В'); % Напис осі ординат
```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 43

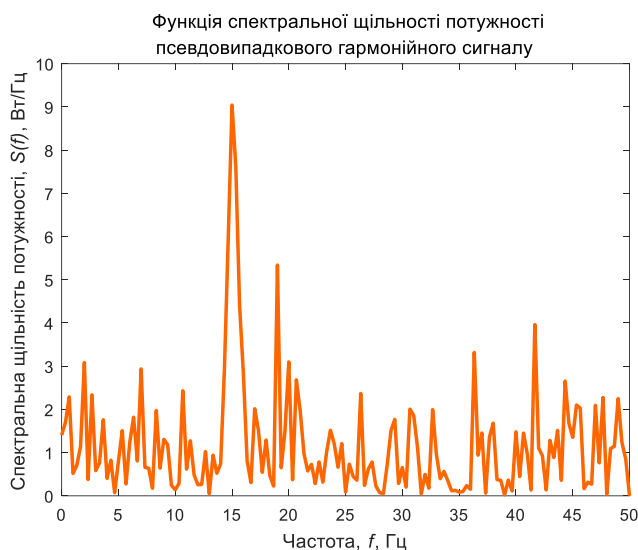
3.2.4. Моделювання псевдовипадкового гармонійного сигналу

```
% Моделювання псевдовипадкового гармонійного сигналу
xd = A'.*cos(2*pi*f'.*td); % Формування значень
% Формування графіку
figure;plot(td,xd,'Color',tColor,'LineWidth',2);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Псевдовипадковий гармонійний сигнал'}); % Заголовок
xlabel('Час,\it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Сигнал,\it x(nT_d)\rm, B'); % Напис осі ординат
```



```
% Формування функції спектральної щільності потужності
[psd,freq] = periodogram(xd,rectwin(length(xd)),...
length(xd),fd,'psd'); % Формування значень
% Формування графіку
figure; plot(freq,psd,'Color',fColor,'LineWidth',2);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Зміна шрифту
title({'\rm Функція спектральної щільності потужності',...
'псевдовипадкового гармонійного сигналу'}); % Заголовок
xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('Спектральна щільність потужності,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Напис осі ординат
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 44



3.3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Провести імітаційне моделювання і побудувати графік псевдовипадкового сигналу, що визначається законом

$$x(nT_D) = A_0 \sin(2\pi f n T_D + \varphi)$$

на часовому інтервалі $t \in [t_{\min}; t_{\max}]$, причому деякі з параметрів сигналу: частота f , амплітуда A , рівень постійної складової A_0 або початкова фаза φ мають бути випадковими величинами із заданими ймовірнісними характеристиками. Частота дискретизації має бути обраною відповідно до вимог теореми Найквіста - Котельникова, а саме $f_D > 2f_{\max}$.

2. Побудувати графіки часової реалізації випадкових величин.

3. Експериментально побудувати гістограми статистичного розподілу та порівняти з функцією щільності ймовірності заданого ймовірнісного розподілу відповідної величини.

4. Побудувати функцію спектральної щільності потужності псевдовипадкового сигналу. Оскільки спектральні характеристики дійсного сигналу симетричні відносно нульової частоти, то рекомендується при виконанні роботи на графіках зображати тільки позитивні частоти, подвоюючи значення характеристики в області позитивних частот за рахунок прихованих на графіку відповідних від'ємних частот. Такий вигляд зображення є більш інтуїтивно зрозумілим, оскільки у фізичних процесах негативні частоти відсутні.

Після виконання експериментальної частини необхідно відповісти на запропоновані контрольні запитання для закріплення пройденого матеріалу і встановлення взаємозв'язку між отриманими результатами практичних робіт і теоретичними знаннями.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 45

5. Варіанти завдань для індивідуальної роботи в таблиці 3.1. Параметри сигналу: НР – нормальний розподіл, РР – рівномірний розподіл, ТР – трикутний розподіл.

Таблиця 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
1	16	30	$A = 3$ В; $A_0 = 6$ В; Тип: НР; $m(f) = 3$ Гц; $\sigma(f) = 13$ Гц; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{20}; b = \frac{\pi}{2}; c = \frac{\pi}{2}$
2	20	27	Тип: РР; $A = 5 \pm 25$ В; $A_0 = 15$ В; $f = 5$ Гц; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{16}; b = \frac{\pi}{12}; c = \frac{\pi}{3}$
3	11	21	Тип: НР; $m(A) = 5$ В; $\sigma(A) = 26$ В; $A_0 = 20$ В; Тип: ТР; $f: a = 10$ Гц; $b = 12$ Гц; $c = 13$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{14}$
4	3	18	Тип: РР; $A = 9 \pm 24$ В; Тип: РР; $A_0 = 7 \pm 30$ В; $f = 8$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{15}$
5	7	22	Тип: РР; $A = 4 \pm 28$ В; Тип: РР; $A_0 = 10 \pm 21$ В; $f = 4$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{6}$
6	19	32	$A = 3$ В; $f = 6$ Гц; Тип: РР; $A_0 = 7 \pm 29$ В; Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{27}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{2}$
7	6	27	Тип: НР; $m(A_0) = 9$ В; $\sigma(A_0) = 26$ В; $f = 3$ Гц; $A = 6$ В; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{21}; b = \frac{\pi}{16}; c = \frac{\pi}{5}$
8	7	22	Тип: НР; $m(A) = 5$ В; $\sigma(A) = 18$ В; Тип: ТР; $f: a = 8$ Гц; $b = 8$ Гц; $c = 10$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{22}$ $A_0 = 14$ В;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 46

Продовження таблиці 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
9	19	43	$A = 10 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 7 \text{ В}; \sigma(A_0) = 14 \text{ В};$ $f = 11 \text{ Гц};$ Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{27} \pm \frac{\pi}{4}$
10	16	39	Тип: НР; $m(A) = 10 \text{ В}; \sigma(A) = 14 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 6 \text{ В}; \sigma(A_0) = 19 \text{ В};$ $f = 11 \text{ Гц}; \varphi = \frac{\pi}{17}$
11	12	20	$A = 22 \text{ В}; A_0 = 24 \text{ В};$ Тип: ТР; $f: a = 7 \text{ Гц}; b = 12 \text{ Гц}; c = 18 \text{ Гц};$ Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{25} \pm \frac{\pi}{3}$
12	8	32	Тип: НР; $m(A) = 10 \text{ В}; \sigma(A) = 17 \text{ В};$ $A_0 = 5 \text{ В}; f = 7 \text{ Гц};$ Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{14} \pm \frac{\pi}{4}$
13	11	20	$A = 23 \text{ В};$ Тип: РР; $A_0 = 5 \pm 19 \text{ В};$ $f = 24 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{26}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{4}$
14	10	40	$A = 5 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ Тип: НР; $m(f) = 9 \text{ Гц}; \sigma(f) = 10 \text{ Гц};$ Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{14}; b = \frac{\pi}{9}; c = \frac{\pi}{5}$
15	11	28	$A = 3 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 10 \text{ В}; \sigma(A_0) = 10 \text{ В};$ $f = 21 \text{ Гц};$ Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{25} \pm \frac{\pi}{3}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 47

Продовження таблиці 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
16	19	37	$A = 3 \text{ В};$ Тип: ТР; $A_0: a = 8 \text{ В}; b = 16 \text{ В}; c = 25 \text{ В};$ $f = 13 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{22}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{3}$
17	18	37	Тип: НР; $m(A) = 4 \text{ В}; \sigma(A) = 14 \text{ В};$ $A_0 = 10 \text{ В}; f = 23 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{26}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{2}$
18	20	27	Тип: НР; $m(A) = 4 \text{ В}; \sigma(A) = 30 \text{ В};$ $A_0 = 17 \text{ В}; f = 15 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{25}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{5}$
19	20	47	Тип: НР; $m(A) = 6 \text{ В}; \sigma(A) = 20 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 4 \text{ В}; \sigma(A_0) = 19 \text{ В};$ $f = 7 \text{ Гц}; \varphi = \frac{\pi}{23}$
20	14	31	Тип: НР; $m(A) = 8 \text{ В}; \sigma(A) = 22 \text{ В};$ $A_0 = 25 \text{ В}; f = 14 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{22}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{5}$
21	18	44	$A = 19 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 8 \text{ В}; \sigma(A_0) = 18 \text{ В};$ $f = 18 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{25}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{3}$
22	13	22	$A = 8 \text{ В};$ Тип: НР; $m(A_0) = 10 \text{ В}; \sigma(A_0) = 20 \text{ В};$ $f = 17 \text{ Гц};$ Тип: НР; $m(\varphi) = \frac{\pi}{19}; \sigma(\varphi) = \frac{\pi}{2}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 48

Продовження таблиці 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
23	13	32	Тип: РР; $A=10 \pm 15$ В; $A_0=4$ В; Тип: ТР; $f: a=4$ Гц; $b=6$ Гц; $c=15$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{19}$
24	6	26	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: НР; $m(f)=3$ Гц; $\sigma(f)=11$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{23} \pm \frac{\pi}{3}$
25	14	30	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: ТР; $f: a=10$ Гц; $b=13$ Гц; $c=20$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{28} \pm \frac{\pi}{2}$
26	20	49	$A=4$ В; $A_0=13$ В; Тип: НР; $m(f)=10$ Гц; $\sigma(f)=15$ Гц; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{19}; b = \frac{\pi}{10}; c = \frac{\pi}{5}$
27	14	35	$A=10$ В; $A_0=4$ В; Тип: ТР; $f: a=6$ Гц; $b=10$ Гц; $c=13$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{3}$
28	13	39	Тип: ТР; $A: a=9$ В; $b=10$ В; $c=10$ В; $A_0=13$ В; Тип: НР; $m(f)=8$ Гц; $\sigma(f)=12$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{20}$
29	17	29	$A=19$ В; Тип: ТР; $A_0: a=9$ В; $b=13$ В; $c=13$ В; $f=10$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{21} \pm \frac{\pi}{3}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 49

Продовження таблиці 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
30	13	32	Тип: РР; $A=10 \pm 15$ В; $A_0=4$ В; Тип: ТР; $f: a=4$ Гц; $b=6$ Гц; $c=15$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{19}$
31	6	26	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: НР; $m(f)=3$ Гц; $\sigma(f)=11$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{23} \pm \frac{\pi}{3}$
32	14	30	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: ТР; $f: a=10$ Гц; $b=13$ Гц; $c=20$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{28} \pm \frac{\pi}{2}$
33	20	49	$A=4$ В; $A_0=13$ В; Тип: НР; $m(f)=10$ Гц; $\sigma(f)=15$ Гц; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{19}; b = \frac{\pi}{10}; c = \frac{\pi}{5}$
34	14	35	$A=10$ В; $A_0=4$ В; Тип: ТР; $f: a=6$ Гц; $b=10$ Гц; $c=13$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{3}$
35	13	39	Тип: ТР; $A: a=9$ В; $b=10$ В; $c=10$ В; $A_0=13$ В; Тип: НР; $m(f)=8$ Гц; $\sigma(f)=12$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{20}$
36	17	29	$A=19$ В; Тип: ТР; $A_0: a=9$ В; $b=13$ В; $c=13$ В; $f=10$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{21} \pm \frac{\pi}{3}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 50

Продовження таблиці 3.1

№	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	
37	13	32	Тип: РР; $A=10 \pm 15$ В; $A_0=4$ В; Тип: ТР; $f: a=4$ Гц; $b=6$ Гц; $c=15$ Гц; $\varphi = \frac{\pi}{19}$
38	6	26	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: НР; $m(f)=3$ Гц; $\sigma(f)=11$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{23} \pm \frac{\pi}{3}$
39	14	30	$A=7$ В; $A_0=14$ В; Тип: ТР; $f: a=10$ Гц; $b=13$ Гц; $c=20$ Гц; Тип: РР; $\varphi = \frac{\pi}{28} \pm \frac{\pi}{2}$
40	20	49	$A=4$ В; $A_0=13$ В; Тип: НР; $m(f)=10$ Гц; $\sigma(f)=15$ Гц; Тип: ТР; $\varphi: a = \frac{\pi}{19}; b = \frac{\pi}{10}; c = \frac{\pi}{5}$

3.4. Контрольні питання

1. На інтервал якої довжини припадає понад 99% значень випадкової величини, розподіленої за нормальним законом?
2. Поясніть, у яких випадках який розподіл (рівномірний, нормальний, трикутний) випадкової величини слід застосовувати.
3. Чим відрізняється псевдовипадковий сигнал від детермінованого і випадкового?
4. У якій ділянці (часовій чи частотній) простіше відрізнити псевдовипадковий сигнал, отриманий у цій роботі, від шуму? Чому?
5. Які сигнали частіше зустрічаються на практиці: детерміновані чи псевдовипадкові?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 51

Лабораторна робота № 4 ПРОСТІ ТА СКЛАДНІ СИГНАЛИ В ЛОКАЦІЇ. БАЗА СИГНАЛУ. ФУНКЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Мета:

- набуття практичних навичок, освоєння програмних засобів імітаційного моделювання простих і складних сигналів з різними характеристиками, що застосовуються в радіолокації, гідролокації та інших галузях науки і техніки;
- практичне вивчення способів збільшення роздільної здатності вимірювання зміщення сигналів за часом і частотою.

4.1. Теоретичні відомості. Математичні моделі сигналів

У цифровій обробці сигналів, як правило, корисний сигнал є детермінованим, його спотворення здійснюється природними або штучними шумами – випадковими сигналами. Імовірність і точність виявлення корисного сигналу на тлі завад залежить, зокрема, від співвідношення сигнал-шум, яке визначається виразом

$$K_{SNR} = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2, \quad (4.1)$$

де P - середня потужність; A - середньоквадратичне значення амплітуди.

Параметри сигналу і шуму вимірюються в смузі пропускання системи. На практиці співвідношення сигнал-шум часто виражається в децибелах (дБ). У такому випадку вираз (4.1) набуває вигляду

$$K_{SNRDB} = 10 \lg \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = 20 \lg \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2.$$

Для збільшення цього співвідношення необхідне збільшення енергії корисного сигналу. У разі активної локації – енергії зондувального сигналу. У теорії для простого гармонійного сигналу це може бути виконано двома способами: збільшення потужності сигналу, або збільшення тривалості сигналу. На практиці збільшення потужності сигналу безпосередньо пов'язане з обмеженнями апаратури передавача, а збільшення тривалості сигналу додатково може спричинити невідповідність алгоритмічним вимогам.

Для забезпечення кращої завадостійкості в локації без збільшення енергії зондувальних сигналів використовують певні види сигналів.

Базою сигналу називається величина

$$B = \Delta f \cdot \Delta t,$$

де Δf – ефективна ширина спектра сигналу; Δt – тривалість сигналу.

Простим називається сигнал, якщо його база $B \approx 1$. База складного сигналу $B \gg 1$. Складні сигнали також прийнято називати широкосмуговими.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 52

У локації під час опрацювання прийнятого сигналу розв'язують задачу визначення часу затримки (визначення дальності до цілі) і частоти сигналу (визначення радіальної складової відносної швидкості цілі відповідно до виразів, що описують ефект Доплера).

Функція *автокореляції* сигналу дає змогу визначити роздільну здатність як за дальністю, так і за швидкістю. У загальному випадку вона є комплексною і має вигляд

$$\begin{aligned}
 R(\Delta t, \Delta f) &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t - \Delta t) e^{-j2\pi \Delta f t} dt = \dots \\
 \dots &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s^*(f) s(f - \Delta f) e^{-j2\pi f t} df.
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

У тому випадку, якщо зміщення за часом і частотою відсутнє (дорівнюють нулю), то функція досягає свого максимуму $R(0,0) = 1$. З виразу (4.2) можна отримати окремі вирази для кореляційної функції за часом ($\Delta f=0$)

$$R(\Delta t, 0) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s(t - \Delta t) dt$$

і частотою ($\Delta t = 0$)

$$R(0, \Delta f) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} s(f) s(f - \Delta f) df.$$

Функцією невизначеності називається квадрат модуля двовимірної функції кореляції сигналу за часом і частотою

$$A(\Delta t, \Delta f) = |R(\Delta t, \Delta f)|^2.$$

Функція невизначеності сигналу, ідеального з погляду забезпечення роздільної здатності, являє собою гострий пік зі значенням, що дорівнює нескінченності в точці (0,0) і дорівнює нулю в усіх інших точках (рис. 4.1).

Вигляд функції невизначеності реального сигналу на прикладі тонального імпульсу наведено на рис. 4.2.

Функція невизначеності завжди симетрична.

Зміна форми сигналу деформує поверхню невизначеності, але об'єм під поверхнею залишається незмінним. Таким чином, неможливо поліпшити точність визначення дальності цілі, не погіршивши точність визначення відносної радіальної швидкості цілі і навпаки. Неможливість підвищення потенційної роздільної здатності одночасно за дальністю і за швидкістю в локації має назву *принципу невизначеності*.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 53

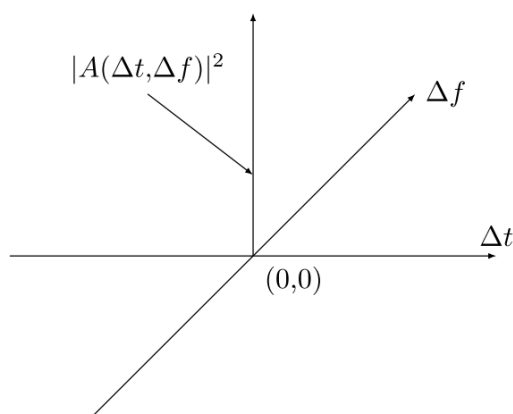


Рис. 4.1. Графік функції невизначеності сигналу, ідеального з точки зору забезпечення роздільної здатності

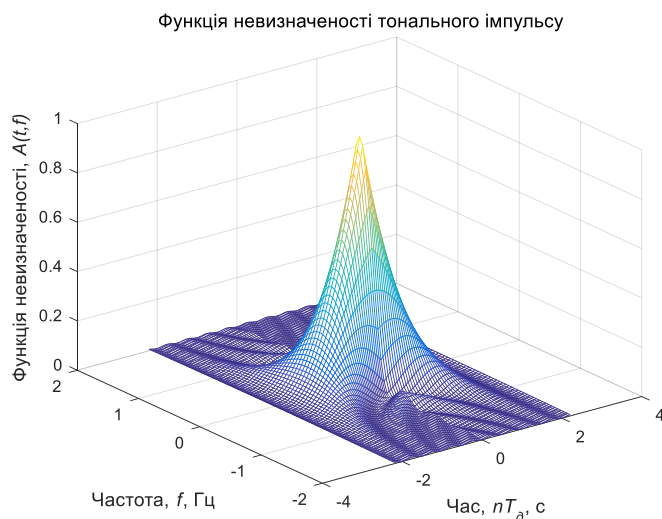


Рис. 4.2. Графік функції невизначеності тонального імпульсу

Поверхня невизначеності характеризує роздільну здатність за дальністю і швидкістю і, отже, дає змогу обґрунтувати вибір зондувального сигналу. Для зручності вибору типу зондувального сигналу поверхню невизначеності іноді замінюють еквівалентною циліндричною поверхнею з одиничною площею основи і висотою, що дорівнює одиниці. Приклад основи еквівалентної циліндричної поверхні наведено на рис. 4.3.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 54

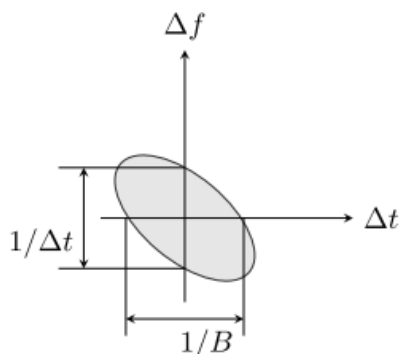


Рис. 4.3. Узагальнений вигляд основи циліндричної поверхні, еквівалентної поверхні невизначеності

4.2. Приклад програми моделювання

4.2.1. Моделювання автокореляційних функцій і функції невизначеності для простих сигналів. Ініціалізація та формування значень основних параметрів

```
% Імітаційне моделювання та графічна візуалізація
% функції невизначеності простих і складних сигналів
clear all; % Очищення пам'яті
close all; % Закриття всіх вікон із графіками
clc; % Очищення вікна команд і повідомлень
fontSize=10; % Розмір шрифту графіків
fontType=''; % Тип шрифту графіків
% Колір графіків
tColor='b'; % Часова область
tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Часова область
Color0='r'; % Еталонні сигнали
fColor=[1 0.4 0]; % Частотна область
eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Похибки
eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Похибки
eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Похибки
tstep = 0.05; % Крок по осі часу
fstep = 0.05; % Крок по осі частоти
dT = 2; % Тривалість імпульсу
tmin = -1.1 * dT; % Діапазон значень за часом (мін)
tmax = 1.1 * dT; % Діапазон значень за часом (макс)
fmin = -4/dT; % Діапазон значень за частотою (мін)
fmax = 4/dT; % Діапазон значень за частотою (макс)
t = tmin:tstep:tmax; % Значення по осі часу
f = fmin:fstep:fmax; % Значення по осі частоти
```

4.2.2. Моделювання двовимірної автокореляційної функції для тонального імпульсу

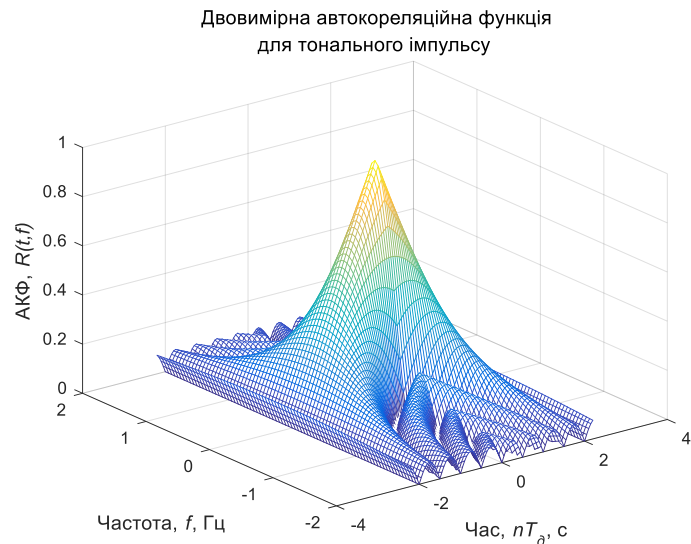
```
% Формування значень двовимірної автокореляційної автокореляційної
% функції тонального імпульсу
eps = 0.000001;
i = 0;
for ti = tmin:tstep:tmax
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 55

```

i = i + 1;
j = 0;
for fj = fmin:fstep:fmax
    j = j + 1;
    val1 = 1 - abs(ti) / dT;
    val2 = pi * dT * (1.0 - abs(ti) / dT) * fj;
    x(j,i) = abs( val1 * sin(val2+eps)/(val2+eps));
end
end
% Формування тривимірного графіка
figure; mesh(t,f,x);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel ('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel ('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
zlabel ('АКФ, \it R(t,f)'); % Напис осі аплікату
title({'\rm Двовимірна автокореляційна функція';...
'для тонального імпульсу'}); % Заголовок

```

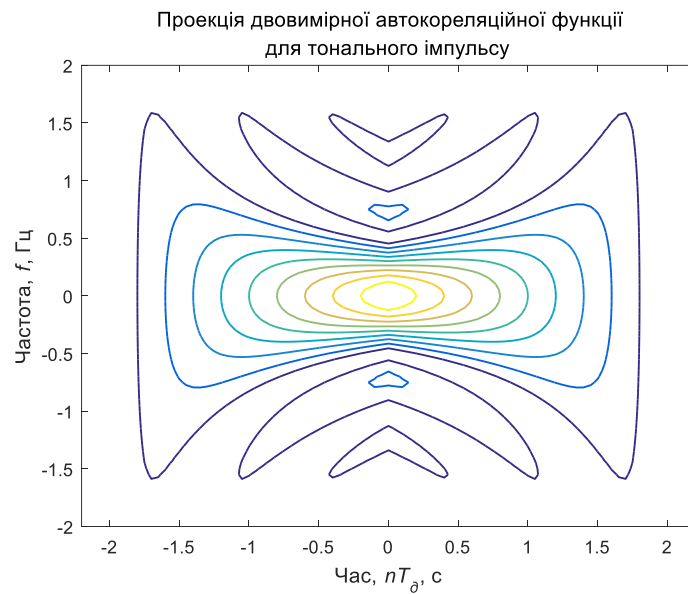


```

% Формування проєкції
figure; contour(t,f,x,'Linewidth',1);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel ('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel ('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
title({'\rm Проекція двовимірної автокореляційної функції';...
'для тонального імпульсу'}); % Заголовок

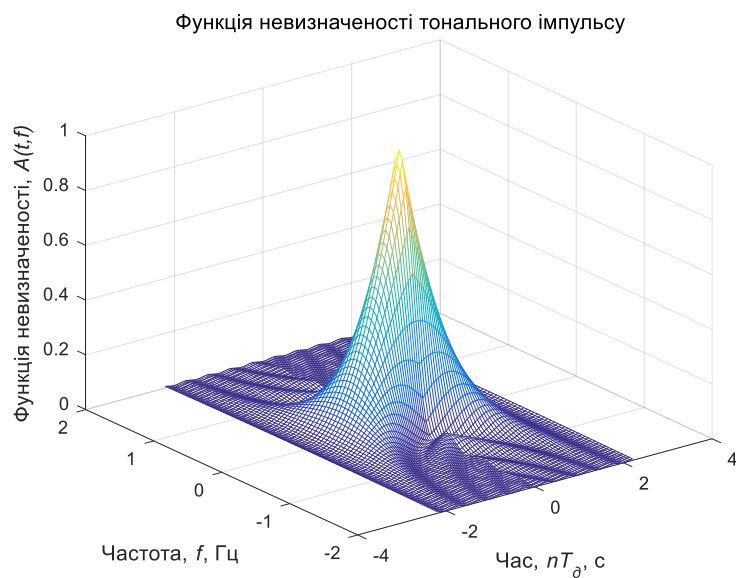
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 56



4.2.3. Моделювання функції невизначеності для тонального імпульсу

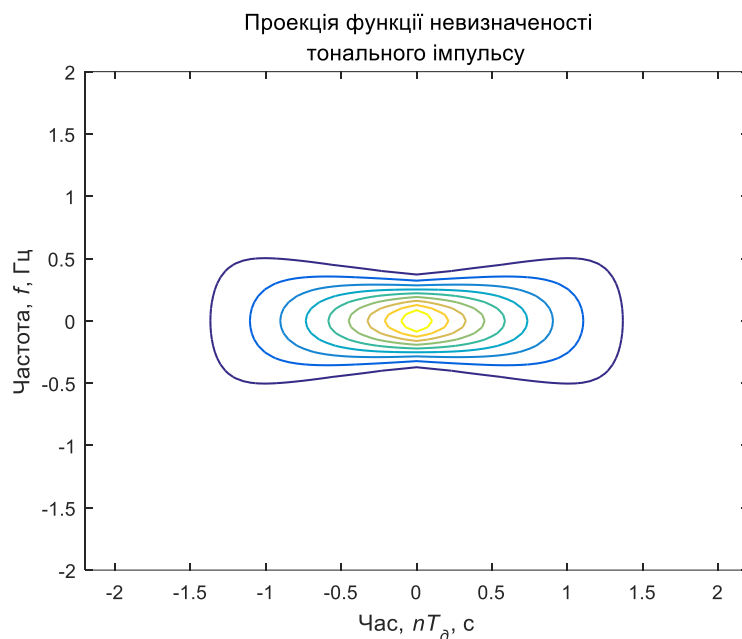
```
% Моделювання функції невизначеності імпульсу з лінійною частотною модуляцією
y = x.^2; % Формування значень
% Формування тривимірного графіка
figure; mesh(t,f,y);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel ('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel ('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
zlabel('Функція невизначеності, \it A(t,f)'); % Напис осі аплікат
title({'\rm Функція невизначеності тонального імпульсу'}); % Заголовок
```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 57

4.2.4. Формування проєкції функції невизначеності для тонального імпульсу

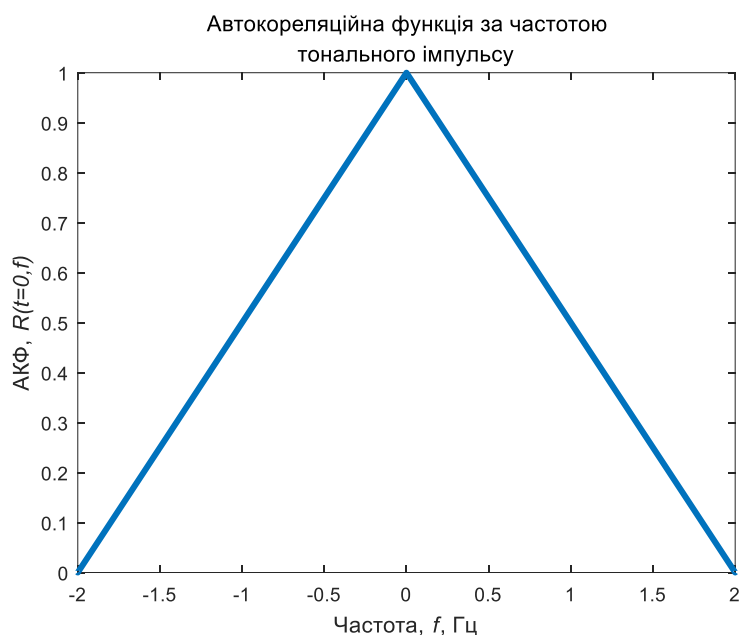
```
% Формування проєкції
figure; contour(t,f,y,'Linewidth',1);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
title({'\rm Проекція функції невизначеності';...
'тонального імпульсу'}); % Заголовок
```



4.2.5. Моделювання автокореляційної функції за частотою для тонального імпульсу

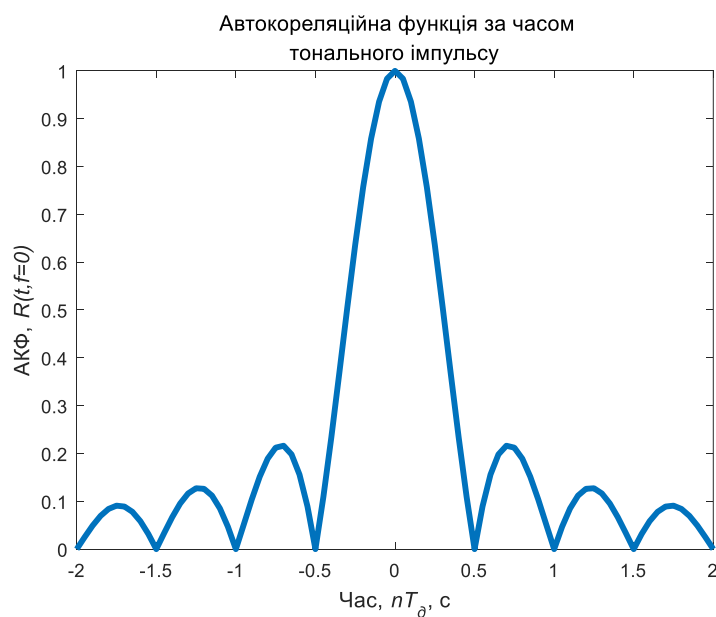
```
% Формування автокореляційної функції за частотою для тонального
% імпульсу
xf=x((fmax-fmin)/(2*fstep)+1,:); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(t,xf,'Linewidth',3);
axis([fmin fmax 0 1]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
title({'\rm Автокореляційна функція за частотою';...
'тонального імпульсу'}); % Заголовок
xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі абсцис
ylabel('АКФ, \it R(t=0,f)\rm'); % Напис осі ординат
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 58



4.2.6. Моделювання автокореляційної функції за часом для тонального імпульсу

```
% Формування автокореляційної функції за часом для тонального
% імпульсу
xt=x(:, (tmax-tmin)/(2*tstep)+1); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(f,xt,'Linewidth',3);
axis([fmin fmax 0 1]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
title({'\rm Автокореляційна функція за часом'; 'тонального імпульсу'}); % Заголовок
xlabel ('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel ('АКФ, \it R(t,f=0)\rm'); % Напис осі ординат
```



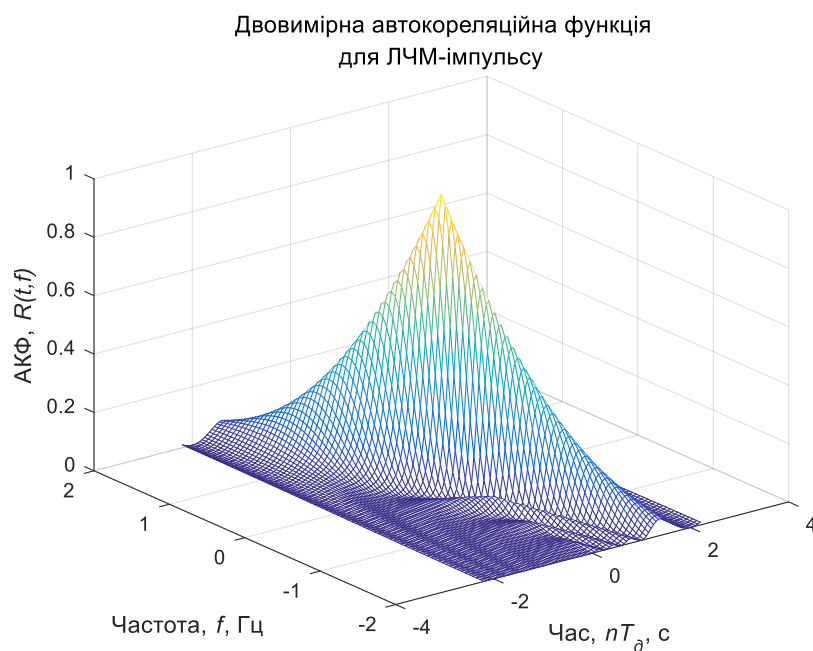
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 59

4.2.7. Моделювання автокореляційних функцій та функції невизначеності для складних сигналів. Ініціалізація та формування значень основних параметрів

```
% Формування двовимірної автокореляційної функції ЛЧМ-імпульсу
fDelta = 2; % Ширина спектра імпульсу
mu = (fDelta*fmax)/(2*dT); % Лінійний коефіцієнт девіації частоти
```

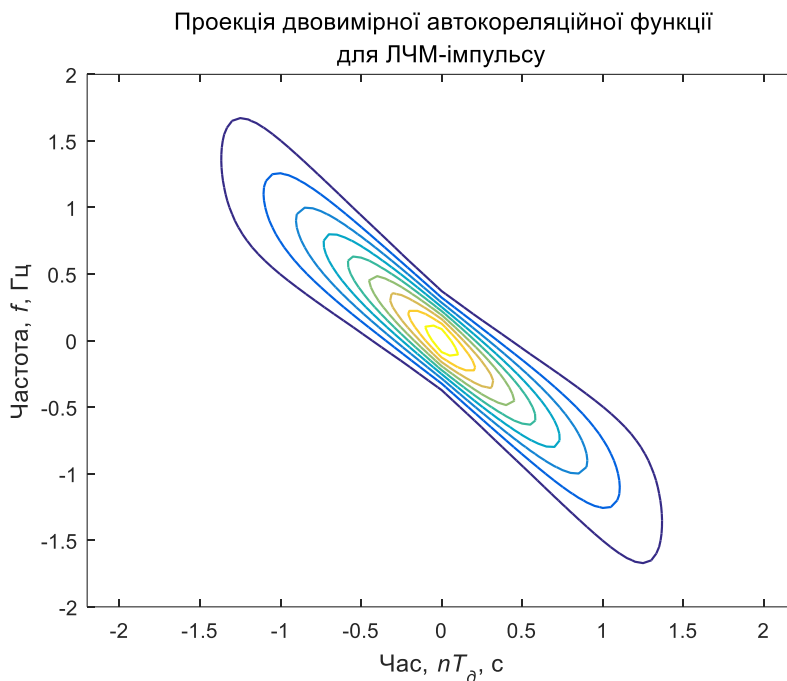
4.2.8. Моделювання двовимірної автокореляційної функції для імпульсу лінійною частотною модуляцією

```
i=0;
for ti = tmin:tstep:tmax
    i = i + 1;
    j = 0;
    for fj = fmin:fstep:fmax
        j = j + 1;
        val1 = 1. - abs(ti) / dT;
        val2 = pi * dT * (1.0 - abs(ti) / dT);
        val3 = (fj + mu * ti);
        val = val2 * val3;
        x(j,i) = abs( val1 * (sin(val+eps)/(val+eps)))^2;
    end
end
% Формування тривимірного графіка
figure; mesh(t,f,x);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Час, \it nT_{\rm d}\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
zlabel('АКФ, \it R(t,f)'); % Напис осі аплікату
title({'\rm Двовимірна автокореляційна функція';...
'для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок
```



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміна 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 60

```
figure; contour(t,f,x,'Linewidth',1);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
title({'\rm Проекція двовимірної автокореляційної функції';...
'для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок
```

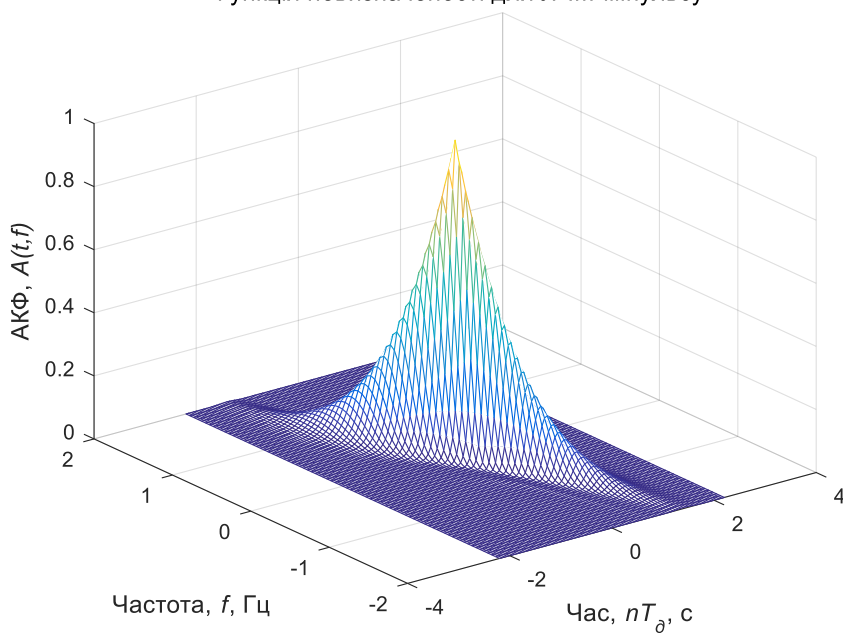


4.2.9. Моделювання функції невизначеності для імпульсу з лінійною частотною модуляцією

```
% Моделювання функції невизначеності імпульсу з лінійною частотною модуляцією
y = x.^2; % Формування значень
% Формування тривимірного графіка
figure; mesh(t,f,y);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
zlabel('АКФ, \it A(t,f)'); % Напис осі аплікату
title({'\rm Функція невизначеності для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок
```

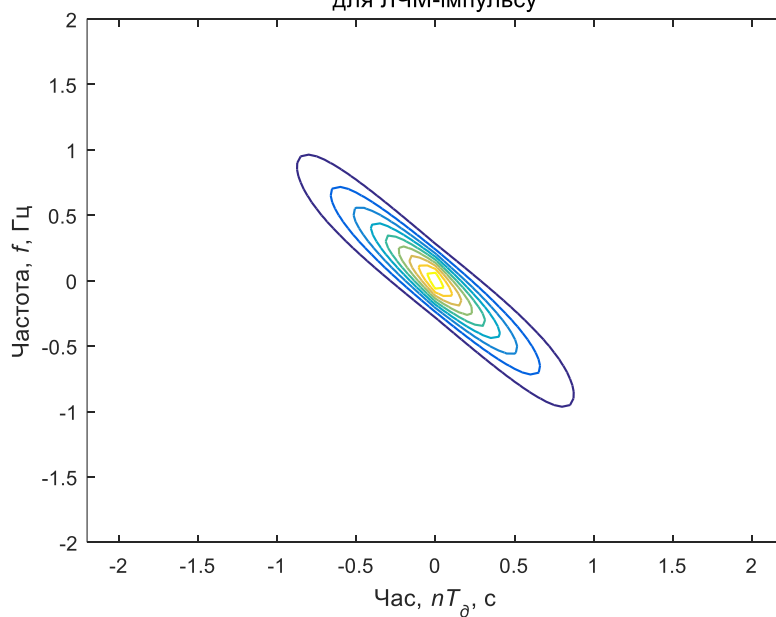
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 61

Функція невизначеності для ЛЧМ-імпульсу



```
% Формування проєкції
figure; contour(t,f,y,'Linewidth',1);
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel ('Час, \it nT_d\rm, c'); % Напис осі абсцис
ylabel ('Частота, \it f\rm, Гц'); % Напис осі ординат
title({'\rm Проекція функції невизначеності';...
'для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок
```

Проекція функції невизначеності
для ЛЧМ-імпульсу



4.2.10. Моделювання автокореляційної функції за частотою імпульсу з лінійною частотною модуляцією

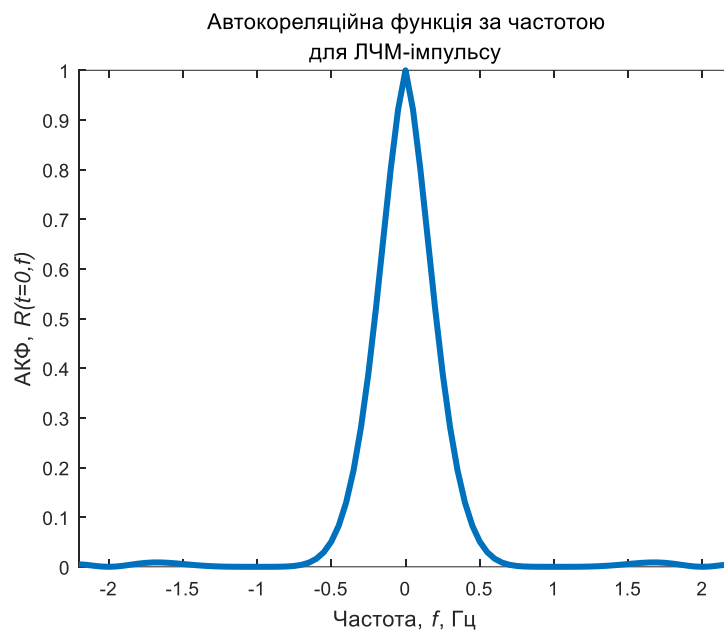
```
% Формування автокореляційної функції за частотою для ЛЧМ-імпульсу
```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 62

```

xf=x((fmax-fmin)/(2*fstep)+1,:); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(t,xf,'Linewidth',3);
axis([tmin tmax 0 1]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
ylabel('АКФ, \it R(t=0,f)\rm'); % Напис осі ординат
title({'\rm Автокореляційна функція за частотою';...
'для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок

```



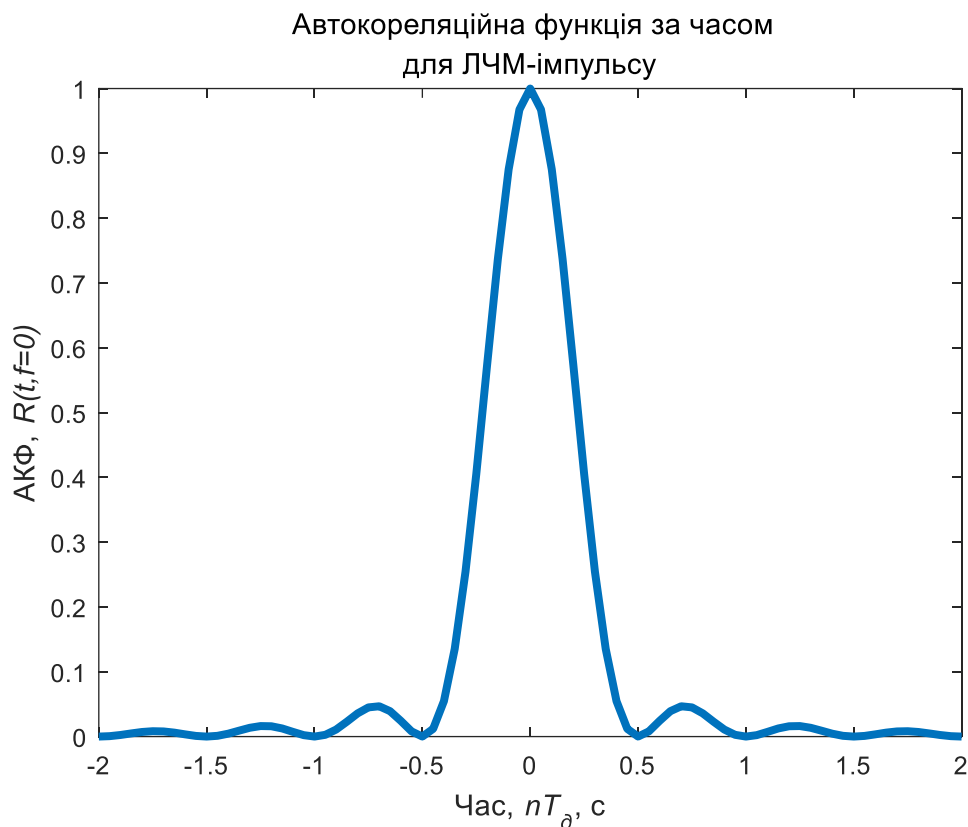
4.2.11. Моделювання автокореляційної функції за частотою імпульсу з лінійною частотною модуляцією

```

% Формування автокореляційної функції за часом для ЛЧМ-імпульсу
xt=x(:,(tmax-tmin)/(2*tstep)+1); % Формування значень
% Формування графіка
figure; plot(f,xt,'Linewidth',3);
axis([fmin fmax 0 1]); % Діапазон значень осей
set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Зміна шрифту
xlabel('Час, \it nT_d\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
ylabel('АКФ, \it R(t,f=0)\rm'); % Напис осі ординат
title({'\rm Автокореляційна функція за часом';...
'для ЛЧМ-імпульсу'}); % Заголовок

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 63



4.3. Завдання та порядок виконання роботи

1. Розрахувати та навести графіки двовимірної функції автокореляції та функції невизначеності для сигналу у вигляді імпульсу заданого типу та тривалості T .

2. Побудувати проекції функцій автокореляції та невизначеності на осі частоти та часу.

3. Оцінити роздільну здатність сигналу за дальністю і частотою. Під час розрахунків використовувати частоту дискретизації, що дорівнює $f_d = 3 \cdot 10^6$ Гц, а швидкість поширення сигналу прийняти рівною $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Після виконання експериментальної частини необхідно відповісти на запропоновані контрольні запитання для закріплення пройденого матеріалу і встановлення взаємозв'язку між отриманими результатами практичних робіт і теоретичними знаннями.

4. Варіанти завдань для індивідуальної роботи в таблиці 4.1. Параметри сигналу: ТІ - тональний імпульс, ЛЧМ - імпульс з лінійною частотною модуляцією.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 64

Таблиця 4.1.

№	ТІ				ЛЧМ	
	$t_{\min}$, с	$t_{\max}$, с	$f_{\min}$, Гц	$f_{\max}$, Гц	T , мкс	Δf , МГц.
1	8	18	5	7	5	0,5
2	15	22	5	3	3	0,1
3	15	22	9	1	2	0,3
4	17	32	5	9	3	0,3
5	17	48	3	6	4	0,3
6	10	32	8	8	3	0,5
7	10	30	1	10	8	0,5
8	13	39	4	5	8	0,4
9	10	30	8	6	4	0,5
10	8	30	8	7	6	0,3
11	10	18	10	2	10	0,5
12	7	16	1	5	7	0,4
13	3	19	9	6	8	0,2
14	12	21	8	8	3	0,2
15	10	30	7	6	7	0,2
16	15	36	9	5	2	0,5
17	18	41	7	1	10	0,4
18	6	18	8	10	9	0,3
19	6	15	2	2	5	0,1
20	18	28	9	8	4	0,5
21	4	15	3	6	6	0,2
22	9	27	6	4	5	0,3
23	11	19	1	5	7	0,4
24	11	22	7	3	8	0,3
25	19	42	5	9	2	0,2
26	14	30	10	10	10	0,4
27	17	32	1	9	6	0,1
28	4	28	6	4	5	0,2
29	10	19	9	5	4	0,3
30	10	21	3	6	10	0,2
31	17	22	10	2	4	0,3
32	10	32	1	5	3	0,5
33	10	48	9	6	8	0,5
34	13	32	8	8	8	0,4
35	10	30	7	6	4	0,5
36	8	39	9	5	6	0,3
37	10	30	7	1	10	0,5
38	7	30	8	10	7	0,4
39	3	18	2	2	8	0,2
40	12	16	9	8	3	0,2

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 65

4.4. Контрольні питання

1. Чим відрізняються прості сигнали від складних? Що таке база сигналу?
2. У чому полягає принцип невизначеності радіолокації?
3. Яка функція дає змогу вибрати сигнал, що відповідає вимогам роздільної здатності за часом і частотою для зондування простору?
4. Як пов'язані між собою функції автокореляції та невизначеності?
5. Що являє собою ідеальна з погляду роздільної здатності зондувального сигналу функція невизначеності?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 66

Лабораторна робота № 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НА ЕОМ

Мета роботи:

- 1) набуття навиків в моделюванні складних динамічних систем (СДС) на ЕОМ;
- 2) дослідження точнісних характеристик і швидкодії методів чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, які використовуються для моделювання СДС на ЕОМ.

5.1. Теоретичні відомості. Застосування чисельних методів до моделювання складних динамічних систем

При розробці складних динамічних систем (СДС) важливою задачею є моделювання фізичних процесів, що протікають в цих системах. Опис поведінки СДС за допомогою математичних рівнянь (або інших співвідношень) та наступне їх дослідження називається математичним моделюванням, а відповідні рівняння (або інші співвідношення) – математичною моделлю СДС.

Відтворення математичної моделі на ЕОМ називається машинним моделюванням.

При моделюванні СДС на ЕОМ послідовно виконуються наступні дії:

- постановка задачі;
- одержання математичної моделі ПСДС;
- вибір методу розв’язання поставленої задачі;
- розробка алгоритму розв’язання задачі;
- написання програми для ЕОМ;
- налагодження програми;
- виконання обчислень на ЕОМ, одержання та оцінка результатів моделювання.

При створенні математичної моделі системи фізичні процеси, що протікають в системі, звичайно описуються диференціальними рівняннями. Для того, щоб вирішити таке рівняння на ЕОМ (отримати вираз, що описує вихідну реакцію СДС при заданому вхідному впливі), необхідно застосовувати різноманітні засоби чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, тобто засоби відшукування загального і часткового рішення цих рівнянь.

При моделюванні на ЕОМ безперервна СДС зводиться до еквівалентної дискретної системи (при такому переході властивості системи в загальному випадку змінюються, наприклад, безперервна лінійна СДС першого порядку завжди стійка, в той час як відповідна їй дискретна СДС стійка тільки при обмежених значеннях параметрів тощо).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 67

Одна з задач, що часто зустрічаються при моделюванні СДС на ЕОМ – це визначення вихідної реакції $y(t)$ по вхідному впливу $x(t)$ і параметрам математичної моделі СДС (рис. 5.1). Найчастіше така математична модель складається з одного або декількох диференційних рівнянь.

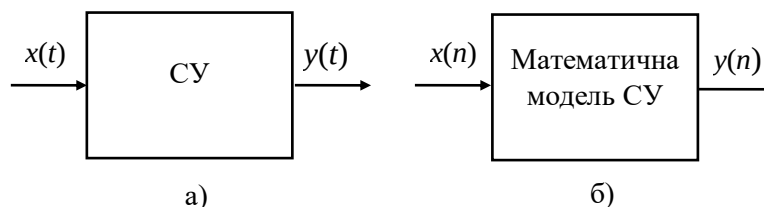


Рис. 5.1

Для розв'язання поставленої задачі на ЕОМ необхідно виконати чисельне інтегрування диференційних рівнянь одним з відомих засобів.

Розглянемо детальніше процедуру чисельного інтегрування. Нехай вимагається виконати інтегрування деякої безперервної функції $x(t)$, де змінна t – це час. Звичайно, при моделюванні СДС $x(t)$ – це вхідний вплив системи. Якщо СДС, що моделюється, є інтегратором, то його вихідна реакція

$$y(t) = \int_0^T x(t) dt. \quad (5.1)$$

Геометрична інтерпретація $y(t)$ представляє собою площу, обмежену кривою $x(t)$ та віссю часу СДС в межах від 0 до T (рис. 5.2).

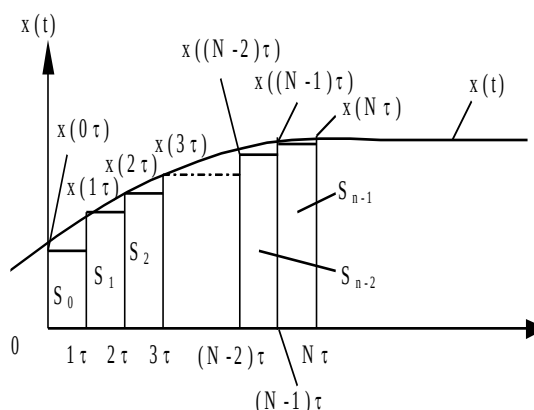


Рис. 5.2

Найпростіший прийом чисельного інтегрування полягає в заміні безперервної функції $x(t)$ кусочно-постійною функцією $x(n\tau)$, де $n = 0, 1, \dots, N$; $N = T / \tau$.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 68

В цьому випадку вихідна реакція СДС $y(t)$ і, відповідно, вказана площа буде приблизно дорівнювати сумі площ прямокутників, побудованих на основі кусочно-постійної функції $x(n\tau)$:

$$y(N\tau) \approx S_0 + S_1 + \dots + S_{N-1} = \tau x(0) + \tau x(1 \cdot \tau) + \dots + \tau x((N-1) \cdot \tau) = \tau \sum_{k=0}^{N-1} x(k\tau). \quad (5.2)$$

На основі (5.2) отримаємо рекурентний вираз для $y(t)$, тобто такий, що на основі значень $x(t)$ і $y(t)$ в момент $t = (N-1)\tau$ дозволяє отримати значення $y(t)$ в момент $t = N\tau$.

Маємо

$$y(n\tau) \approx \tau \sum_{k=0}^{n-1} x(k\tau) = \tau \sum_{k=0}^{n-2} x(k\tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau) = y((n-1) \cdot \tau) + \tau x((n-1) \cdot \tau). \quad (5.3)$$

Або в іншій формі запису, опускаючи позначення інтервалу часу τ , одержуємо

$$y_n = y_{n-1} + \tau x_{n-1}. \quad (5.4)$$

Перш ніж розпочати обчислення, необхідно мати стартове значення (початкову умову) x_0 , що обирається рівною потрібному початковому значенню функції $x(t)$ на початку інтервалу інтегрування. На основі рекурентного виразу (1.4) отримаємо передаточну функцію інтегратора, вхідний вплив якого апроксимовано кусочно-постійною функцією.

Застосовуємо Z - перетворення до (5.4):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \tau x_{n-1}\}; \\ Y(z) &= z^{-1}Y(z) + \tau z^{-1}X(z); \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \tau z^{-1}X(z). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Помножимо обидві частини отриманого виразу на z :

$$\begin{aligned} zY(z) - Y(z) &= \tau X(z) \\ Y(z) &= \frac{\tau}{z-1} X(z). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Остаточно маємо вираз для дискретної передаточної функції при кусочно-постійній апроксимації вхідного сигналу

$$I_n = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{z-1}. \quad (5.7)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 69

Блок-схема, що відповідає формулам чисельного інтегрування (5.4) і (5.7), наведена на рис. 5.3. Вона дозволяє ввести поняття дискретного еквівалента інтегратора (в літературі він отримав найменування «дигратор»).

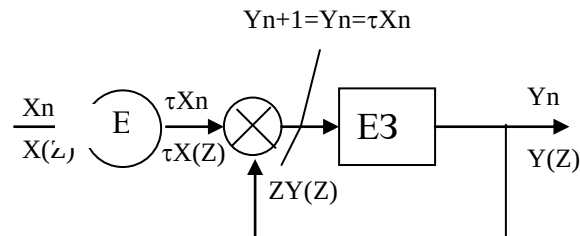


Рис. 5.3

Таким чином, щоб отримати вихідну реакцію інтегратора $Y(z)$ на вхідний вплив $X(z)$, необхідно помножити $X(z)$ на дискретну передатну функцію, що визначається виразом

$$I_n = \frac{\tau}{z-1}.$$

Описаний метод чисельного інтегрування називається методом Ейлера або методом чисельного інтегрування по формулі прямокутників.

Однак кусочно-постійна апроксимація вхідного впливу $x(t)$ дає великі помилки, особливо в випадку багаторазового виконання процедури інтегрування (наприклад, при моделюванні двох послідовно включених інтеграторів).

Функцію $x(t)$ можна апроксимувати кусочно-лінійною функцією (рис. 5.4).

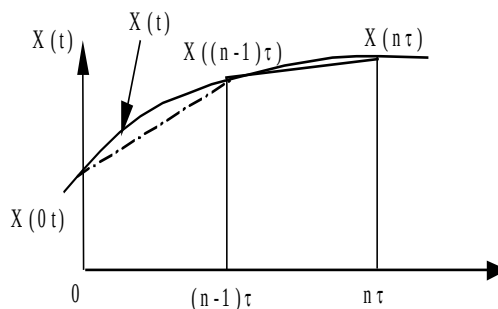


Рис. 5.4

При цьому площа, обмежена кривою $x(t)$, подається у вигляді СДСми площ окремих трапецій, основою яких є значення $x((n-1)\tau)$ і $x(n\tau)$. Площа такої трапеції

$$S_n = \frac{\tau}{2} (x((n-1)\tau) + x(n\tau)). \quad (5.8)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 70

В результаті обчислень, аналогічних проведеним у випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$, можна отримати наступну формулу для визначення $y(t)$:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2}(x_{n-1} + x_n). \quad (5.9)$$

Одержимо дискретну передаточну функцію для рекурентного виразу (5.9) аналогічно випадку кусочно-постійної апроксимації $x(t)$ (див. формули (5.4) - (5.7)):

$$\begin{aligned} Z\{y_n\} &= Z\{y_{n-1} + \frac{\tau}{2}(x_{n-1} + x_n)\}; \\ Y\{z\} &= z^{-1}Y(z) + \frac{\tau}{2}[z^{-1}X(z) + X(z)]; \\ Y(z) - z^{-1}Y(z) &= \frac{\tau}{2}[z^{-1}X(z) + X(z)]; \\ zY(z) - Y(z) &= \frac{\tau}{2}[X(z) + zX(z)]. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Остаточно маємо вираз дискретної передаточної функції для кусочно-лінійної апроксимації вхідного сигналу

$$I_T = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}. \quad (5.11)$$

Описаний метод називають методом чисельного інтегрування по формулі трапецій.

При виконанні двох послідовних операцій інтегрування можна поступити наступним чином. Вхідну функцію першого інтегратора апроксимувати кусочно-постійною функцією. Вихідна функція першого інтегратора буде мати вид кусочно-лінійної функції (що слідує з властивостей операції інтегрування) і вона точно апроксимується кусочно-лінійною функцією на вході другого інтегратора. В результаті подвійного інтегрування кусочно-постійної функції отримаємо кусочно-квадратичну функцію (формула Симпсона):

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3}(x_n + 4x_{n-1} + x_{n-2}). \quad (5.12)$$

Виразу (5.12) відповідає дискретна передаточна функція

$$I = \frac{\tau}{3} \cdot \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^2}. \quad (5.13)$$

Проводячи обчислення, аналогічні вже наведеним, і використовуючи кусочно-лінійну апроксимацію вхідного сигналу, для випадків багаторазового інтегрування можна отримати дискретні передаточні функції, наведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1.

Кількість інтегрувань	Оператор для кусочно-постійної функції	Оператор для кусочно-лінійної функції
-----------------------	--	---------------------------------------

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 71

	Позначення	Вираз	Позначення	Вираз
1	$I_{П1}$	$\frac{\tau}{z-1}$	I_{T1}	$\frac{\tau}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$
2	$I_{П2}$	$\frac{\tau^2}{2} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2}$	I_{T2}	$\frac{\tau^2}{6} \cdot \frac{(z^2+4z+1)}{(z-1)^2}$

Розглянемо методи, що застосовуються при інтегруванні диференціальних рівнянь першого порядку виду

$$\dot{y} = f(y, x, t) \quad (5.14)$$

де $f(y, x, t)$ – нелінійна функція;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСДС;

$x(t)$ – вхідний вплив ПСДС;

t – незалежна змінна (час).

Відзначимо, що диференціальне рівняння n -го порядку можна перетворити по формі Коши в систему n -диференціальних рівнянь виду (5.14).

Проінтегруємо диференціальне рівняння (5.14) по формулі трапецій (5.9):

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (f(y_{n-1}) + f(y_n)). \quad (5.15)$$

В даному рівнянні y_n входить лінійно в ліву частину та нелінійно – в праву частину. Для рішення такого рівняння необхідно застосування ітераційних методів, які вимагають великих витрат машинного часу на кожному кроці інтегрування і тому неприйнятні. Для прискорення обчислень застосовується алгоритм передбачення та виправлення вихідної величини $y(t)$. Для спрощення обчислень попереднє значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування (передбачення) обчислюється за формулою прямокутників (5.4):

$$p_n = y_{n-1} + \tau f(y_{n-1}). \quad (5.16)$$

Після цього визначаємо виправлене значення $y(t)$ на n -му кроці інтегрування, використовуючи в правій частині (5.15) замість y_n вже відоме попереднє значення p_n :

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} (f(y_{n-1}) + f(p_n)). \quad (5.17)$$

Формули (5.16) і (5.17) являють собою метод чисельного інтегрування за алгоритмом передбачення і виправлення, або модифікований метод Ейлера.

В описаному методі передбачення і виправлення при розв'язанні рівняння виду (5.14) в процедурі чисельного інтегрування по формулі прямокутників використовується значення похідної $y(t)$ в одній точці $f(y_n)$. В процедурі

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 72

чисельного інтегрування по формулі трапецій використовується значення похідної в двох точках $(f(y_{n-1}), f(y_n))$.

Часто для підвищення точності інтегрування необхідно застосовувати в парі формул передбачення і виправлення формули більш високого порядку, тобто ті, що використовують значення похідної в точках $f(y_{n-k}), f(y_{n-k+1}), \dots, f(y_{n-1}), f(y_n)$.

Ці формули використовуються в багатокрокових методах по алгоритму передбачення і виправлення.

Багатокрокові методи чисельного інтегрування застосовуються для підвищення точності при заданому часі обчислень або для зменшення часу обчислень при заданій точності.

Наведемо формули передбачення та виправлення для деяких багатокрокових методів.

Метод Мілна:

– передбачення

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3}[2f(y_{n-1}) - f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]; \quad (5.18)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3}[f(p_n) + 4f(y_{n-1}) + f(y_{n-2})]. \quad (5.19)$$

Метод Адамса-Мултона:

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24}[55f(y_{n-1}) - 59f(y_{n-2}) + 37f(y_{n-3}) - 9f(y_{n-4})]; \quad (5.20)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24}[9f(p_n) - 19f(y_{n-1}) - 5f(y_{n-2}) + f(y_{n-3})]. \quad (5.21)$$

Недолік цих багатокрокових методів полягає в тому, що для моделювання необхідно мати стартові значення. Одним з засобів одержання стартових значень є інтегрування по формулі прямокутників з малим кроком до тих пір, доки не будуть отримані стартові значення, що вимагаються.

Від зазначеного недоліку вільний однокроковий метод Рунге-Кутта четвертого порядку, заснований на оцінці похідних вихідної величини у середині інтервалу обчислень:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.22)$$

де $k_1 = f(y_{n-1})$;

$k_2 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2}k_1)$;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 73

$$k_3 = f(y_{n-1} + \frac{\tau}{2} k_2);$$

$$k_4 = f(y_{n-1} + k_3).$$

Часто метод Рунге-Кутта використовується для одержання стартових значень багатокрокових методів. Вибір конкретного методу чисельного інтегрування при моделюванні СДСна ЕОМ визначається багатьма факторами, в тому числі часом обчислень, точністю обчислень, що вимагається, простотою програмування тощо.

5.2. Методи та алгоритм програми моделювання пристроїв та систем управління

Алгоритм програми моделювання СДС зображений на рис. 5.5.

В програмі досліджується СДС, що описується диференціальним рівнянням

$$y'(t) + ay(t) = bx(t) \text{ або } y'(t) = -ay(t) + bx(t) \quad (5.23)$$

де a , b – коефіцієнти, що задаються в процесі роботи програми;

$y(t)$ – вихідна реакція ПСДС;

$x(t)$ – вхідний вплив.

При роботі програми можна формувати два види вхідних впливів:

– гармонійний

$$x(t) = A \cdot \sin(2 f t \pi + \varphi_0); \quad (5.24)$$

– одиничний

$$x(t) = 1(t). \quad (5.25)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 74

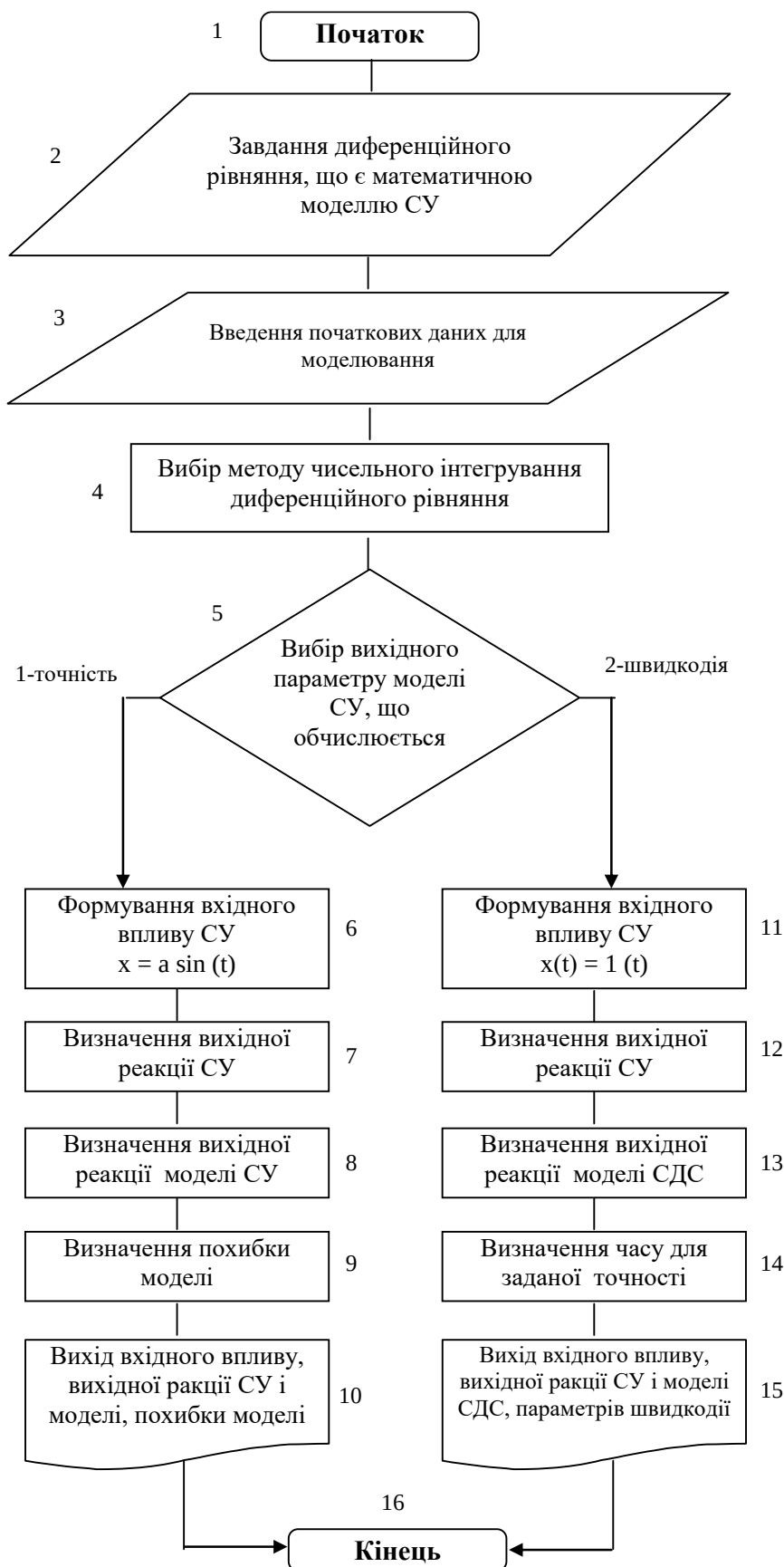


Рис 5.5

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 75

Для визначення вихідної реакції СДС використовується один з 7 методів чисельного інтегрування:

- прямокутників (Ейлера);
- трапецій;
- Симпсона;
- модифікований метод Ейлера (передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій);
- Мілна четвертого порядку;
- Адамса-Мултона;
- Рунге-Кутта четвертого порядку.

Отримаємо рекурентний вираз для чисельного інтегрування диференційного рівняння (5.23) по методу прямокутників.

Перепишемо вихідне рівняння із застосуванням операторів диференціювання D і інтегрування I :

$$Dy = -ay + bx. \quad (5.26)$$

Поділимо обидві частини (1.26) на оператор D і, враховуючи, що $1/D = I$, отримаємо

$$Y = I(-ay + bx). \quad (5.27)$$

Для методу прямокутників оператор інтегрування в формі z - перетворення має вид

$$I = \frac{\tau}{z-1}, \quad (5.28)$$

де τ - крок чисельного інтегрування.

Перепишемо (5.27) застосовуючи пряме z -перетворення:

$$Y(z) = \frac{\tau}{z-1} (-aY(z) + bX(z)); \quad (5.29)$$

$$zY(z) - Y(z) = -\tau aY(z) + \tau bX(z); \quad (5.30)$$

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) = -\tau a z^{-1}Y(z) + \tau b z^{-1}X(z); \quad (5.31)$$

Застосуємо до (5.31) зворотнє z -перетворення:

$$y_n - y_{n-1} = -\tau a y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (5.32)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 76

Остаточного маємо

$$y_n = (1 - \tau a) y_{n-1} + \tau b x_{n-1}. \quad (5.33)$$

Виконавши обчислення, аналогічні (5.26) - (5.33), отримаємо наступні рекурентні вирази для інших методів чисельного інтегрування.

Метод трапецій:

$$y(n) = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{2}} \left[\left(1 - \frac{a\tau}{2} \right) y_{n-1} + \frac{b\tau}{2} x_n + \frac{b\tau}{2} x_{n-1} \right]; \quad (5.34)$$

Метод Симпсона:

$$y_n = \frac{1}{1 + \frac{a\tau}{3}} \left[-\frac{4a\tau}{3} y_{n-1} + \left(1 - \frac{a\tau}{3} \right) y_{n-2} + \frac{b\tau}{3} x_n + \frac{4b\tau}{3} x_{n-1} + \frac{b\tau}{3} x_{n-2} \right]; \quad (5.35)$$

$$y_{i+1} = y_{i-1} + \frac{\tau}{3} (-ay_{i-1} + bx_{i-1}) + \frac{4\tau}{3} (-ay_i + bx_i) + \frac{\tau}{3} (-ay_{i+1} + bx_{i+1}); \quad (5.36)$$

Метод передбачення по формулі прямокутників і виправлення по формулі трапецій (модифікований метод Ейлера):

– передбачення

$$p_n = y_{n-1} + \tau [-a y_{n-1} + b x_{n-1}]; \quad (5.37)$$

– виправлення

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{2} [-a y_{n-1} + b x_{n-1} - a p_n + b x_n]; \quad (5.38)$$

Метод Мілна:

$$p_n = y_{n-4} + \frac{4\tau}{3} [2(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - (-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 2(-a y_{n-3} + b x_{n-3})]; \quad (5.39)$$

$$y_n = y_{n-2} + \frac{\tau}{3} [(-a p_n + b x_n) + 4(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) + (-a y_{n-2} + b x_{n-2})]. \quad (5.40)$$

Метод Адамса-Мултона:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 77

$$p_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [55(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 59(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + 37(-a y_{n-3} + b x_{n-3}) - 9(-a y_{n-4} + b x_{n-4})]; \quad (5.41)$$

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{24} [9(-a p_n + b x_n) - 19(-a y_{n-1} + b x_{n-1}) - 5(-a y_{n-2} + b x_{n-2}) + (-a y_{n-3} + b x_{n-3})]. \quad (5.42)$$

Метод Рунге-Кутта четвертого порядку:

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\tau}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.43)$$

де $k_1 = -a y_{n-1} + b x_{n-1}$;

$$k_2 = -a (y_{n-1} + \frac{\tau}{2} k_1) + b x_{n-1};$$

$$k_3 = -a (y_{n-1} + \frac{\tau}{2} k_2) + b x_{n-1};$$

$$k_4 = -a (y_{n-1} + \tau k_3) + b x_{n-1}.$$

В методах Мілна і Адамса-Мутона для одержання чотирьох стартових значень y_i використовується метод прямокутників.

Похибка обчислення вихідної реакції СДС визначається наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i^* - y_i|, \quad (5.44)$$

де N – кількість точок, в яких обчислюється вихідна реакція моделі ПСДС;

y_i^* – вихідна реакція моделі СДС на i -му кроці інтегрування (розрахунок на основі методу чисельного інтегрування);

y_i – вихідна реакція СДС на i -му кроці інтегрування (аналітичний розрахунок).

При коефіцієнті диференційного рівняння $a = -1$, $b = 1$ маємо $y_i = x_i$.

Для обчислення вихідної реакції СДС використовується чисельне інтегрування по формулі трапеції з шагом у 10 разів меншим, ніж для обчислення вихідної реакції моделі СДС.

У програмі вхідний сигнал СДС має назву безперервний вхідний сигнал, вхідний сигнал моделі СДС – дискретний вхідний сигнал, вихідна реакція СДС – безперервний вихідний сигнал, вихідна реакція моделі СДС – дискретний вихідний сигнал.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 78

Швидкодія моделі СДС $t_{м\ СДС}$ визначається інтервалом часу, що пройшов від початку подачі на вхід моделі СДС одиничного впливу $x(t) = 1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція моделі СДС буде знаходитися в межах

$$0,95 \leq y_i^* \leq 1,05 \quad (5.45)$$

Швидкодія СДС $t_{сдс}$ визначається інтервалом $ча_{сдс}$, що пройшов від початку подачі на вхід СДС одиничного впливу $x(t) = 1(t)$ до моменту, коли вихідна реакція СДС буде знаходитися в межах, визначених співвідношенням (5.45).

Різниця цих двох величин визначає вплив методу чисельного інтегрування на динамічні властивості моделі СДС. Вказану різницю можна вважати швидкодією методу чисельного інтегрування $t_{мчі}$ (рис. 5.6).

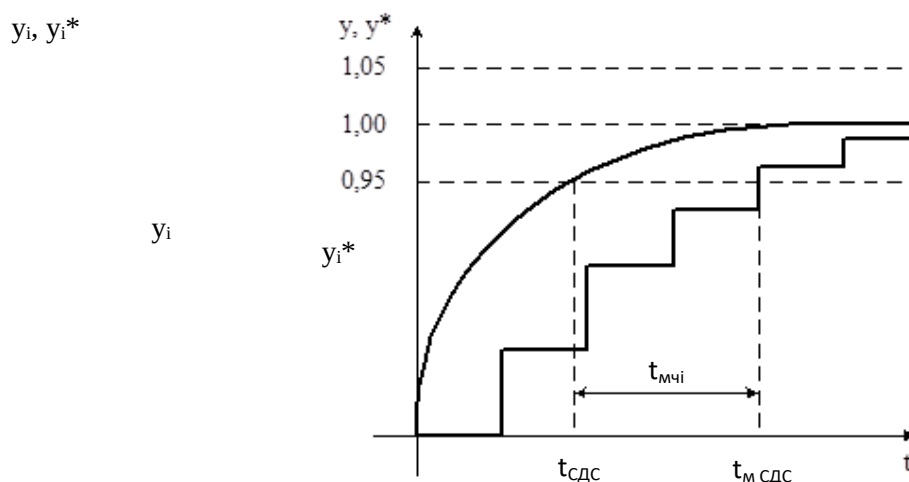


Рис. 5.6

Початкові дані для програми:

- тип моделі ПСДС, що досліджується;
- метод чисельного інтегрування диференціальних рівнянь;
- коефіцієнти диференційного рівняння;
- кількість точок для розрахунків вихідної реакції моделі ПСДС;
- крок інтегрування.

Вихідні дані програми:

- вихідна реакція моделі ПСДС;
- похибка обчислень для моделі ПСДС;
- швидкодія моделі ПСДС.

5.3 Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 79

2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 5.2).

Таблиця 5.2

Варі- ант	Кількість періодів сигналу $x(t) = A \cdot \sin(t)$ на інтервалі спостереження	Кількість кроків N інтегрування на інтервалі спостереження	a_1	b_1
1.	1	1000	0,9	1,3
2.	2	1000	0,95	1,26
3.	3	1500	0,9	1,3
4.	2	1500	0,95	1,26
5.	5	2000	0,9	1,3
6.	2	2000	0,95	1,26
7.	1	1000	1,06	0,9
8.	2	1000	1,18	0,87
9.	1	1500	1,06	0,9
10.	2	1500	1,18	0,87
11.	1	2000	1,06	0,9
12.	2	2000	1,18	0,87
13.	1	1000	0,9	1,3
14.	2	1000	0,95	1,26
15.	4	1500	0,9	1,3
16.	2	1500	0,95	1,26
17.	6	2000	0,9	1,3
18.	2	2000	0,95	1,26
19.	1	1000	1,06	0,9
20.	2	1000	1,18	0,87
21.	6	1500	1,06	0,9
22.	2	1500	1,18	0,87
23.	4	2000	1,06	0,9
24.	2	2000	1,18	0,87
25.	1	1000	0,9	1,3
26.	2	1000	0,95	1,26
27.	3	1500	0,9	1,3
28.	2	1500	0,95	1,26
29.	2	2000	0,9	1,3
30.	5	2000	0,95	1,26

Продовження таблиці 5.2

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 80

Варіант	Кількість періодів сигналу $x(t) = A \cdot \sin(t)$ на інтервалі спостереження	Кількість кроків N інтегрування на інтервалі спостереження	a_1	b_1
31.	6	1500	1,06	0,9
32.	2	1500	1,18	0,87
33.	4	2000	1,06	0,9
34.	2	2000	1,18	0,87
35.	1	1000	0,9	1,3
36.	2	1000	0,95	1,26
37.	3	1500	0,9	1,3
38.	2	1500	0,95	1,26
39.	2	2000	0,9	1,3
40.	5	2000	0,95	1,26

3. Виконайте моделювання СДС, заданого диференціальним рівнянням $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$), час моделювання 10 с.

Таблиця 5.3

Метод чисельного інтегрування	Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + a_1y = b_1x$ фіксований крок кількість кроків N		Диференціальне рівняння $y + ay = bx$ ($a = 1, b = 1$) автоматичний вибір кроку інтегрування для ode45, ode23, ode113	
	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с	Похибка методу, умовних одиниць	Швидкодія методу чисельного інтегрування, с
1. ode45						
2. ode23						
3. ode113						
4. Ейлера						
5. Трапецій						
6. Симпсона						
7. Модіфікований Ейлера						
8. Мілна						
9. Адамса-Мултона						
10. Рунге-Кутта 4-го порядку						

4. Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) і вихідної реакції об'єкта.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 81

5. Виконайте моделювання СДС, використовуючи коефіцієнти рівняння a_1 , b_1 з індивідуального варіанту завдання, час моделювання 10 с.

6. Замалюйте графік вхідного сигналу (ступеневий вплив, синусоїда та синусоїда, що згасає) вихідної реакції моделі СДС.

7. Визначте похибку моделі СДС для кожного з 10 методів чисельного інтегрування у відповідності з формулою (5.44). Заповнить таблицю 5.3.

5.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графік вхідного сигналу і вихідної реакції моделі СДС.
4. Заповнена таблиця 1.7.
5. Висновки по роботі.

5.5. Контрольні питання

1. Наведіть основні етапи моделювання СДС за допомогою ЕОМ.
2. Виконайте порівняльний аналіз різних методів апроксимації вхідних сигналів (кусочно-постійна і кусочно-лінійна апроксимація).
3. Порівняйте (графічно) помилки при одержанні вихідного сигналу СДС при чисельному інтегруванні по формулі прямокутників і формулі трапецій.
4. Чому при дворазовому застосуванні операції чисельного інтегрування виникає необхідність застосування формули трапецій?
5. Як отримати з диференційного рівняння n -го порядку систему з n диференціальних рівнянь першого порядку?
6. Обґрунтуйте (графічно) алгоритм передбачення і виправлення (модифікований метод Ейлера).
7. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору початкових умов, що вимагаються для початку обчислень.
8. Як отримати початкові умови для багатокрокових методів чисельного інтегрування?
9. Як оцінити похибку чисельного інтегрування для модифікованого методу Ейлера?
10. Поясніть, як оцінити похибку чисельного інтегрування для методу Рунге-Кутта?
11. Що таке процедура автоматичного регулювання кроку інтегрування?
12. Проведіть порівняльний аналіз методів чисельного інтегрування з точки зору точності і часу СДС обчислень на ЕОМ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 82

Лабораторна робота № 6

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОГРАМНО-АЛГОРИТМІЧНИХ ГЕНЕРАТОРІВ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Мета роботи: дослідження залежності статистичних характеристик випадкових сигналів від методів реалізації алгоритмів генерації.

6.1. Теоретичні відомості. Теорія та методи моделювання випадкових сигналів

При проведенні експериментальних досліджень складних динамічних систем (СДС) та інших технічних приладів, при моделюванні таких систем і розв'язанні задачі ідентифікації широко використовують випадкові сигнали (процеси) з заданими статистичними характеристиками.

Як відомо, найбільш повними статистичними характеристиками випадкових процесів є диференціальний закон розподілу ймовірностей (щільність розподілу ймовірностей) і інтегральний закон (функція ймовірності).

При вивченні стаціонарних і ергодичних процесів звичайно обмежуються розглядом перших двох моментів цих законів (кореляційна теорія випадкових процесів).

Незалежно від стаціонарної або нестаціонарної природи випадкового сигналу з заданими характеристиками частіше такі сигнали отримують за допомогою відповідних фільтрів (моделей сигналів), що створюють білий шум.

Білий шум – це гіпотетичний стаціонарний випадковий процес, котрий не існує в дійсності, і у якого будь-які два значення, що розділені скільки завгодно невеликим інтервалом часу СДС, статистично незалежні. В силу цього кореляційна функція шуму дорівнює дельта-функції

$$R(\tau) = a^2 \cdot \delta(\tau), \quad (6.1)$$

а спектральна щільність

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = a^2 = const \quad (6.2)$$

На практиці зустрічаються випадкові процеси, спектральні щільності яких постійні в деякій обмеженому діапазоні частот. Якщо цей діапазон частот за величиною перевищує діапазон пропускання формуючого фільтру, тобто моделі сигналу (в інших випадках перевищує діапазон пропускання ПСДС, що досліджується) і спектральна щільність приблизно постійна, то такий процес наближено може вважатися білим шумом. Щоб відрізнити реальний (наближений) білий шум від гіпотетичного (математичної абстракції), будемо брати прикметник в

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 83

лапки, тобто “білий” шум – це наближений випадковий процес, що можна генерувати за допомогою технічних або алгоритмічних засобів.

В практиці експериментальних досліджень виникає необхідність знати не тільки спектральний склад випадкових сигналів, але і розподіл ймовірностей миттєвих значень цих сигналів. При цьому заданий розподіл миттєвих значень випадкового сигналу краще всього одержувати за допомогою спеціальних функціональних перетворювачів, які створюють “білого” шуму, що має рівномірний розподіл в деякому інтервалі значень.

Типовим прикладом дискретного “білого” шуму може служити помилка квантування сигналів по рівню, що виконується в АЦП. Як відомо, квантування сигналів по рівню може бути ототожнене з їхнім проходженням через перетворювач з нелінійною статистичною характеристикою, показаною на рис. 6.1.

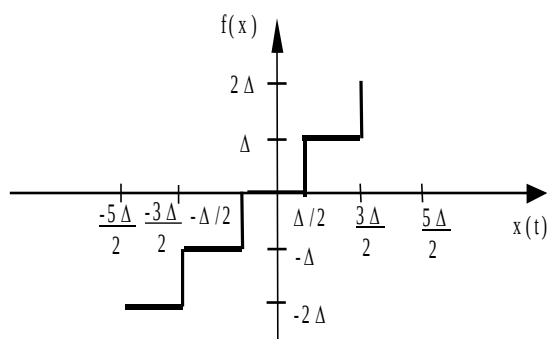


Рис. 6.1

Якщо вважати, що в ідеальному випадку (перетворювач не вносить помилок в сигнали що передаються) вихідний сигнал повинен мати значення

$$y = f(x) = kx \quad (6.3)$$

(k – коефіцієнт перетворення пристрою), то під помилкою квантування розуміють різницю двох сигналів, утворених на виході ідеального перетворювача з характеристикою, що показана на рис. 6.1. Процес формування помилки можна відобразити блок-схемою, зображеною на рис. 2.2.

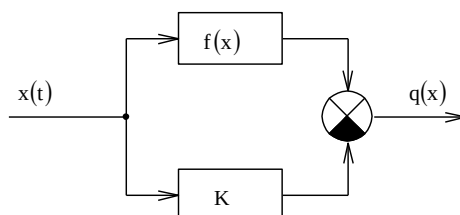


Рис. 6.2

Оскільки

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 84

$$q(x) = f(x) - kx, \quad (6.4)$$

то графік (осцилограма) зміни помилки квантування має вигляд, показаний на рис. 6.3, а.

Графік щільності розподілу імовірностей випадкової помилки квантування сигналів по рівню зображений на рис. 6.3, б. Аналітично щільність розподілу записується наступним чином:

$$W(q) = \begin{cases} 1/\Delta, & \text{при } -\Delta/2 \leq q \leq \Delta/2; \\ 0, & \text{при } |q| \geq \Delta/2. \end{cases} \quad (6.5)$$

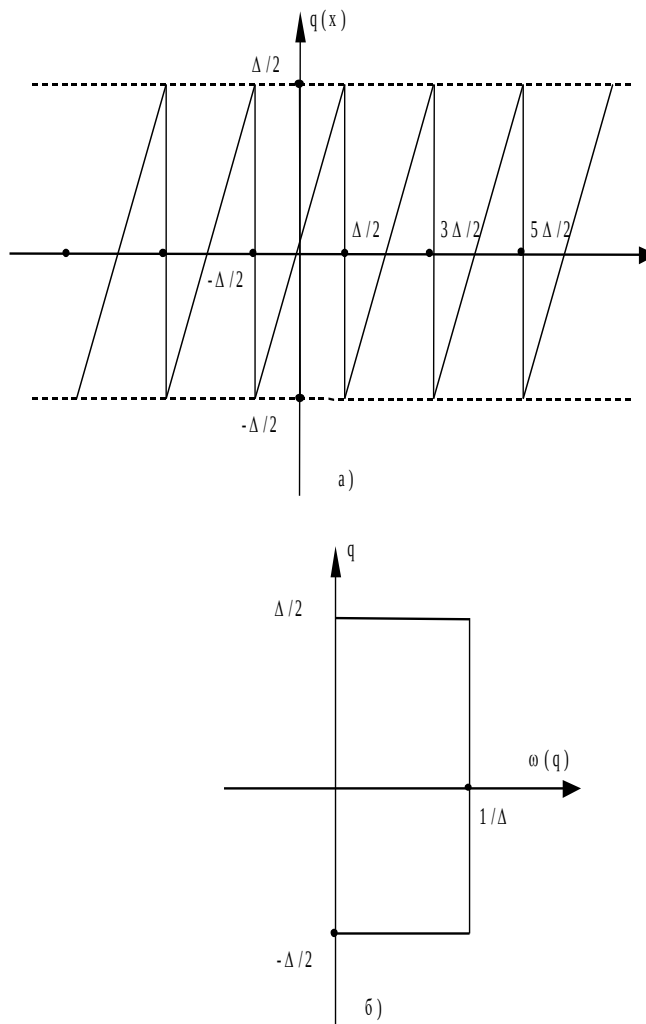


Рис. 6.3

Існує три методи генерування випадкових чисел: табличний, фізичний, аналітичний (алгоритмічний). В різних генераторах випадкових чисел (ГВЧ) має місце послідовне, паралельне або змішане формування двійкових розрядів числа.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 85

Недоліком послідовних ГВЧ є низька швидкодія. Паралельні ГВЧ забезпечують високу швидкодію, але потребують значних апаратних засобів. Змішані ГВЧ використовують переваги двох попередніх типів ГВЧ і тому є найбільш поширеними.

Табличний метод формування випадкових чисел полягає у занесенні в запам'ятовуючий пристрій ЕОМ таблиць випадкових чисел і зчитуванні їх в міру необхідності. Цей метод може використовуватися при малому обсязі статистичних випробувань, так як для зберігання таблиць потрібний великий обсяг пам'яті ЕОМ.

Фізичний генератор складається з джерела шуму, підсилювача і формувача випадкових чисел. В якості джерела шуму використовуються p - n переходи діодів і транзисторів, газорозрядні прилади, вугільні стовпчики тощо. Формувач випадкових чисел може бути виконаний у вигляді обмежувача і лічильника, що підраховує кількість перевищень шумовим коливанням встановленого рівня обмеження за фіксований інтервал часу Δt . Якщо кількість підрахованих перевищень парна, то записується нуль, якщо непарна – то одиниця. Найбільш поширеним є метод побудови ГВЧ, в якому кожний розряд вихідного числа формується незалежно за допомогою ймовірнісних блоків, в яких джерелом шуму є фізичні генератори. Отримані нулі і одиниці записуються в спеціальну комірку пам'яті. В будь-який момент можна звернутися до цієї комірки і взяти звідти значення випадкового числа.

Недоліками цього метода формування випадкових чисел є:

1. Складність перевірки якості отриманих випадкових чисел. Ці перевірки потрібно робити періодично, так як через коливання напруги живлення, температури тощо може виникнути так званий “дрейф розподілу”.

2. Досить часто розрахунки на ЕОМ потрібно перепроверити, щоб виключити можливість випадкового збою. Але відтворити ті самі випадкові числа неможливо, якщо по ходу експерименту їх не запам'ятовувати. Якщо їх запам'ятовувати, то знову отримуємо табличний метод.

Досить поширеними є також ГВЧ, побудовані на основі регістра зсуву. Ці ГВЧ формують так звані М-послідовності, тобто послідовності максимальної довжини, які містять $N = 2^m - 1$ чисел, що не повторюються, де m – число розрядів регістра зсуву.

Аналітичний метод дозволяє отримати випадкові числа шляхом реалізації на ЕОМ математичного алгоритму, що складається із послідовності математичних і логічних операцій, які реалізують рекурсивні співвідношення. Аналітичні методи не дозволяють отримати випадковий процес в його суто математичному визначенні, так як числа, отримані за допомогою формули неможливо вважати випадковими, хоча формула і може бути досить складна. Найчастіше застосовується рекурсивний алгоритм розрахунку, який визначає всі інші числа по першому заданому числу. При цьому можливі цикли, що повторюються. Крім того, через обмежену розрядність ЕОМ неможливо отримати СДСтo рівномірний розподіл в заданому інтервалі значень. Тому такий випадковий процес називають псевдовипадковим. Однак,

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 86

випадкові процеси, що формуються за цим методом, доволі придатні для технічних задач.

Найпростішим аналітичним методом генерування випадкових чисел є алгоритм Дж. Неймана. Береться довільне число a_0 , що складається з $2n$ двійкових цифр, і обчислюється його квадрат. Отримуємо a_0^2 , що складається вже з $4n$ двійкових цифр. Далі вибирається число a_1 , що складається з $2n$ середніх двійкових цифр, шляхом відкидання старших і молодших n розрядів. Далі процес обчислень повторюється для a_1 і так далі.

Перевагою цього алгоритму є його простота. Для отримання кожного випадкового числа потрібно лише декілька простих операцій. Програма займає лише декілька комірок пам'яті ЕОМ. Будь-яке число можна легко відтворити для перевірки якості послідовності випадкових чисел. Недоліком даного алгоритму є те, що розподіл випадкових чисел дещо відхиляється від рівномірного, так як дає більше малих значень.

Також відомі і інші алгоритми генерації випадкових чисел: модифікований метод Неймана, алгоритми на основі рекурентного співвідношення, метод порівнянь, запропонований Д. Лемером.

В особливу групу виділяють специфічний дискретний випадковий процес, що отримав назву «випадкові числа» (потік випадкових чисел). Цей процес являє собою аперіодичну послідовність біполярних прямокутних імпульсів напруги, що відповідає аперіодичній виборці обмежених по значенню чисел в тій або іншій системі числення, наприклад в інтервалі значень від 0 до $(m^n - 1)$, де m - основа системи лічби, що використовується; n – кількість розрядів числа. В ряді випадків використовують періодичну послідовність випадкових чисел.

Інколи виявляється зручним пронормувати числа діленням їх на найбільше число, тобто на $(m^n - 1)$. При цьому випадкові числа розподілені в інтервалі $0...1$.

Пристрій (або алгоритм), що формує послідовність (аперіодичну або періодичну) випадкових чисел, називають генератором випадкових чисел (ГВЧ). За допомогою n -розрядного генератора можна отримати $N = m^n$ різноманітних чисел.

Найбільш розповсюджені генератори двійкових чисел ($m = 2$). Фіксація отриманої цифри в кожному з n розрядів здійснюється за допомогою бістабільних елементів (один стан фіксДДСє одиницю, а інший - нуль). Побудова ГВЧ, що використовують системи лічби, кратні двом, тобто 4, 8, 16, ..., виконується об'єднанням декількох ГВЧ з двійковою системою лічби (при вісімковій системі використовується три двійкових канали тощо).

Будь-яке випадкове двійкове число A_i можна представити у вигляді

$$A_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot 2^{j-1} \quad (6.6)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 87

де α_j – випадкова величина, що приймає в кожному з n розрядів двійкового числа значення 0 або 1.

Поява нулів і одиниць в кожному розряді числа – події єдино можливі і неСДСмісні, тому СДСма імовірностей цих подій

$$P(a_j = 1) + P(a_j = 0) = 1 \quad (6.7)$$

Числа, що генеруються, можуть бути корельованими і некорельованими. При цьому умова некорельованості послідовності випадкових чисел має вигляд

$$R_{kr} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k,r=1}^N (A_k - \langle A \rangle) \cdot (A_r - \langle A \rangle) = \begin{cases} 0, & k \neq r, \\ \sigma_A^2, & k = r, \end{cases} \quad (6.8)$$

де $\langle A \rangle$ – математичне очікування послідовності випадкових чисел; σ_A^2 - дисперсія послідовності випадкових чисел.

Як вже відзначалося, найбільший інтерес представляє генерація випадкових рівноймовірних десяткових чисел. В цьому випадку кожне з $N = 2^n$ чисел повинно з'являтися на виході ГВЧ з імовірністю

$$P(A_i) = 1/2^n. \quad (6.9)$$

Як видно з наведеної формули, розподіл чисел є дискретним і, отже, квазірівномірним в інтервалі $0 \dots (2^n - 1)$ або $0 \dots 1$.

Щоб випадкові числа, що генеруються, підкорялися рівномірному розподілу, необхідно виконання, принаймні, двох умов:

1) Рівність ймовірностей появи нулів і одиниць в кожному з розрядів N - розрядного числа

$$P(a_j = 1) = P(a_j = 0) = 1/2; \quad (6.10)$$

2) Відсутність статистичного або детермінованого зв'язку між розрядами чисел, що генеруються.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 88

В найпростішому випадку генерування n - розрядних рівномірних чисел зводиться до отримання n однорозрядних рівно ймовірних двійкових чисел з наступним їхнім об'єднанням з урахуванням ваги кожного розряду

$$a_i = \frac{2^{i-1}}{2^n - 1}, \quad (6.11)$$

де i – номер розряду.

По засобам формування розрядів випадкових двійкових чисел ГВЧ можна поділити на наступні типи:

- 1) З використанням принципу випадкового чергування одного з двох тривких станів рівноваги;
- 2) З переліченням імпульсів випадкової послідовності за фіксований інтервал часу;
- 3) З переліченням періодичних імпульсів, що надходять на лічильник за випадковий інтервал часу.

Крім того, в окрему групу виділяють ГВЧ, у яких для формування одного розряду двійкового числа використовується аналізатор знаку випадкового процесу $U(t)$ у фіксовані моменти $t_i = t_0 + i \cdot T_{ГВЧ}$, де $i = 0, 1, 2, \dots$; $T_{ГВЧ}$ – тактовий період роботи ГВЧ.

Якщо $U(t_i) > 0$, то генерується одиниця; якщо $U(t_i) < 0$, генерується нуль.

ГВЧ з переліченням випадкових, по моментах появи, імпульсів за фіксований інтервал часу $T_{ГВЧ}$ і ГВЧ з переліченням періодичних імпульсів за випадковий інтервал $\Delta t_i \leq T_{ГВЧ}$ містить загальний елемент – лічильник імпульсів.

Число тригерів у лічильнику визначає розрядність одержуваних чисел і може змінюватися від 1 до n .

Якщо вимагається отримати n – розрядне випадкове число і у лічильнику міститься n ступенів лічби, то ГВЧ називають однотактовим з переліченням імпульсів по модулю $M = 2^n$.

Паралельний ГВЧ складається з n однорозрядних лічильників, що рахують імпульси, які надходять від автономних генераторів пакетів імпульсів. При цьому всі n однорозрядних лічильників з'єднуються колами зчитування.

Якщо ГВЧ складається з одного лічильника, а n -розрядне число формується за n послідовних циклів його роботи, то такий ГВЧ називають послідовним.

Послідовний ГВЧ містить вихідну пам'ять, куди через регістр зсуву заносяться значення чисел (0 або 1), отримані в кожному з n послідовних циклів.

Паралельні ГВЧ надто складні в реалізації, а послідовні ГВЧ мають низьку продуктивність. Компромісом є паралельно – послідовна структура ГВЧ.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 89

Одним з варіантів побудови алгоритмічного ГВЧ (такі ГВЧ інколи називають «математичною моделлю ГВЧ») є завдання випадкової послідовності чисел за допомогою виразу

$$A_{i+1} = a \cdot A_i \pmod{C}, i = 0, 1, \quad (6.12)$$

де A_i , a та C_i – цілі числа, причому

$$A_0 \neq 0 \pmod{C}.. \quad (6.13)$$

Умова $A \equiv B \pmod{C}$ означає, що A та B співпадають по модулю N , тобто A та B мають однаковий залишок при діленні на C .

Записаний алгоритм отримання випадкових чисел A_i визначає, що при довільному початковому значенні A_0 випадкові числа A_i являють собою результат множення a на A_i та нормування по модулю C . При цьому випадкові числа мають розподіл від 0 до C , $C = 2^k$. Отримана таким чином послідовність є періодичною. Правильним вибором чисел a , C та k цей період можна зробити достатньо великим.

Практичне використання випадкових чисел звичайно ускладнене. Так, не завжди вдається забезпечити необхідні по умовам експерименту характеристики послідовностей випадкових чисел. Для цього потрібні контроль, регулювання і стабілізація ГВЧ.

Тому випадкові числа замінюють так званими псевдовипадковими послідовностями чисел. Така заміна можлива, якщо характеристики псевдовипадкової послідовності близькі до характеристик випадкової послідовності.

Псевдовипадкова послідовність є регулярним періодичним сигналом, будь-які необхідні характеристики якого можна отримати по реалізації в один період. Такими сигналами успішно вдається замінити послідовність випадкових однорозрядних чисел – «бінарний шум».

Варіант псевдовипадкової послідовності показаний на рис. 6.4, де T – тривалість двійкового сигналу (дискретна); T_n – період послідовності.

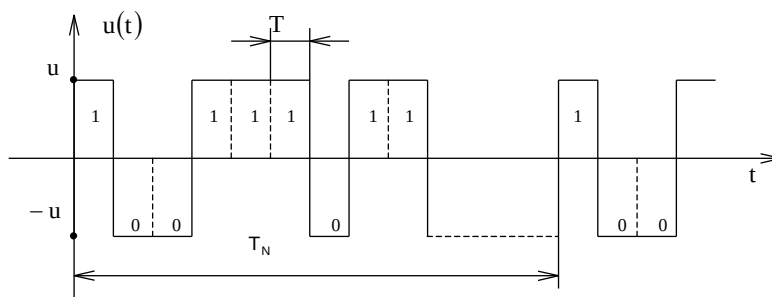


Рис. 6.4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 90

Як «бінарний шум» найбільш широко застосовуються лінійні послідовності максимальної довжини (ПМД, або НПМД – послідовності), що генеруються за допомогою генераторів, які складаються з n – каскадних регістрів зсуву і суматорів по модулю 2 ($\text{mod } 2$). Спрощена блок – схема такого генератора зображена на рис. 6.5.

Згідно рис. 6.5 сигнали з одиничних виходів k – го і r – го тригерів додаються по $\text{mod } 2$ і надходять на вхід першого тригера. Схема з n тригерів може мати $N = 2^n$ різноманітних станів. Не можна використати лише один стан: коли в усіх тригерах зафіксовані нулі (генеруються тільки нулі). Тому максимальний період повторення буде визначатися наступним чином:

$$T_N = T(2^n - 1). \quad (6.14)$$

Оскільки стан тригера змінюється тільки через один такт (період) імпульсами зсуву, то при введенні «оператора затримки» на один такт сигнал на виході будь-якого тригера можна записати аналітично

$$x_i = D \cdot x_{i-1}. \quad (6.15)$$

Тоді робота генератора (див. рис. 6.5) відбувається наступним чином. Якщо в тригері T_1 на j – му такті зафіксоване деяке число x_1 (+1 або 0), то в результаті зСДСву через один такт x_1 виявиться зафіксованим в T_2 , а в T_1 переходить число з СДСматора по $\text{mod } 2$. Означені оператори з кожним черговим тактом повторюються.

У відповідності з цим для станів тригерів можна записати:

$$x_1 = D \cdot x_0; x_2 = D^1 \cdot x_1; \dots; x_i = D^i \cdot x. \quad (6.16)$$

Сигнал на виході СДСматора по $\text{mod } 2$ одержуємо послідовною підстановкою:

$$D^0 \cdot x_0 = D \cdot x_k \oplus D \cdot x_n = D^k \cdot x_0 \oplus D^r \cdot x_0 \quad (6.17)$$

Для прикладу нехай $N = 3$, $k = 2$. Тоді для x_0 запишемо

$$D^0 \cdot x_0 = D^2 \cdot x_0 \oplus D^3 \cdot x_0 \quad (6.18)$$

Або

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 91

$$x_0 = (D^3 \oplus D^2 \oplus D^0) = 0 \quad (6.19)$$

де $D^0 \cdot x_0 = x_0$, так як $D^0 = 1$.

Якщо $N = 3$, а підСДСмовуються сигнали з виходів T_1 і T_2 , то схема опиСДСється виразом

$$x_0(D^3 \oplus D^1 \oplus D^0) = x_0 \cdot Q[D]. \quad (6.20)$$

$$Q[D] = (D^r \oplus D^k \oplus D^0) \quad (6.21)$$

Вираз (6.21) називається характеристичним поліномом.

В ланцюзі зворотного зв'язку генератора може бути один або декілька СДСматорів по mod 2. Тому характеристичний поліном може містити велике число операторів затримки D в відповідних степенях.

Вибір числа суматорів і точок підключення їхніх входів визначається тим, який сигнал потрібно отримати від генератора. Для отримання послідовності з максимальним періодом достатньо мати один СДСматор на два входи.

Якщо в схемі визначається і початок першого періоду, то вихідний сигнал буде суто детермінованим. При цьому статистичні характеристики реалізації двійкових випадкових чисел і описаних ПМД тим не менше будуть співпадати.

Порівнюємо ці послідовності. В випадковій послідовності зміна знаків сигналу відбувається в моменти $t_i = i \cdot T$. При рівній імовірності появи символів можна передбачити, що після $+U_C$ з імовірністю $P_1 = P_0 = 1/2$ з'явиться або нуль, або одиниця.

В послідовності максимальної довжини, оскільки вона включає всі можливі $N = 2^n - 1$ числа (окрім 00...0), буде 2^{n-1} одиниць і $(2^{n-1} - 1)$ нулів.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 93

Ймовірності появи нулів і одиниць в псевдовипадковій послідовності (в середньому):

$$P_{11} = 1/2 + 1/2^{n-1}; \quad (6.22)$$

$$P_{10} = 1/2 - 1/2^{n-1}. \quad (6.23)$$

З формул (6.22), (6.23) видно, що при $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{11} = \lim_{n \rightarrow \infty} P_{10} = \frac{1}{2}. \quad (6.24)$$

Однакові також ймовірності появи серій з нулів і одиниць, що йдуть одне за одним.

Так, в випадковій послідовності серія з j одиниць (нулів) буде зустрічатися з ймовірністю

$$P_{j1} = (1/2)^{j+1} = 1/2^{j+1} \quad (6.25)$$

В ПМД серії з однієї одиниці будуть зустрічатися 2^{n-2} раз, з двох одиниць – 2^{n-3} раз і так далі до серії з n одиниць, що зустрінеється 1 раз. Тоді для серії з двох нулів (одиниць) ліворуч і праворуч можна записати

$$P_{0,0,0} = 2^{n-2} / 2^{n-1} \cong 1/2^2; \quad (6.26)$$

$$P_{1,1,1} = 2^{n-3} / 2^{n-1} \cong 1/2^3 \quad (6.27)$$

і т. п.

Автокореляційні функції (АКФ) випадкових вибірок з послідовностей максимальної довжини і «бінарного шуму» будуть відрізнятися зміщенням по осі ординат на величину

$$R(\infty) = u^2 / 2^{n-1}. \quad (6.28)$$

Це зв'язано з тим, що в ПМД відСДСтні числа вигляду 00...0 математичне очікування не дорівнює нулю. Вираз для АКФ має вигляд

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 94

$$R(\tau) = \begin{cases} u^2 \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right), & |\tau| \leq T, \\ \frac{u^2}{2^n - 1}, & |\tau| > T. \end{cases} \quad (6.29)$$

Графіки АКФ і спектральної щільності ПМД показані на рис. 6.6, а, б.

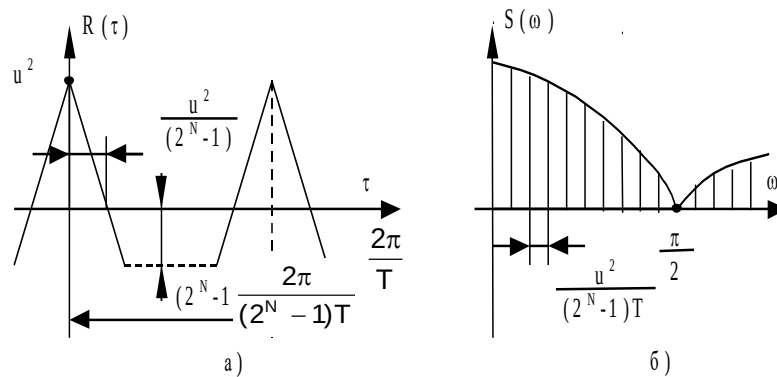


Рис. 6.6

Спектральна щільність ПМД

$$S(\omega) = \frac{2\pi * 2^{n+1}}{(2^n - 1)^2} \cdot \left(\frac{\sin(\omega T)}{\omega T} \right)^2 \times \sum_{k=1}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{(2^n - 1)T}\right) + \frac{u^2}{2^n - 1} \delta(\omega). \quad (6.30)$$

З формул і графіків (див. рис. 6.6, б) видно, що спектральна щільність лінійчата з огинаючою вигляду $\sin(x)/x$.

Перший нуль відповідає частоті роботи тактового генератора $f_t = 1/T$. Таким чином, ширина спектру $\Delta f = 1/T$ визначається тривалістю окремого символу і залежить від тактового періоду генератора, а інтервал між елементами спектра $\Delta f = 1/T_n$,

$$\text{де } T_n = \frac{2\pi k}{(2^n - 1)T}, \text{ по шкалі частот дорівнює}$$

$$\Delta F = 1/(T(2^n - 1)).$$

Він залежить від періоду послідовності $T_n = (2^n - 1)T$ і швидко спадає з зростанням числа каскадів регістра зСДСву n . При $n \rightarrow \infty$ спектр прагне до

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 95

суцільного, тобто ПМД зі зростанням n по своїм характеристикам швидко наближається до характеристик «бінарного шуму». При підвищенні частоти генератора імпульсів зсуву (зменшення T) спектр сигналу поширюється, наближаючись до спектру білого шуму. Саме ця обставина дозволяє використати псевдовипадкові послідовності як заміну сигналів з суцільним рівномірним спектром в заданому діапазоні частот.

Характеристичні поліноми дозволяють створювати генератори, що реалізуються у вигляді моделі на ЕОМ.

2.2. Методи та алгоритм програми дослідження програмно-алгоритмічних генераторів випадкових сигналів

Алгоритм програми дослідження цифрових генераторів шуму зображений на рис. 6.7.

В програмі реалізовані наступні цифрові генератори шуму:

1. Генератор випадкових чисел “ГВЧ1”, що відповідає формулам (6.12), (6.13). В даному випадку $C = 2$, $A_0 = (22563)_8$;

2. Генератор псевдовипадкової бінарної послідовності “ГВЧ2”, що відповідає формулам (6.16), (6.17). В даному випадку $n = 7$, $r = 7$, $k = 4$, а характеристичний багаточлен

$$Q[D] = (D^7 \oplus D^4). \quad (6.31)$$

Отже, період повторення псевдовипадкової бінарної послідовності буде рівний 127.

Автокореляційна функція обчислюється в припущенні стаціонарності і ергодичності процеСДС, що досліджується:

$$R_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-k} \sum_i (x(i)x(i+k)), \quad (6.32)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1.$$

де $x(i)$ – дискретні відліки шуму, $i = 1, 2, \dots, N$ $i = 1, 2, \dots, N$,

N – кількість випадкових чисел.

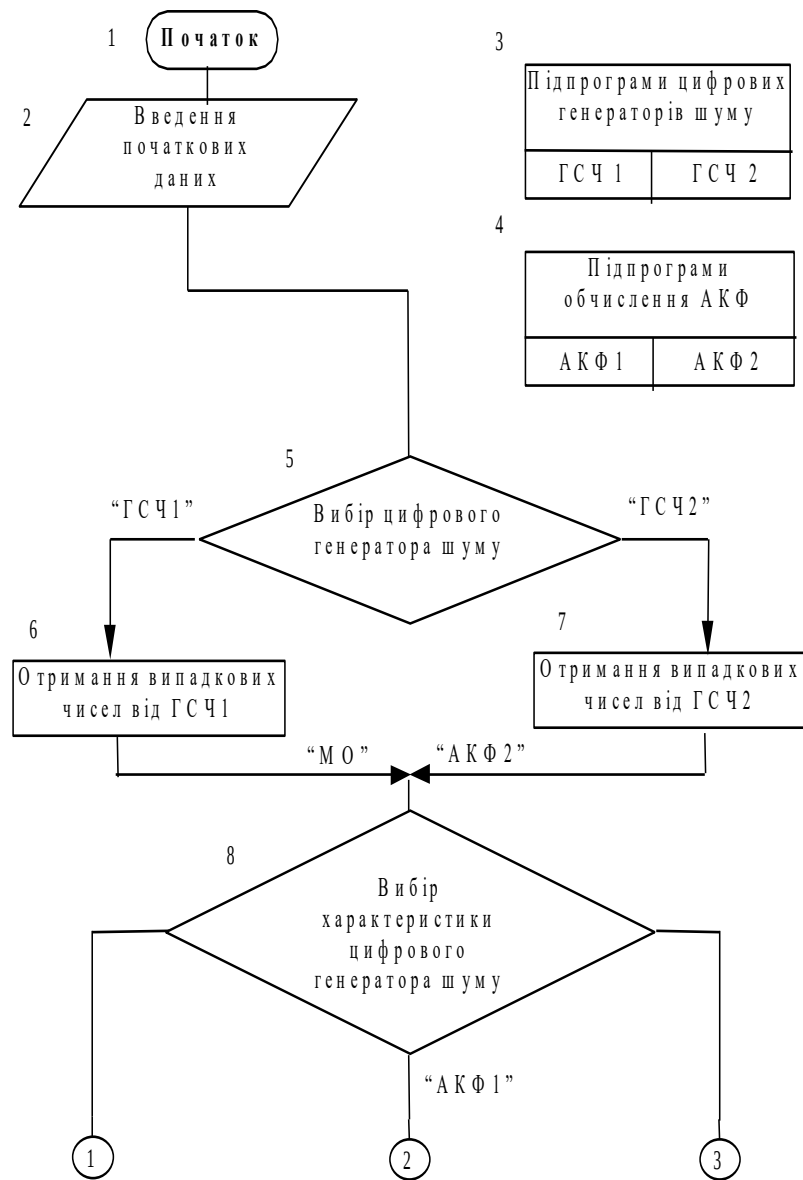


Рис. 6.7 (а)

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 97

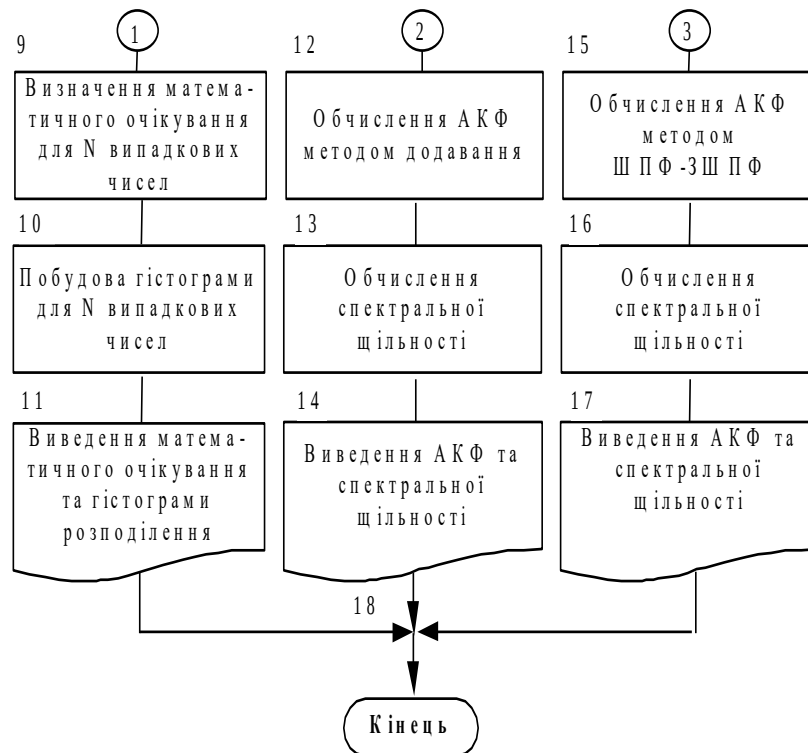


Рис. 6.7 (б)

На практиці потрібно обмежуватися кінцевими вибірками процесів, що зумовлює перехід до близького алгоритму згідно формули

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x(i)x(i+k)), \quad (6.33)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Ступінь наближення пропонується оцінити в ході виконання лабораторної роботи при розгляді різноманітних обсягів вибірки відліків шуму. Цей засіб обчислення АКФ позначимо «АКФ1».

Існують інші засоби обчислення АКФ. Так АКФ може бути знайдена по відомій спектральній щільності через зворотне перетворення Фур'є:

$$R_{xx}(\tau) = \Phi^{-1}\{S_{xx}(\omega)\}. \quad (6.34)$$

В свою чергу, спектральна щільність стаціонарних ергодичних процесів

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \{X_T(j\omega)X_T(-j\omega)\}, \quad (6.35)$$

де T – інтервал спостереження, $T = N\Delta t$.

$$X_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (6.36)$$

Обчислення інтегралів перетворення Фур'є на ЕОМ виконується по процедурі швидкого перетворення Фур'є (ШПФ):

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 98

$$X(m) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j\omega k} = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cos\left(\frac{mk2\pi}{N}\right) + j \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \sin\left(\frac{mk2\pi}{N}\right) = \text{Re}[X(m)] + j \text{Im}[X(m)], \quad (6.37)$$

$$m = 0, 1, \dots, N-1.$$

Тоді для знаходження АКФ необхідно виконати для заданого обсягу вибірки спочатку пряме ШПФ, а після цього – зворотне ШПФ (ЗШПФ).

В підсумку приходимо до алгоритму

$$S_{xx}(\omega) = X(j\omega) X^*(j\omega), \quad (6.38)$$

де $X(j\omega)$ – результат застосування процедури ШПФ до $x(i)$;

$X^*(j\omega)$ – функція, комплексно-спряжена з $X(j\omega)$.

Застосуванням ЗШПФ до $S_{xx}(\omega)$ з (6.38) одержуємо АКФ.

Цей засіб отримання АКФ позначимо «АКФ2».

Розглянемо отримання спектральної щільності процесу для кожного засобу обчислення АКФ:

АКФ1 – спектральна щільність одержується застосуванням процедури ШПФ до $R_{xx}(k)$ з (6.33);

АКФ2 – спектральна щільність є проміжним результатом при обчисленні АКФ (формула (6.38)).

Початкові дані для програми:

- кількість відліків шуму;
- тип цифрового генератора шуму;
- засіб обчислення АКФ.

Вихідні дані програми:

- математичне очікування вибірки дискретних відліків шуму;
- гістограма розподілу дискретних сигналів шуму;
- АКФ;
- спектральна щільність.

6.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 6.1). Для всіх варіантів використовуються генератори шуму “ТВЧ” і “ТВЧ1” і методи обчислення АКФ “АКФ1” і “АКФ2”.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 99

Таблиця 6.1

Варіант	Кількість відліків шуму			Закон розподілу випадкових величин
	N1	N2	N3	
1	16	128	512	Нормальний
2	16	64	256	Рівномірний
3	32	256	1024	Нормальний
4	32	128	256	Рівномірний
5	64	256	512	Нормальний
6	64	512	1024	Рівномірний
7	16	128	512	Нормальний
8	16	64	256	Рівномірний
9	32	256	1024	Нормальний
10	32	128	256	Рівномірний
11	64	256	512	Нормальний
12	64	512	1024	Рівномірний
13	16	128	512	Нормальний
14	16	64	256	Рівномірний
15	32	256	1024	Нормальний
16	32	128	256	Рівномірний
17	64	256	512	Нормальний
18	64	512	1024	Рівномірний
19	16	128	512	Нормальний
20	16	64	256	Рівномірний
21	32	256	1024	Нормальний
22	32	128	256	Рівномірний
23	64	256	512	Нормальний
24	64	512	1024	Рівномірний
25	16	128	512	Нормальний
26	16	64	256	Рівномірний
27	32	256	1024	Нормальний
28	32	128	256	Рівномірний
29	64	256	512	Нормальний
30	64	512	1024	Рівномірний
31	16	256	1024	Нормальний
32	32	128	256	Рівномірний
33	32	256	512	Нормальний
34	64	512	1024	Рівномірний
35	64	128	512	Нормальний
36	16	64	256	Рівномірний
37	16	256	1024	Нормальний
38	32	128	256	Рівномірний
39	32	256	512	Нормальний
40	64	512	1024	Рівномірний

3. Для генератора шуму “ГВЧ1” отримати математичне очікування значення випадкового числа і гістограму розподілу випадкових чисел в інтервалі 0 ... 1.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 100

Розрахунки провести для трьох значень кількості випадкових чисел N_1 , N_2 і N_3 . Заповнити таблицю 6.2.

Таблиця 6.2

Характеристика генератора	Кількість відліків шуму		
	N_1	N_2	N_3
Математичне очікування амплітуди шуму			
Кількість відліків шуму на інтервалі:			
0,0 ...0,1			
0,1 ...0,2			
0,2 ...0,3			
0,3 ...0,4			
0,4 ...0,5			
0,5 ...0,6			
0,6 ...0,7			
0,7 ...0,8			
0,8 ...0,9			
0,9 ...1,0			

4. Повторити пункт 3 для генератора шуму “ГВЧ2”. Заповнити табл. 6.3.

Таблиця 6.3

Характеристика генератора	Кількість відліків шуму		
	N_1	N_2	N_3
Математичне очікування амплітуди шуму			
Кількість відліків шуму із значенням:			
+1			
-1			

5. Обчислити АКФ для генератора шуму “ГВЧ1” двома способами “АКФ1” і “АКФ2”. Кількість відліків чисел $N = N_3$. Замалювати графіки АКФ.

6. Повторити пункт 5 для генератора шуму “ГВЧ2”. Замалювати графіки АКФ.

7. Отримати вибірку випадкових чисел із законом розподілу, вказаним у таблиці 6.1. Довжина вибірки $N = N_3$. Побудувати гістограму розподілу значень випадкових чисел і автокореляційну функцію.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 101

8. Повторити п. 7, додатково пропустивши випадковий процес (послідовність випадкових чисел) через фільтр нижніх частот з прямокутною смугою перепускання.

9. Повторити п. 8 для фільтрів з АЧХ в формі кривої Гаусса і експоненціальною АЧХ.

6.3. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Гістограми та кореляційні функції випадкових сигналів.
4. Заповнені таблиці 2.2 та 2.3.
5. Висновки по роботі.

6.4. Контрольні питання

1. Назвіть засоби отримання випадкових чисел.
2. Які умови необхідно виконати для отримання випадкових чисел з рівномірним розподілом?
3. Назвіть основні засоби формування розрядів випадкових двійкових чисел в ГВЧ.
4. Проведіть порівняльний аналіз паралельних і послідовних ГВЧ.
5. Назвіть основні алгоритми отримання випадкових чисел на ЕОМ.
6. Чим викликана необхідність переходу від випадкових чисел до псевдовипадкових послідовностей? Які умови при цьому необхідно виконати?
7. Намалюйте структурну схему і пояснити принцип роботи генератора нуль – послідовності максимальної довжини (НПМД). Характеристичний поліном $Q = D^3 \oplus D$; число розрядів регістру зСДСву $N = 3$.
8. Визначить період повторення, кількість нулів і одиниць, що виробляються за період, для генератора НПМД, побудованого на регістрі зСДСву, що містить 7 розрядів.
9. Визначить імовірності появи нулів і одиниць для генератора НПМД з числом розрядів регістру зСДСву $N = 4$.
10. Який вигляд має АКФ для генератора НПМД?
11. Перетворіть формулу для визначення АКФ таким чином, щоб число випадкових чисел, що складуться було постійним, використовуючи при цьому властивість періодичності псевдовипадкової послідовності. Обґрунтуйте це перетворення.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 102

Лабораторна робота № 7

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ЗА МЕТОДОМ ВЗАЄМНОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Мета роботи: дослідження методів ідентифікації, що базуються на взаємній кореляційній функції входу і виходу системи управління.

7.1 Теоретичні відомості. Теоретичні основи методу ідентифікації

При моделюванні складних динамічних систем (СДС) однією з задач є визначення їх динамічних характеристик (ідентифікація об'єкту). Ця задача може бути вирішена по методу взаємної кореляційної функції (ВКФ) вхідного і вихідного сигналів.

При дослідженні даного методу будемо припускати, що процеси, які протікають в ПСДС, є стаціонарні і ергодичні. Точне рішення задачі ідентифікації вимагає спостереження за процесами, що досліджуються, на достатньо великому (теоретично нескінченному) відрізку часу СДС, але в реальній системі потрібно обмежувати час спостереження, розповсюджуючи отримані дані на нескінченний інтервал спостереження. Одержані при такому підході результати будуть наближеними. Оцінка ступеня такого наближення - одна з важливих задач, що вирішуються при моделюванні ПСДС.

Розглянемо СДС (рис. 7.1, а), вихід якої при вхідному сигналі $x(t)$ визначається наступним виразом (інтегралом згортки):

$$y(t) = \int_{-\infty}^t k(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (7.1)$$

де $k(t)$ – імпульсна характеристика ПСДС, одержувана зворотним перетворенням Лапласа з передаточної функції (рис. 7.1, б), тобто

$$k(t) = L^{-1}\{k(p)\}. \quad (7.2)$$

Приймаючи обмеження $x(t) = 0$ для всіх $t < 0$, отримаємо з (7.1)

$$y(t) = \int_0^t k(t - \tau) x(\tau) d\tau = \int_0^t k(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad (7.3)$$

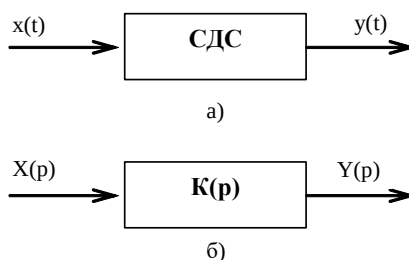


Рис. 7.1

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 103

Розглянемо фізичний сенс рівнянь (7.1) і (7.3). Нехай на вхід СДС подаються імпульси шириною $\theta \rightarrow 0$ і амплітудою $x(t)$ в моменти чаСДС $t = 0, \theta, 2\theta, \dots$ з енергією $\theta x(t)$ (рис. 7.2). Введемо позначення: $y_i(t)$ – реакція СДС в момент чаСДС t на один i - імпульс, прикладений в момент чаСДС $t = (i-1)\theta$. На основі викладеного можна записати

$$y_i(t_1) = k[t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta]. \quad (7.4)$$

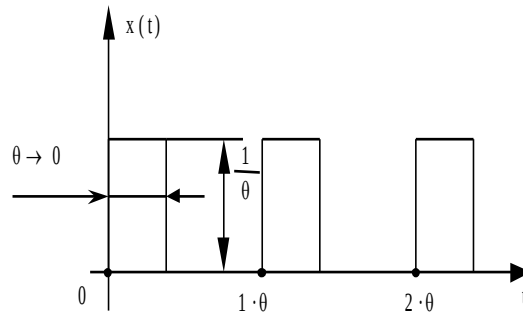


Рис. 7.2

Оскільки послідовність імпульсів додається з моменту чаСДС з $t = 0$ до $t = t_1$, то $y(t_1)$ можна розглядати як СДСму n виходів $y_1(t_1), y_2(t_1), \dots, y_n(t_1)$:

$$y(t_1) = \sum_{i=1}^N y_i(t_1) = k \sum_{i=1}^N [t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta] \quad (7.5)$$

За умови $\theta \rightarrow d\tau \rightarrow 0$ і $\theta \rightarrow \tau$ одержуємо вираз (3.3). Якщо вхідний сигнал СДС $x(t)$ – випадковий, то, маючи (7.1) або (7.5), можна обчислити взаємну кореляційну функцію $R_{xy}(\tau)$, що відбиває взаємозв'язок між виходом СДС $y(t)$ в будь-який момент чаСДС t і входом СДС $x(t-\tau)$, наступним чином:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) y_T(t-\tau) dt, \quad (7.6)$$

де T – тривалість спостереження, тобто $x(t)$ і $y(t)$.

Підставляючи в (3.6) вираз (3.1) і вводячи поняття АКФ, одержуємо:

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} k(\tau) R_{xx}(t-\tau) d\tau, \quad (7.7)$$

де $R_{xx}(\tau)$ – АКФ,

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t-\tau) d\tau. \quad (7.8)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 104

Розглянемо випадок, коли на вхід СДС подається вхідний сигнал $x(t)$ типу "білого" шуму. Як відомо, АКФ "білого" шуму являє собою дельта-функцію. Отже, для АКФ "білого" шуму формула матиме наступний вигляд (7.8):

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t-\tau) = \sigma^2 \delta(\tau). \quad (7.9)$$

Підставляючи значення (7.9) в (7.7), одержуємо

$$R_{xy}(t) = \sigma^2 \int_0^{\infty} k(\tau) \delta(t-\tau) d\tau = \sigma^2 k(t), \quad (7.10)$$

де $k(t)$ – імпульсна характеристика ПСДС,

σ^2 – дисперсія шуму.

Отже, для визначення динамічних характеристик по методу ВКФ необхідно на вхід подати "білий" шум і по вихідній реакції СДС визначити ВКФ, тотожно рівну (з точністю до постійних коефіцієнтів) в даному випадку імпульсній характеристиці ПСДС. В результаті даної процедури ідентифікації і одержується імпульсна характеристика ПСДС.

На практиці неможливо отримати сигнал у вигляді "білого" шуму. Для визначення динамічних характеристик в реальному масштабі часу СДС застосовуються сигнали, АКФ яких з деяким наближенням апроксимується дельта-функцією. Докладно властивості таких сигналів і засоби їхнього отримання за допомогою цифрових генераторів шуму досліджувались в лабораторній роботі № 6.

Визначення динамічних характеристик в реальному масштабі часу СДС здійснюється шляхом накладання вхідного сигналу $x(t)$ (одержаного від генератора шуму) на робочий сигнал $r(t)$ СДС (рис. 7.3).

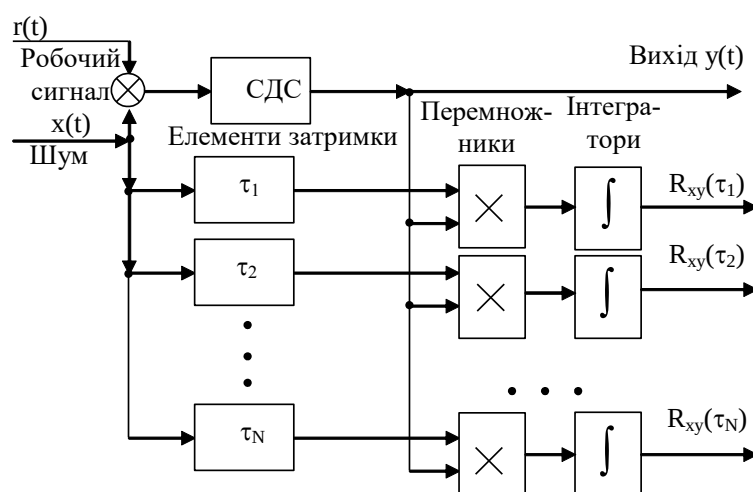


Рис. 7.3

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 105

В цьому випадку ВКФ між $x(t)$ і $y(t)$ дасть імпульсну характеристику $k(t)$ з деякою малою похибкою. Додатковою умовою є нерівність $x(t) \ll r(t)$, так як процес ідентифікації не повинен впливати на нормальну роботу ПСДС.

При виконанні ідентифікації за допомогою ЕОМ в наведених виразах всі інтеграли повинні бути замінені відповідними СДСмами.

3.2. Метод взаємної кореляційної функції та алгоритм визначення динамічних характеристик систем

Алгоритм програми визначення динамічних характеристик СДСпо методу ВКФ зображений на рис. 7.4.



Рис. 7.4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 106

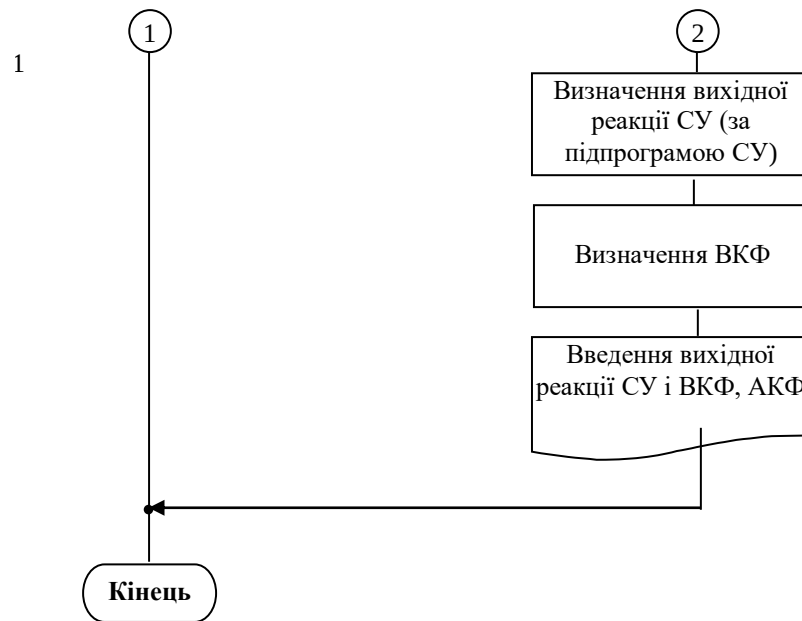


Рис. 7.4 (продовження)

У програмі використовуються дві ПСДС:

– аперіодична СДСпершого порядку

$$K_0(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}]; \quad (7.11)$$

– СДСдругого порядку з двома інтеграторами

$$K_0(z) = \frac{[\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}]}{[1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}]}. \quad (7.12)$$

Для кожного об'єкта необхідно одержати перехідну характеристику (вихідну реакцію СДСна прикладений до його входу одиничний стрибок) і імпульсну характеристику (вихідну реакцію СДСна прикладену до входу дельта-функцію в нульовий момент чаСДС).

Одержимо різницеве рівняння для СДСпершого порядку:

$$K_0(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}] = Y(z) / X(z), \quad (7.13)$$

де $X(z)$, $Y(z)$ – z -перетворення відповідно входу і виходу ПСДС.

Тоді на основі формули (7.13) можна записати:

$$(1 - (1 - \alpha)z^{-1})Y(z) = \alpha X(z). \quad (7.14)$$

Далі виконуємо зворотнє z -перетворення і отримуємо різницеве рівняння:

$$y(n) = (1 - \alpha) \cdot y(n - 1) + \alpha x(n), \quad (7.15)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$ – одновірна область стійкості ПСДС.

Для СДСдругого порядку:

$$\begin{aligned} K_0(z) &= [\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}] / [1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}] = \\ &= Y(z) / X(z); \end{aligned} \quad (7.16)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 107

$$(1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2})Y(z) = (\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1})X(z); \quad (7.17)$$

$$Y(z) = (2 - \alpha - \beta)z^{-1}Y(z) + (1 - \alpha)z^{-2}Y(z) + \alpha X(z) + (\beta - \alpha)z^{-1}X(z). \quad (7.18)$$

Виконуючи зворотнє z -перетворення над (7.19), одержуємо різницеве рівняння для СДС другого порядку:

$$y(n) = (2 - \alpha - \beta) \cdot y(n-1) + (\alpha - 1) \cdot y(n-2) + \alpha x(n) + (\beta - \alpha) \cdot x(n-1), \quad (7.19)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$, $0 \leq \beta \leq 4$ – двовірна область стійкості ПСДС.

Для одержання перехідної характеристики на вхід СДС необхідно подати одиничний східчастий вплив

$$x(n) = 1, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (7.20)$$

де N – довжина досліджуваної вибірки відліків входу і виходу ПСДС.

Імпульсну характеристику одержимо, якщо на вхід СДС подано випадкові числа (псевдовипадкова бінарна послідовність) від цифрового генератора шуму і визначимо ВКФ входу і виходу.

Виходячи з (3.6) і з огляду на дискретність відліків, отримаємо

$$R_{xy}(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} 1/(2N+1) \sum y_N(i)x_N(i-n), \quad (7.21)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$; $n\Delta t = \tau$; $N\Delta t = T$.

Враховуючи, що $y(t) = 0$ для $t \leq 0$, і обмежуючись кінцевими вибірками процесів $x(i)$ і $y(i)$, маємо

$$R_{xy}(n) = 1/(N-n) \sum_{i=1}^{N-n} y(i+n)x(i+n), \quad (7.22)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Для оцінки якості цифрового генератора шуму обчислюється його АКФ.

Виходячи з (7.7) і виконав перетворення аналогічно формулам (7.21) і (7.22), одержуємо вираз для визначення АКФ:

$$R_{xy}(n) = 1/(N-n) \sum_{i=1}^{N-n} x(i)x(i+n), \quad (7.23)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Більш докладні відомості про властивості цифрового генератора шуму і його АКФ наведені в лабораторній роботі № 2.

Початкові дані для програми:

- тип і коефіцієнти рівняння ПСДС;
- кількість відліків вхідного сигналу.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 108

Вихідні дані програми:

- перехідна характеристика;
- АКФ цифрового генератора шуму;
- ВКФ входу і виходу ПСДС.

7.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичної відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 7.1). Приклад програми моделювання – Додаток В.
3. Одержати перехідну характеристику СДС1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
4. Повторити п.3 при коефіцієнті $\alpha = \alpha_2$.
5. Одержати перехідну характеристику СДС2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).
6. Одержати імпульсну характеристику СДС1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
7. Одержати імпульсну характеристику СДС2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).
8. Визначити вигляд перехідної характеристики аперіодичного СДС першого порядку при таких значеннях коефіцієнта α в передатній функції: 0,5; 1; 1,5; 2,0; 2,5.

7.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графіки перехідних характеристик.
4. Графіки імпульсних характеристик.
5. Висновки по роботі.

3.5. Контрольні питання

1. Дайте визначення перехідної й імпульсної характеристик ПСДС.
2. Дайте пояснення фізичного змісту методу обчислення вихідної реакції СДС шляхом згортки вхідного впливу і імпульсної характеристики ПСДС.
3. Що таке взаємна кореляційна функція ПСДС?
4. Чим відрізняється імпульсна характеристика СДС від ВКФ у випадку подачі на вхід “білого” шуму?
5. Які властивості повинні мати сигнали, що використовуються для ідентифікації СДС по методу взаємної кореляційної функції?
6. Намалюйте структурну схему для визначення динамічних характеристик СДС в реальному масштабі часу СДС. Поясніть її роботу.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 109

7. Як одержати рівняння, що опиСДСє ПСДС, по його передаточній функції?

Таблиця 7.1

Варіант	Коефіцієнт α СДС1-го порядку (2 значення α_1 та α_2)	Коефіцієнти α_1 і β_1 СДС2-го порядку
1	0,4; 1,1	0,5; 2,0
2	0,5; 1,3	0,4; 2,2
3	0,6; 1,4	0,8; 2,5
4	0,7; 1,5	1,2; 2,7
5	0,8; 1,8	1,5; 3,2
6	0,9; 1,9	0,5; 2,0
7	0,4; 1,1	0,4; 2,2
8	0,5; 1,3	0,8; 2,5
9	0,6; 1,4	1,2; 2,7
10	0,7; 1,5	1,5; 3,2
11	0,8; 1,8	0,5; 2,0
12	0,9; 1,9	0,4; 2,2
13	0,4; 1,1	0,8; 2,5
14	0,5; 1,3	1,2; 2,7
15	0,6; 1,4	1,5; 3,2
16	0,7; 1,5	0,5; 2,0
17	0,8; 1,8	0,4; 2,2
18	0,9; 1,9	0,8; 2,5
19	0,4; 1,1	1,2; 2,7
20	0,5; 1,3	1,5; 3,2
21	0,6; 1,4	0,5; 2,0
22	0,7; 1,5	0,4; 2,2
23	0,8; 1,8	0,8; 2,5
24	0,9; 1,9	1,2; 2,7
25	0,4; 1,1	1,5; 3,2
26	0,5; 1,3	0,5; 2,0
27	0,6; 1,4	0,4; 2,2
28	0,7; 1,5	0,8; 2,5
29	0,8; 1,8	1,2; 2,7
30	0,9; 1,9	1,5; 3,2

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 110

Лабораторна робота № 8 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ АДАПТИВНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПРИСТРОЇВ ТА СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Мета роботи: розробка алгоритмів адаптивної ідентифікації та дослідження умов їх збіжності.

8.1. Теоретичні відомості. Теоретичні основи адаптивної ідентифікації

Однією із складових частин процесу моделювання складної динамічної системи (ПСДС) є її ідентифікація. У загальному випадку ідентифікація динамічних об'єктів полягає у визначенні їхньої структури і параметрів по даним, що спостерігаються, тобто по вхідному впливу і вихідній величині ПСДС. Ця задача виникає при створенні адаптивних систем, тобто таких, у яких на основі ідентифікації СДС виробляються оптимальні управляючі дії. До різноманітних варіантів задачі ідентифікації приводять статистичні методи опрацювання інформації в різноманітних областях науки і техніки.

Адаптивна ідентифікація здійснюється за допомогою моделі відповідної структури, параметри якої в процесі ідентифікації змінюються таким чином, щоб із найменшою похибкою відображати параметри СДС. Функціональна схема процеСДС адаптивної ідентифікації наведена на рис. 8.1.

Різниця вихідних величин СДСі моделі утворює нев'язку

$$\varepsilon(z(n), c) = y(n) - \tilde{y}(n), \quad (8.1)$$

де $z(n)$ – значення входу і виходу ПСДС, отримані в результаті спостережень; c – вектор параметрів моделі, що настроюється.

Будемо вважати, що СДС є стаціонарною, тобто її параметри не залежать від часу.

Якість адаптивної ідентифікації (ступінь наближення моделі до СДС в процесі її налаштування) оцінюється по середніх втратах

$$J(c) = M\{F[\varepsilon(z(n), c)]\}, \quad (8.2)$$

де $M\{\cdot\}$ – математичне очікування;

$F[\cdot]$ – функція втрат (ступінь небажаності нев'язки).

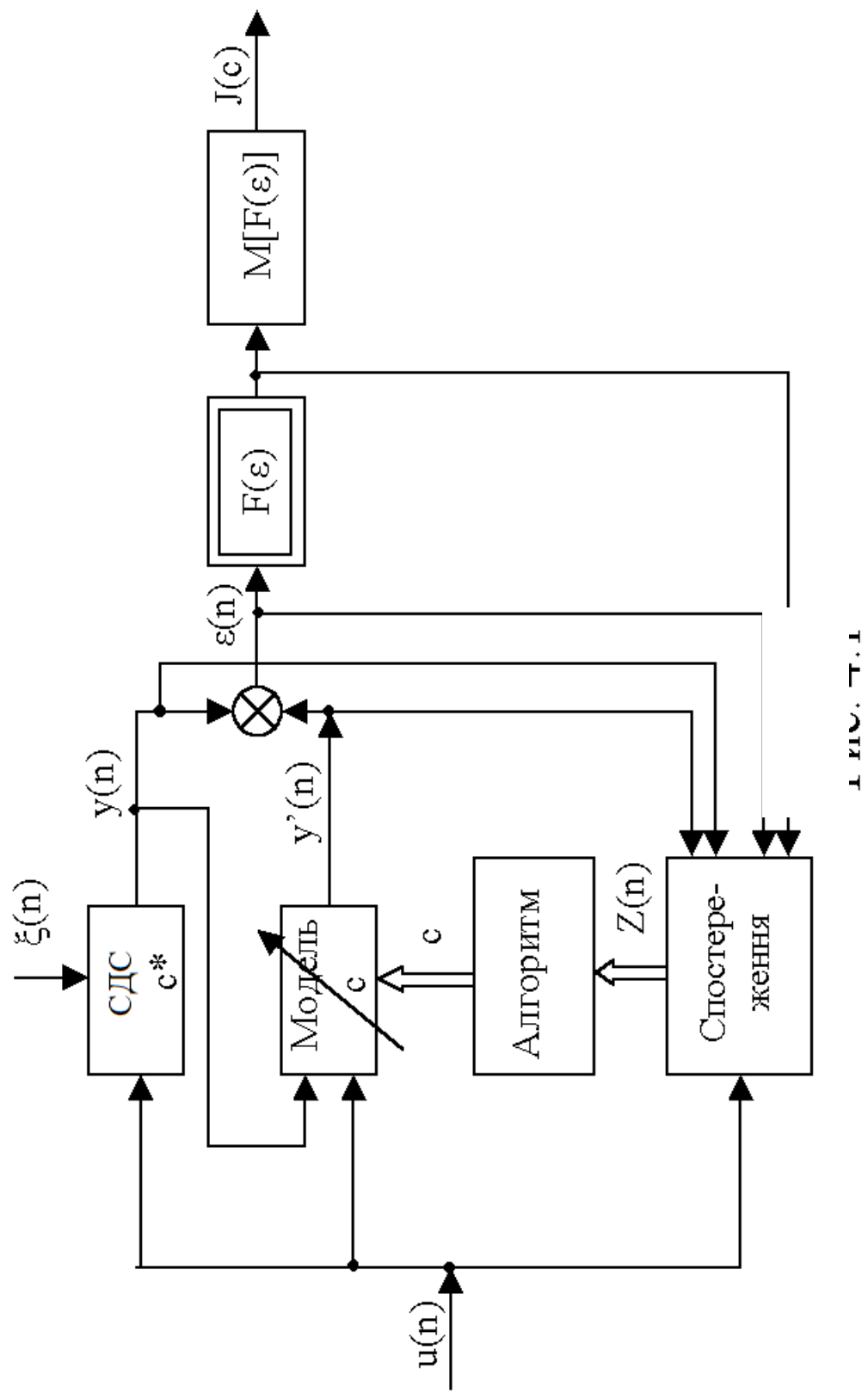


Рис. 8.1

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 112

Функція втрат може обчислюватися по різних формулам.

Найчастіше використовують:

– порогову функцію втрат (рис. 8.2, а)

$$F(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & |\varepsilon| \geq \varepsilon_0, \\ 0 & |\varepsilon| < \varepsilon_0, \end{cases}$$

– лінійну функцію втрат (рис. 4.2, б)

$$F(\varepsilon) = |\varepsilon|,$$

– квадратичну функцію втрат (рис. 4.2, в)

$$F(\varepsilon) = \varepsilon^2.$$

В лабораторній роботі використовується квадратична функція втрат, тобто втрати пропорційні квадрату нев'язки:

$$F[\varepsilon] = \varepsilon^2(z(n), c). \quad (8.3)$$

Алгоритм ідентифікації полягає в тому, що на основі доступних для спостереження значень вхідних і вихідних величин змінюють параметри моделі, що настраюється, так, щоб із ростом числа кроків настроювання моделі середні втрати $J(c)$ досягали мінімального значення.

Таким чином, для рішення задач ідентифікації необхідно:

- визначити клас ПСДС, що досліджуються;
- на основі відомостей про СДСсформувати модель, що настраюється (визначити її структуру);
- вибрати критерій якості ідентифікації (по середньому квадрату втрат);
- побудувати алгоритм ідентифікації.

Рівняння лінійної динамічної СДСз двома входами (рис. 8.3) представляється у вигляді лінійного різницевого рівняння

$$y(n) + \sum_{m=1}^N a_m^* y(n-m) = \sum_{m=0}^N b_m^* u(n-m) + \sum_{m=1}^N d_m^* [\xi(n-m) - (n-m)], \quad (4.4)$$

де $y(n)$ – вихід ПСДС;

$n = 0, 1, 2, \dots$ – дискретний час;

$u(n)$ – вхідний вплив;

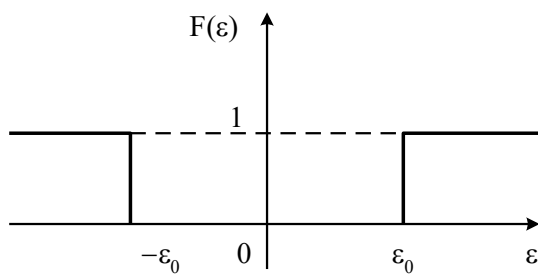
$\xi(n)$ – збурююча дія (завада).

Оптимальною моделлю, що настраюється, будемо вважати таку модель, для якої $M\{\varepsilon^2(n)\}$ досягає мінімально можливого значення при певних значеннях її параметрів.

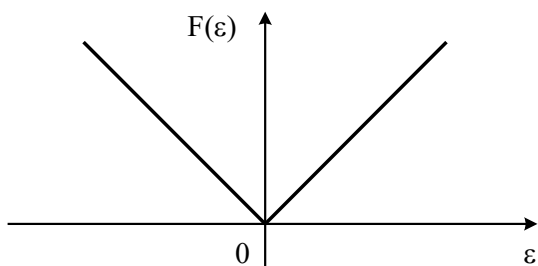
Для СДСз рівнянням (8.4) рівняння оптимальної моделі має вигляд

$$\tilde{y}(n) = -\sum_{m=1}^N a_m y(n-m) + \sum_{m=0}^N b_m u(n-m) + \sum_{m=1}^N d_m [y(n-m) - \tilde{y}(n-m)]. \quad (4.5)$$

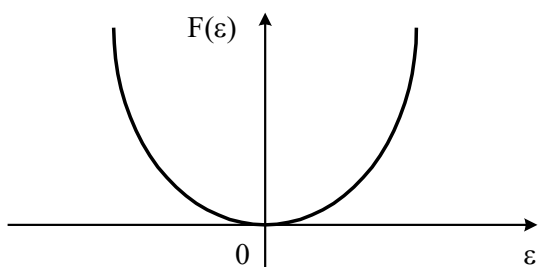
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 113



а)



б)



в)

Рис. 8.2

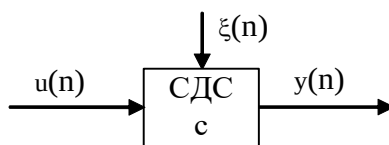


Рис. 8.3

Введемо позначення вектора параметрів моделі

$$c = (a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, d_1, \dots, d_n) \quad (8.6)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 114

Оптимальне рішення задачі ідентифікації для даної моделі, що настроюється, позначимо

$$c^* = (a_1^*, \dots, a_n^*, b_1^*, \dots, b_n^*, d_1^*, \dots, d_n^*). \quad (8.7)$$

У відповідності з обраним критерієм якості ідентифікації (формула (8.2)) можна записати

$$J^*(c^*) = M\{\varepsilon^2(z(n), c^*)\} = \min_c. \quad (8.8)$$

Оптимальне рішення c^* можна знайти з критерію якості (4.8) за допомогою методу найменших квадратів, що призводить до рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Умова, що визначає оптимальне рішення задачі ідентифікації $c = c^*$, має вигляд

$$\nabla J(c) = M\{\nabla_c F[\varepsilon(z(n), c)]\} = 0, \quad (8.9)$$

де ∇J – градієнт середніх втрат;

$\nabla_c F$ – градієнт функції втрат,

$$\nabla_c F = (\partial/\partial c_1, \dots, \partial/\partial c_N).$$

Векторне рівняння (8.9) еквівалентно системі нелінійних алгебраїчних рівнянь щодо компонент вектора c . У зв'язку з труднощами, що виникають при аналітичному рішенні рівняння (4.9), переходять до наближених методів. Це значить, що рівняння (8.9) замінюється різницеvim рівнянням, рішення якого $c(n)$ з плином часу прагне до оптимального рішення c^* .

Якщо градієнт середніх втрат $\nabla J(n)$ відомий (на основі попередніх спостережень за СДС і моделлю, що настроюється), то алгоритм адаптації (ітеративний алгоритм) має вигляд

$$C(n) = c(n-1) - \Gamma(n) \nabla J(c(n-1)), \quad (8.10)$$

де $\Gamma(n)$ - матриця підсилення;

c_0 – початкова умова (звичайно вибирається довільно).

Блок-схема ітеративного алгоритму показана на рис. 8.4, де ЕЗ - елемент затримки.

Якщо градієнт середніх втрат невідомий (цілком невідома щільність розподілу завад і спостережень), то алгоритм ідентифікації (рекурентний алгоритм) має вигляд

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 115

$$C(n) = C(n-1) - \Gamma(n) \nabla_c F[E(\varepsilon(n), (c(n-1)))] \quad (8.11)$$

Блок-схема рекурентного алгоритму показана на рис. 8.5.

Практичну реалізацію алгоритмів, що відповідають формулам (8.10) і (8.11), доцільно здійснити на ЕОМ.

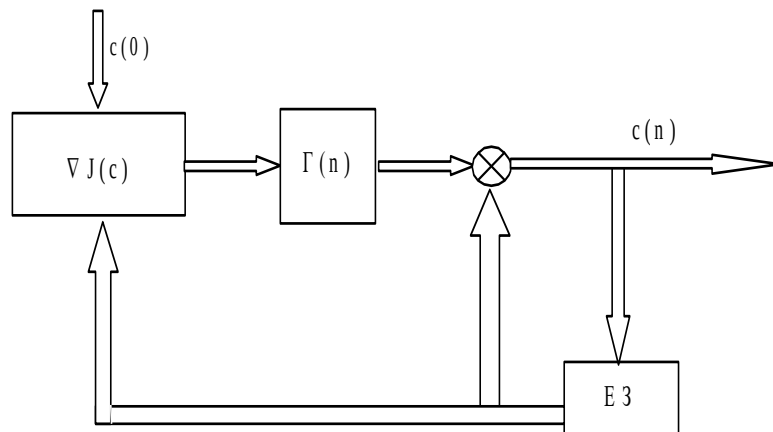


Рис. 8.4

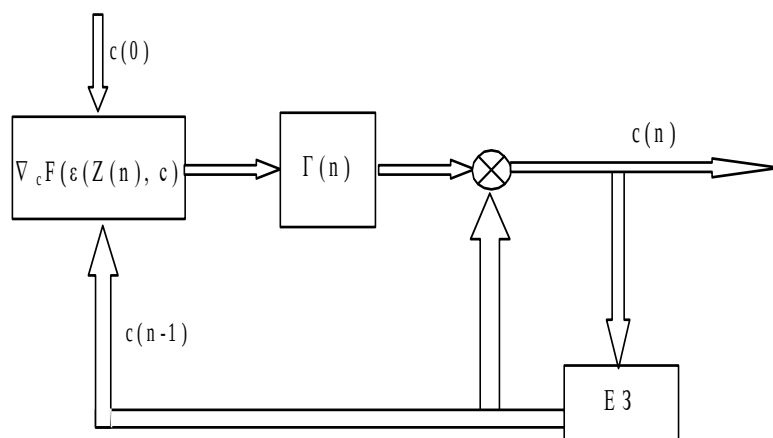


Рис. 8.5

8.2. Метод та алгоритми адаптивної ідентифікації систем

Алгоритм програми дослідження методів адаптивної ідентифікації наведений на рис. 8.6.

У роботі досліджуються два методи адаптивної ідентифікації:

- по ітеративному алгоритму, що описується формулою (8.10);
- по рекурентному алгоритму, що описується формулою (8.11).

При дослідженні цих методів використовуються такі ПСДС:

- регресивна (Р - об'єкт)

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 116

$$y(n) = bu(n) + \xi(n); \quad (8.12)$$

– регресивно-авторегресивна (РАР - об'єкт)

$$y(n) = -ay(n-1) + bu(n) + \xi(n). \quad (8.13)$$

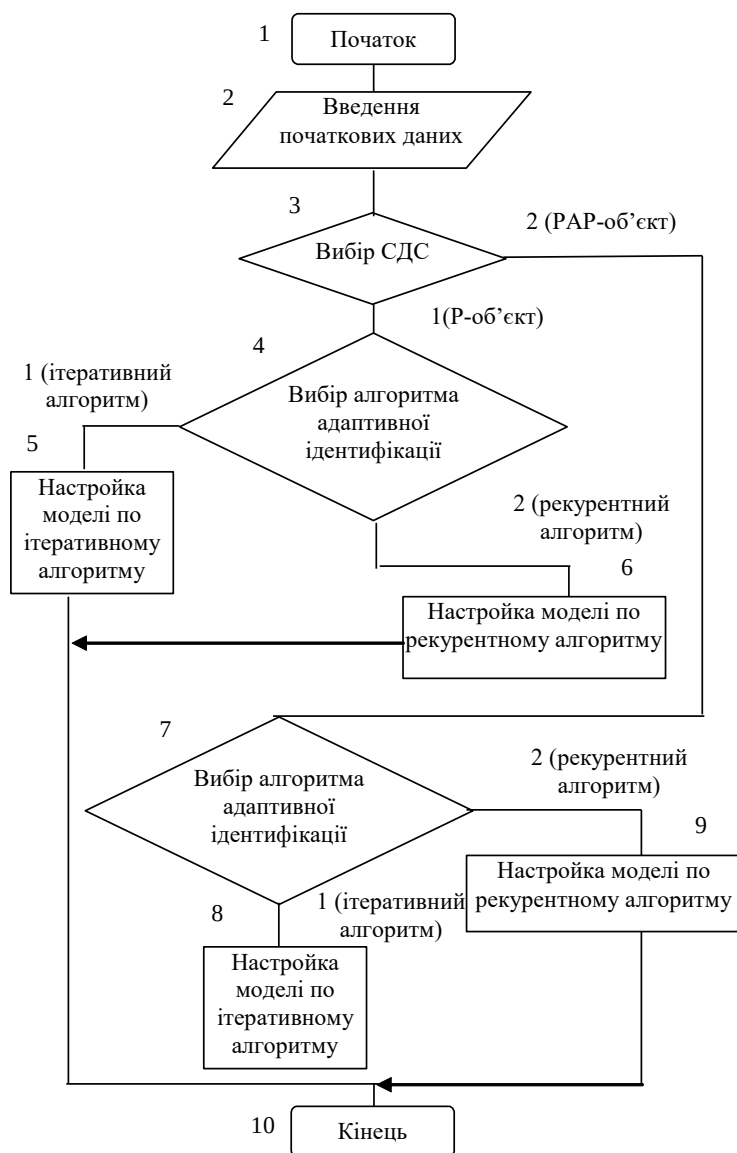


Рис. 8.6

Відповідно до (8.5), тобто виходячи із загального рівняння оптимальної моделі, рівняння оптимальних моделей будуть мати такий вигляд:

– для Р - об'єкта

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 117

$$\tilde{y}(n) = \tilde{b}u(n); \quad (8.14)$$

– для РАР - об'єкта

$$\tilde{y}(n) = -\tilde{a}(n-1) + \tilde{b}u(n). \quad (8.15)$$

Функція втрат

$$F[\varepsilon(n)] = \varepsilon^2(n) = (y(n) - \tilde{y}(n))^2 \quad (8.16)$$

У даній лабораторній роботі використовуються такі вхідні впливи для СДСі моделі:

– одиничний стрибок

$$u(n) = 1, \quad n = 0, 1, \dots, N-1; \quad (8.11)$$

– цифровий шум, одержаний від генератора випадкових чисел;
– гармонічний сигнал

$$u(n) = A \sin(2\pi f n / N + \varphi_0), \quad (8.18)$$

де A – амплітуда сигналу;

f – частота сигналу;

φ_0 – початкова фаза;

$n = 0, 1, \dots, N-1$;

N – число дискретних відліків сигналу.

Розглянемо одержання виразу для обчислення коефіцієнтів оптимальної моделі Р - об'єкта для рекурентного методу.

Функція втрат буде мати вигляд (див. формули (8.12), (8.14), (8.16)):

$$\varepsilon(n) = y(n) - \tilde{y}(n) = bu(n) - \tilde{b}u(n) + \xi(n); \quad (8.19)$$

$$\begin{aligned} F[\varepsilon(n)] &= [\varepsilon^2(n)] = (bu(n) - \tilde{b}u(n) + \xi(n))^2 = \\ &= b^2u^2(n) - 2\tilde{b}bu^2(n) - 2\tilde{b}u(n) \cdot \xi(n) + \\ &+ b^2u^2(n) + 2bu(n) \cdot \xi(n) + \xi^2(n). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Градiєнт функції втрат

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 118

$$\begin{aligned}\nabla_c F[\varepsilon(n)] &= \partial F[\varepsilon(n)] / \partial \hat{b} = 2\hat{b}u^2(n) - 2bu^2(n) - \\ &- 2u(n) \cdot \xi(n) = 2u(n) \cdot (\tilde{b}u(n) - bu(n) - \xi(n)) = \\ &= -2u(n) \cdot (y(n) - \tilde{b}u(n)).\end{aligned}\quad (8.21)$$

Підставляючи результат із (4.21) у (4.11) і враховуючи, що вектор коефіцієнта моделі $c = (b)$, одержуємо вираз для визначення коефіцієнта b оптимальної моделі Р - об'єкта:

$$\tilde{b}(n) = \tilde{b}(n-1) + 2\gamma u(n) \cdot [y(n) - \tilde{b}(n-1) \cdot u(n)], \quad (8.22)$$

де γ - коефіцієнт підсилення.

Розглянемо РАР - об'єкт і його оптимальну модель. Вектор коефіцієнтів моделі $c = (\hat{a}, b)$.

Вираз для визначення коефіцієнтів оптимальної моделі має вигляд (для рекурентного методу):

$$\begin{aligned}\tilde{a}(n) &= \tilde{a}(n-1) - 2\gamma_a y(n-1) \cdot [y(n) - (-\tilde{a}(n-1) \times \\ &\times y(n-1) + \tilde{b}(n-1) \cdot u(n))]\end{aligned}\quad (8.23)$$

$$\begin{aligned}\tilde{b}(n) &= \tilde{b}(n-1) - 2\gamma_b y(n-1) \cdot [y(n) - (-\tilde{a}(n-1) \times \\ &\times y(n-1) + \tilde{b}(n-1) \cdot u(n))]\end{aligned}\quad (8.24)$$

де γ_a, γ_b - коефіцієнти підсилення.

Для ітеративного методу обчислення проводяться по тим же формулам (8.22) – (8.24), що і для рекурентного методу, але для одержання градієнту середніх втрат (формула (8.10)) проводиться обчислення функції втрат при фіксованих коефіцієнтах моделі для усього вхідного впливу (N дискретних відліків) із наступним визначенням середнього арифметичного значення функції втрат.

Початкові дані програми:

- ПСДС, що досліджується;
- метод адаптивної ідентифікації, що досліджується;
- тип вхідного впливу;
- кількість відліків.

Вихідні дані програми:

- вихід ПСДС;
- вихід оптимальної моделі;
- коефіцієнти оптимальної моделі в процесі настроювання.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 119

8.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Одержати рівняння оптимальної моделі для Р - об'єкта і РАР - об'єкта, переконатися в їхній відповідності формулам (8.14), (8.15).
3. Одержати вираз для визначення коефіцієнтів моделі РАР - об'єктів для рекурентного методу адаптивної ідентифікації, переконатися в їхній відповідності формулам (8.22) - (8.24)
4. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 8.1). Приклад програми моделювання – Додаток 3.
5. Для Р - об'єкта одержати залежність зміни функції втрат $F(\varepsilon)$ (див. (8.16)) від зміни коефіцієнта моделі $b'(n)$ у заданому діапазоні значень $\tilde{b}(0) - \tilde{b}(N)$ для трьох типів входних впливів $u(n)$. Результати занести в табл. 8.2.
6. Для Р – об'єкта одержати залежність зміни коефіцієнта оптимальної моделі $\tilde{b}$ від чаСДС в процесі настроювання моделі по ітеративному методу адаптивної ідентифікації для трьох типів входного впливу $u(n)$. Коефіцієнт підсилення γ підібрати так, щоб на заданому інтервалі в N відліків забезпечити точність настроювання моделі до 5%. Результати спостережень занести в табл. 8.3.
7. Дослідити зміну функції втрат для РАР - об'єкта в залежності від зміни коефіцієнта моделі $\tilde{b}(n)$ при фіксованому коефіцієнті моделі $a' = a$. Заповнити таблицю, аналогічну табл. 8.2.
8. Виконати дослідження адаптивної ідентифікації для РАР - об'єкта (аналогічно п.п. 5 і 6). Заповнити дві таблиці, враховуючи наявність двох коефіцієнтів для СДСі моделі $(a, b$ і $\tilde{a}, \tilde{b})$.
9. В звіті потрібно, щоб було: найменування і мета роботи; початкові дані індивідуального варіанту; графік входного та вихідного сигналів, функції втрат і зміни коефіцієнтів адаптивної моделі об'єктів; заповнені таблиці 8.2 та 8.4; висновки по роботі.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 120

Таблиця 8.1

№ ва- ріанту	Коефіцієнт ПСДС			Початкове значення коефіцієнту моделі ПСДС			Кількість відліків вхідного сигналу	Крок зміни коефіцієнтів моделі ПСДС
	b_1	a_2	b_2	$\tilde{b}_1$	$\tilde{a}_2$	$\tilde{b}_2$		
1	2	0,9	0,70	1,0	0,7	0,55	100	0,05
1	2	0,9	0,70	1,0	0,7	0,55	100	0,05
2	3	1,0	0,75	1,5	0,8	0,50	150	0,10
3	4	1,1	0,80	2,0	0,7	0,55	200	0,15
4	5	0,9	0,85	2,5	0,8	0,60	100	0,20
5	6	1,0	0,90	3,0	0,7	0,65	150	0,05
6	7	1,1	0,95	1,0	0,8	0,55	200	0,10
7	8	0,9	1,00	1,5	0,7	0,50	100	0,15
8	2	1,0	1,05	2,0	0,8	0,55	150	0,20
9	3	1,1	1,10	2,5	0,7	0,60	200	0,05
10	4	0,9	1,15	3,0	0,8	0,65	100	0,10
11	5	1,0	1,20	1,0	0,7	0,55	150	0,15
12	6	1,1	1,25	1,5	0,8	0,50	200	0,20
13	7	0,9	0,70	2,0	0,7	0,55	100	0,05
14	8	1,0	0,75	2,5	0,8	0,60	150	0,10
15	2	1,1	0,80	3,0	0,7	0,65	200	0,15
16	3	0,9	0,85	1,0	0,8	0,55	100	0,20
17	4	1,0	0,90	1,5	0,7	0,50	150	0,05
18	5	1,1	0,95	2,0	0,8	0,55	200	0,10
19	6	0,9	1,00	2,5	0,7	0,60	100	0,15
20	7	1,0	1,05	3,0	0,8	0,65	150	0,20
21	8	1,1	1,10	1,0	0,7	0,55	200	0,05
22	2	0,9	1,15	1,5	0,8	0,50	100	0,10
23	3	1,0	1,20	2,0	0,7	0,55	150	0,15
24	4	1,1	1,25	2,5	0,8	0,60	200	0,20
25	5	0,9	1,00	3,0	0,7	0,65	100	0,05
26	6	1,0	1,05	1,0	0,8	0,55	150	0,10
27	7	1,1	1,10	1,5	0,7	0,50	200	0,15
28	8	0,9	1,15	2,0	0,8	0,55	100	0,20
29	2	1,0	1,20	2,5	0,7	0,60	150	0,15
30	3	1,1	1,25	3,0	0,8	0,65	200	0,20
31	5	1,0	0,85	1,0	0,7	0,55	150	0,15
32	6	1,1	0,90	1,5	0,8	0,50	200	0,20
33	7	0,9	0,95	2,0	0,7	0,55	100	0,05
34	8	1,0	1,00	2,5	0,8	0,60	150	0,10
35	2	1,1	1,05	3,0	0,7	0,65	200	0,15

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 121

Продовження таблиці 8.1

№ ва- ріанту	Коефіцієнт ПСДС			Початкове значення коефіцієнту моделі ПСДС			Кількість відліків вхідного сигналу	Крок зміни коефіцієнтів моделі ПСДС
	b_1	a_2	b_2	$\tilde{b}_1$	$\tilde{a}_2$	$\tilde{b}_2$		
36	3	0,9	1,00	1,0	0,8	0,55	100	0,20
37	4	1,0	1,05	1,5	0,7	0,50	150	0,05
38	5	1,1	1,10	2,0	0,8	0,55	200	0,10
39	6	0,9	1,15	2,5	0,7	0,60	100	0,15
40	7	1,0	1,20	3,0	0,8	0,65	150	0,20

Таблиця 8.2

n	Коефіцієнт СДС b	Коефіцієнт моделі $b'(n)$	Функція втрат $F(\varepsilon)$ при вхідному впливі:		
			одиничний стрибок	цифровий шум	гармонічний сигнал
1					
2					
...					
N					

Таблиця 8.3

n	Коефіцієнт СДС $\tilde{b}$	Коефіцієнт моделі $b(n)$	Коефіцієнт оптимальної моделі при вхідному впливі:		
			одиничний стрибок	цифровий шум	гармонічний сигнал
1					
2					
...					
N					

8.5. Контрольні питання

1. По якому критерію оцінюється якість адаптивної ідентифікації параметрів ПСДС?
2. Перерахуйте основні етапи рішення задачі ідентифікації.
3. Наведіть рівняння лінійного СДС і рівняння оптимальної моделі, порівняйте їх.
4. Сформулюйте умову оптимального рішення задачі адаптивної ідентифікації.
5. Який вигляд має ітеративний алгоритм адаптивної ідентифікації?

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015			Ф-20.09- 05.02/2/175.00.1/Б/ОК8- 2025
	Випуск 1	Зміни 0	Екземпляр № 1	Арк 122 / 122

6. Намалюйте блок-схему ітеративного алгоритму, роз'ясніть її роботу.
7. Який вигляд має рекурентний алгоритм адаптивної ідентифікації?
8. Намалюйте блок-схему рекурентного алгоритму, роз'ясніть її роботу.
9. Виконайте порівняльний аналіз ітеративного і рекурентного алгоритму адаптивної ідентифікації.
10. Отримайте рівняння оптимальної моделі і вираз для функції втрат Р-об'єкта.
11. Отримайте рівняння оптимальної моделі і вираз для функції втрат РАР - об'єкта.
12. Як впливає значення коефіцієнтів у матриці підсилення на точність і час настроювання оптимальної моделі?