

Практична робота №7

Тема: Просторові перетворення зображень

Мета роботи: Ознайомитися з основними типами просторових перетворень зображень, а також навчитись їх реалізовувати в MATLAB.

7.1 Теоретична інформація

Вході фотограмметричного опрацювання зображень виникає необхідність різного роду їх перетворень, пов'язаних як з покращенням читабельності, так і зміною розмірів зображення (наприклад, при масштабуванні зображень в процесі їхнього трансформування). В першому випадку говорять про фотометричну корекцію (оптичних перетвореннях) цифрового зображення, а в другому – про зміну його геометричного розрізнення та положення окремих елементів зображення, або про геометричні перетворення.

Геометричні перетворення растрового зображення змінюють його площину і виконуються при трансформуванні цифрового знімка за елементами зовнішнього орієнтування, в процесі якого змінюється масштаб зображення і положення його елементів відносно координатних осей. Схожа задача виникає при внутрішньому орієнтуванні цифрового зображення та при взаємному співставленні між собою зображень. Часто (наприклад в задачах моніторингу) співставляють знімки однієї і тієї ж території, отримані в різний час, з різних точок простору і навіть з допомогою різних знімальних систем. Для коректного співставлення зображень необхідно виконати деяку їх попередню обробку з метою приведення знімків до геометрії, придатної для якісних вимірювань та інтерпретації.

Причини виникнення геометричних деформацій зображень, отримуваних фотографічними знімальними системами є багато. Наприклад, коли рухома камера фіксує яскравість спостережуваного об'єкта (оптичну поверхню) в виді послідовних зображень, то цей образ від знімка до знімка деформується внаслідок перспективних спотворень і зміни положення камери. Геометрія відповідних деформацій моделюється проєктивними перетвореннями, які є доповненням відомих перетворень евклідової геометрії (пригадайте, що довжини і кути в проєктивній геометрії не зберігаються, а паралельні лінії можуть перетинатись).

Загалом геометричні перетворення умовно розділяють на прості, потребуючі зміни тільки геометричного розрізнення, і складні, в результаті яких відбувається зміна масштабу, поворот зображення а також нелінійні викривлення. При цьому формується нова матриця, елементам якої присвоюється атрибути (яскравість, колір) як функцію відповідного йому вхідного зображення. Складні перетворення виконуються при трансформуванні зображення, коли коефіцієнт збільшення різних його частин неодинаковий, або коли виконується розворот на деякий кут. Перша ситуація виникає при відтворенні, наприклад, сітки квадратів за її перспективою, а друга

–при внутрішньому орієнтуванні знімка.

Координати елемента створюваного зображення знаходять за координатами відповідного йому елемента (чи кількох елементів) вхідного зображення, підставляючи їх в потрібну формулу перетворення.

Афінне перетворення — це тип геометричного перетворення, що зберігає прямолінійність, паралельність ліній та відношення відстаней уздовж паралельних прямих, але не зберігає кути або довжини. Афінні перетворення належать до лінійних перетворень з векторним зсувом і використовуються в комп'ютерному зорі, робототехніці, графіці та цифровій обробці зображень.

Афінне перетворення у двовимірному просторі можна записати як:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

де: (x, y) — координати точки в початковому зображенні, (x', y') — координати точки після трансформації, a_{ij} — коефіцієнти лінійного перетворення (масштабування, обертання, віддзеркалення, зсув), t_x, t_y — компоненти вектора зсуву.

Цю матрицю також можна подати як:

$$T = \begin{bmatrix} A & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

де $A \in R^{2 \times 2}$ — лінійна частина перетворення, $t \in R^2$ — вектор зсуву.

Проективне перетворення, або гомографія, є відображенням між проективними просторами, яке зберігає інцидентність (тобто прямі переходять у прямі, точки на прямій залишаються на прямій), але не зберігає паралельність, довжини або кути. У двовимірному випадку (проективна площина) це перетворення має вигляд:

$$\mathbf{x}' = H\mathbf{x}$$

Де $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$ — однорідні координати точки у вхідному просторі,

$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix}$ — однорідні координати відповідної точки у вихідному просторі,

$H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ — матриця гомографії (невироджена, тобто $\det(H) \neq 0$), що визначена з точністю до ненульового множника.

Матриця H має вигляд:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

І у декартових координатах, після переходу з однорідних координат ($x' = x'/w', y' = y'/w'$):

$$x' = \frac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}}, \quad y' = \frac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{32}y + h_{33}}$$

Матриця H має 9 параметрів, але з точністю до масштабного множника, тобто лише 8 незалежних ступенів вільності. Тому для однозначного визначення гомографії необхідно мінімум 4 відповідні пари точок (по 2 координати кожна), що не лежать на одній прямій.

Гомографія узагальнює афінні, подібні та евклідові перетворення. Вона відображає прямі в прямі, зберігає колінеарність точок і перетин прямих, але не зберігає кути чи довжини. Гомографії активно використовуються в комп'ютерному зорі та графіці — зокрема в задачах вирівнювання зображень (image registration), корекції перспективи, побудови панорам, стереозору, калібрування камер тощо.

Перспективна корекція (perspective correction) — це процес відновлення прямокутної або фронтальної проекції об'єкта на зображенні, що було отримане з нахилоного ракурсу. Така трансформація усуває спотворення, спричинені перспективою, та дозволяє "вирівняти" зображення, ніби воно було зняте перпендикулярно до площини об'єкта.

Перспективна корекція виконується за допомогою **проєктивного перетворення** (гомографії), яке описується наступною матрицею:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(x, y) — координати точки на спотвореному зображенні,

$(\frac{x'}{w'}, \frac{y'}{w'})$ - координати тієї ж точки після вирівнювання,

$H \in R^{3 \times 3}$ - **гомографічна матриця** (визначається до масштабу, має 8 ступенів вільності).

Для побудови гомографії необхідно вказати відповідність між **чотирма точками** на вихідному зображенні (з перспективними спотвореннями) та відповідними точками у "вирівняному" просторі (зазвичай прямокутнику). Перспективна корекція — важлива операція у цифровій обробці зображень, що дозволяє усунути перспективні спотворення та отримати фронтальний вигляд об'єкта. Вона базується на проєктивних перетвореннях і потребує визначення відповідностей між координатами чотирьох точок.

7.2 Порядок виконання роботи

- 7.2.1 Завантажити в оперативну пам'ять обране зображення;
- 7.2.2 Застосувати до зображення масштабування та поворот.
- 7.2.3 Застосувати до зображення афінну трансформацію, а саме масштабування, обертання та зсув.
- 7.2.4 Застосувати до зображення проєктивне перетворення.
- 7.2.5 Використовуючи попередній результат, що був отриманий в пункті 7.2.4, застосувати перспективну корекцію.

7.3 Зміст звіту

- 7.3.1 Тема практичної роботи;
- 7.3.2 Мета практичної роботи;
- 7.3.3 Обране оригінальне зображення;
- 7.3.4 2 зображення з застосованим масштабуванням та поворотом;
- 7.3.5 Зображення з застосованою афінною трансформацією;
- 7.3.6 Зображення з проєктивним перетворенням;
- 7.3.7 Відновлене зображення за допомогою перспективної корекції;
- 7.3.8 Висновки.

7.4 Контрольні запитання

- 7.4.1 Що таке афінне перетворення? Які геометричні операції воно включає?
- 7.4.2 У чому полягає задача перспективної корекції? Наведи приклади її застосування.
- 7.4.3 Як впливає зміна масштабу або кута обертання на зображення в координатному просторі?
- 7.4.4 Яку матрицю має проєктивне перетворення (гомографія)? Скільки вільних параметрів воно має?
- 7.4.5 Чим проєктивне перетворення відрізняється від афінного?

Додаток 1

```
img = imread('cat.jpg');
figure, imshow(img), title('Оригінальне зображення');
% Масштабування
scale_matrix = [1.5 0 0; 0 0.75 0; 0 0 1];
tform_scale = affine2d(scale_matrix);
scaled_img = imwarp(img, tform_scale);

% Поворот на 45 градусів
rotated_img = imrotate(img, 45, 'bilinear', 'crop');

figure;
subplot(1,2,1), imshow(scaled_img), title('Масштабоване');
subplot(1,2,2), imshow(rotated_img), title('Повернуте (45°)');

% Афінна трансформація: масштабування, обертання, зсув
theta = deg2rad(30); % 30 градусів
scale = 1.2;
tx = 30; ty = 20; % зсув

A = [scale*cos(theta) -scale*sin(theta) 0;
     scale*sin(theta)  scale*cos(theta) 0;
     tx                  ty              1];

tform_affine = affine2d(A);
affine_img = imwarp(img, tform_affine);

figure;
imshow(affine_img), title('Афінне перетворення');

% Задаємо координати 4 точок на вихідному зображенні
src_points = [10 10; 120 10; 10 100; 120 100];
% Нові координати (перекошені)
dst_points = [0 0; 150 20; 20 120; 130 130];

tform_proj = fitgeotrans(src_points, dst_points, 'projective');
proj_img = imwarp(img, tform_proj);

figure;
imshow(proj_img), title('Проективне перетворення (гомографія)');

% Координати кута документа (в перспективі)
figure, imshow(proj_img), title('Виберіть 4 кути (за годинниковою стрілкою)');
hold on;
```

```
% Вибір 4 точок вручну (верх-ліво, верх-право, низ-право, низ-ліво)
[input_x, input_y] = ginput(4);
input_points = [input_x, input_y];

% Виведемо вибрані точки
plot(input_x, input_y, 'ro', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);

% Задаємо координати вирівняної прямокутної області
output_width = 200;
output_height = 200;
output_points = [0 0;
                 output_width 0;
                 output_width output_height;
                 0 output_height];

% Створення проєктивного перетворення
tform = fitgeotrans(input_points, output_points, 'projective');

% Встановлення розміру виводу
output_view = imref2d([output_height output_width]);

% Застосування трансформації
corrected_face = imwarp(proj_img, tform, 'OutputView', output_view);

% Показ результату
figure;
imshow(corrected_face);
title('Вирівняне зображення');
```