

ЛЕКЦІЯ №7

Оцінки показників надійності технічних систем

Визначення інтервальних оцінок показників надійності

Оцінки параметрів генеральної сукупності одним числом називаються *точковими*. Однак точкова оцінка $\tilde{\theta}$ є лише наближеним значенням невідомого параметра θ навіть у тому випадку, якщо вона незсунена (у середньому співпадає з θ), слухна (прямує до θ із зростанням n) і ефективна (має найменше відхилення від θ), і для вибірок малого об'єму може суттєво відрізнятись від оцінюваного параметра θ і бути ненадійною.

Щоб одержати уявлення про точність і надійність оцінки $\tilde{\theta}$ параметра θ , використовують інтервальні оцінки.

Оцінка називається *інтервальною*, якщо вона визначається двома числами – кінцями інтервалу, який накриває оцінюваний параметр. Інтервальна оцінка визначається за допомогою надійного інтервалу.

Надійним інтервалом для параметра θ називається числовий інтервал $(\tilde{\theta}^{(1)}, \tilde{\theta}^{(2)})$, який із заданою ймовірністю γ накриває невідоме значення параметра θ , тобто

$$P(\tilde{\theta}^{(1)} < \theta < \tilde{\theta}^{(2)}) = \gamma \quad (7.1)$$

► Ймовірність γ , з якою виконується нерівність $(\tilde{\theta}^{(1)} < \theta < \tilde{\theta}^{(2)})$, називається *надійною ймовірністю* або *надійністю оцінки*, а ймовірність $\alpha = 1 - \gamma$ – *рівнем значущості* оцінки.

Оскільки границі інтервалу знаходяться за вибірковими даними, то вони є випадковими величинами на відміну від оцінюваного параметра θ – величини не випадкової.

Величина надійного інтервалу суттєво залежить від об'єму вибірки n (зменшується з ростом n) і від значення надійної ймовірності γ (збільшується з наближенням γ до одиниці). Дуже часто надійний інтервал вибирається симетричним відносно параметра θ , тобто $(\theta - \delta; \theta + \delta)$, де величина δ називається *точністю оцінки*.

Найбільше відхилення δ вибіркової середньої (або частки) від генеральної середньої (або частки), яке можливе із заданою надійною ймовірністю γ , називається *граничною похибкою вибірки*.

Похибка δ є *похибкою репрезентативності (представництва)* вибірки. Вона виникає у наслідок того, що досліджується не вся сукупність, а лише її частина (вибірка), відібрана випадково. Цю похибку часто називають *випадковою похибкою репрезентативності*. Вона відрізняється від систематичної похибки репрезентативності, яка з'являється у результаті порушення принципу випадковості при відборі елементів сукупності у вибірку.

Звичайно надійність оцінки γ задається наперед і береться близькою до одиниці: 0.9, 0.95, 0.99. Чим менша для вибраної ймовірності γ величина $|\tilde{\theta}^{(1)} < \theta < \tilde{\theta}^{(2)}|$, тим точніше оцінка невідомого параметра θ . Вибір надійної ймовірності не є математичною задачею, а визначається конкретно вирішуваною проблемою. Наприклад, нехай на двох

підприємствах імовірність випуску придатної продукції дорівнює $\gamma = (1 - \alpha) = 0,99$, тобто ймовірність випуску браку $\alpha = 0,01$. Перше підприємство випускає парасольки, а друге парашути. Викинути 1% парасольок дешевше, ніж змінити технологічний процес. Якщо ж на 100 парашутів зустрінеться один бракований, то це потягне за собою серйозні наслідки. Отже у першому випадку ймовірність браку α допускається, а в другому – ні.

Для побудови надійних інтервалів для параметрів генеральних сукупностей можуть бути реалізовані два підходи, які ґрунтуються на знанні точного (при даному об'ємі вибірки n), або асимптотичного (при $n \rightarrow \infty$) розподілу вибірових характеристик (статистик). Перший підхід реалізується при побудові інтервальних оцінок параметрів для малих вибірок, другий – для великих вибірок. Розглянемо спочатку другий підхід, який застосовується для великих вибірок.

Джерела інформації про надійність

Джерелами інформації про надійність пристроїв з урахуванням впливу усіх діючих факторів при роботі пристроїв можуть бути реальна експлуатація, випробування на надійність та моделювання процесу експлуатації. Розглянемо кожне із цих джерел.

Інформація, яка поступає з місць експлуатації, завжди відноситься до морально старіючих пристроїв. Сучасні технічні системи настільки швидко змінюються, що інформація, одержана з місць експлуатації, просто старіє.

Крім того, дані реальної експлуатації, як правило, бувають або не повними, або не завжди об'єктивними в силу різних причин, в тому числі через недостатню кваліфікацію обслуговуючого персоналу. Внаслідок обмеженості об'єму статистичних даних важко одержати достовірну інформацію про реальну надійність пристроїв. Інколи важко здійснювати спостереження за роботою деяких об'єктів в умовах реальної експлуатації (наприклад, космічні об'єкти). Вказані причини обумовлюють необхідність проведення випробувань на надійність та моделювання процесу експлуатації. Проведення випробувань на надійність дозволяє усунути більшість перешкод в одержанні достовірної інформації про надійність пристроїв.

На жаль, випробування на надійність вимагають тривалого та неперервного спостереження за працездатним станом пристроїв в умовах, наближених до реальних умов експлуатації. Проведення таких випробувань вимагають великих витрат. В процесі випробувань витрачається значна частина ресурсу пристрою, внаслідок чого їх неможливо використовувати в подальшій експлуатації.

Крім того, щоб розповсюдити результати випробувань на надійність на наступні випуски пристроїв, необхідна стабільність технології їх виготовлення.

Важливу роль в одержанні інформації про надійність пристроїв має моделювання процесу їх експлуатації. Моделювання дає можливість одержати потрібну інформацію про надійність ще на стадії проектування, задаючи при цьому різні умови експлуатації. Це дозволяє економити матеріальні засоби, оскільки не потрібно витрачати на дослідження зразків пристроїв.

Моделювання процесу експлуатації включає в себе: моделювання технічного обслуговування, моделювання процесу розвитку відмов та визначення експлуатаційних допусків. Слід відмітити, що застосування моделювання для одержання інформації про надійність пристроїв замість натурних випробувань має свої переваги, оскільки проведення натурних випробувань є процесом трудомістким, тривалим та дорогим. Крім того, для деяких технічних систем проведення натурних випробувань в земних умовах практично неможливе і моделювання є єдиним засобом, що дозволяє одержати необхідну інформацію про надійність таких систем ще на стадії проектування.

Для одержання потрібної інформації про надійність пристроїв використовують різні способи, в тому числі:

- ♦ проведення випробувань з обмеженим об'ємом;

- ◆ проведення прискорених випробувань шляхом використання таких режимів, які прискорюють процес появи відмов;
- ◆ моделювання процесів появи відмов.

Загальна постановка завдань статистичної оцінки показників надійності/ Види випробувань на надійність

В залежності від мети, яка ставиться перед випробуваннями на надійність, вони поділяються на визначальні та контрольні.

Визначальні випробування на надійність проводяться з метою визначення фактичних показників надійності шляхом статистичної оцінки параметрів теоретичного розподілу наробітку до відмови. Об'єктами випробувань є однотипні зразки об'єктів, що не мають конструктивних або інших відмінностей, виготовлених по єдиній технології та випробувані в ідентичних умовах.. В результаті цих випробувань можуть бути одержані точкові або інтервальні оцінки показників надійності.

У випадку незадовільних результатів визначальних випробувань проводиться корегування норм надійності в НТД або доопрацювання дослідних зразків пристроїв з метою забезпечення потрібного рівня надійності.

Контрольні випробування на надійність проводяться з метою перевірки відповідності показників надійності заданим в НТД. При цьому значення показників надійності (параметрів розподілу) не оцінюються, а проводиться перевірка того, що рівень (значення показника) надійності не нижче заданого.

До проведення визначальних та контрольних випробувань проводиться апроксимація експериментальних даних, що є в розробника пристрою, якому-небудь теоретичному розподілу та перевірка статистичних гіпотез про те, що теоретичний розподіл не суперечить експериментальному.

Визначальні або контрольні випробування на надійність проводяться в тих випадках, коли в процесі експериментального дослідження можуть бути забезпечені необхідні об'єм випробувань (спостережень), підтримка і контроль потрібних режимів та умов функціонування пристроїв при випробуванні.

Якщо організувати такі випробування технічно неможливо або економічно недоцільно, дані про надійність пристроїв одержують шляхом експлуатаційних спостережень при **дослідній та підконтрольній** експлуатації.

Дослідна та підконтрольна експлуатація пристроїв проводиться з метою перевірки відповідності показників надійності заданим в НТД.

Випробування на надійність проводять по відповідним планам, в яких вказують:

- ◆ кількість об'єктів випробувань (з відновленням працездатного стану об'єкту після відмови або заміною непрацездатного об'єкта, або без відновлення і заміни);
- ◆ критерій припинення випробувань.

Вибір планів випробувань залежить від типу об'єкту випробувань, мети випробувань, оцінюваних показників надійності та інших техніко-економічних факторів.

В результаті випробувань оцінюються показники безвідмовності, довговічності, збережуваності та ремонтпридатності.

Усі види випробувань на надійність, а також оцінка результатів випробувань регламентуються відповідними програмами та методиками випробувань.

Визначальні випробування

Визначальні випробування проводяться з метою оцінки фактичної надійності пристроїв. При цьому оцінюються кількісні значення показників надійності або параметри експериментальних розподілів випадкових величин, які визначають показники надійності (середній наробіток до відмови, середній наробіток між відмовами, середній час відновлення тощо).

Визначальні випробування проводяться на дослідній партії вперше розроблених або модифікованих пристроїв, виготовлених по єдиній конструкторській документації та технології.

В залежності від способу одержання та виду інформації методи визначальних випробувань поділяються на експериментальні та розрахунково-експериментальні.

Експериментальні методи базуються на використанні статистичних даних, одержаних при випробуванні пристроїв на надійність або даних дослідної та підконтрольної експлуатації.

Визначальні випробування проводяться по планам, приведеним в ГОСТ 27.410–87 [1]. Вихідними даними для планування визначальних випробувань є:

- ♦ об'єм вибірки N ;
- ♦ імовірність γ^* для оцінки відповідного показника надійності;
- ♦ гранична відносна похибка δ оцінки відповідного показника надійності:

$$\delta = \max \left\{ \frac{\Theta^* - \Theta}{\Theta^*} \right\},$$

де Θ^* - статистична оцінка показника надійності Θ ;

♦ коефіцієнт варіювання x розподілу випадкових величин (наробіток, ресурсу, терміну служби, часу відновлення тощо);

♦ вид закону розподілу випадкової величини.

В залежності від плану випробувань об'єм вибірки визначають за відповідними формулами, які наведені в ДСТУ 3004–95 [1].

Наприклад, при плані [NUN] та експоненційному розподілі кількість об'єктів випробувань або кількість відновлень працездатного стану при оцінці середніх показників надійності визначають за формулою:

$$N = \frac{(\delta + 1)}{2} \chi^2_{1-\gamma}(2N),$$

де $\chi^2_{1-\gamma}(2N)$ - квантіль χ^2 - розподілу з $(2N)$ ступенями волі; γ - коефіцієнт довіри (довірча імовірність).

Деякі плани випробувань на надійність наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Термін	Визначення
1. План [NUT]	Одночасно випробовується N об'єктів. Об'єкти, які відмовили, не відновлюються і не замінюються новими, випробування припиняються при закінченні часу випробувань або наробітку T .
2. План [NUr]	Одночасно випробовується N об'єктів. Об'єкти, які відмовили, не відновлюються і не замінюються новими, випробування припиняються, коли кількість об'єктів, які відмовили, досягло r .
3. План [NRT]	Одночасно випробовується N об'єктів. Об'єкти, які відмовили, замінюються новими, випробування припиняються по закінченні часу випробувань або наробітку T для кожного із N об'єктів.

Закінчення таблиці 7.1

Термін	Визначення
4. План [NRr]	Одночасно випробовується N об'єктів. Об'єкти, які відмовили, замінюються новими, випробування припиняються, коли кількість об'єктів, які відмовили, сумарна по всім N досягла r .
5. План [NMT]	Одночасно випробовується N об'єктів. Після кожної відмови об'єкти відновлюються, кожний об'єкт випробовується до закінчення часу випробувань або наробітку T .
6. План [NMr]	Одночасно випробовується N об'єктів. Після кожної відмови об'єкти відновлюються, випробування припиняються, коли сумарна по всім об'єктам кількість відмов досягла r .

У табл. 7.1 використовуються такі позначення:

U – невідновлюваний і не замінюваний при випробуваннях у випадку відмови;

R – відновлюваний, але замінюваний при випробуваннях об'єкт у випадку відмови;

M – відновлюваний при випробуванні об'єкт у випадку відмови;

N – об'єм вибірки;

T – час випробувань або наробіток;

R – кількість відмов або об'єктів, які відмовили.

Побудова графіків експериментальних розподілів

На основі статистичних даних про відмови об'єктів, які могли бути одержані як в результаті лабораторних випробувань, так і шляхом спостережень за об'єктами, що знаходяться в реальних умовах експлуатації, будуються графіки інтенсивності відмов $\lambda(t)$ або щільності розподілу наробітку до відмови $f(t)$.

Розглянемо способи одержання та обробки експериментальних даних у цих двох випадках.

При лабораторних випробуваннях, як правило, об'єкти знаходяться в умовах, наближених до умов реальної експлуатації. Розглянемо план випробування на безвідмовність, коли при відмові об'єкта він не замінюється новим.

Обробку статистичних даних за результатами випробувань можна виконувати двома способами:

1) розділимо весь діапазон наробітку об'єктів на окремі інтервали $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ і обчислимо кількість відмов Δr_i об'єктів, що припадають на кожний i -й інтервал. Потім поділимо це число на кількість об'єктів, що залишились працездатними до початку інтервалу Δt_i , і на довжину цього інтервалу. В результаті одержимо значення статистичної оцінки інтенсивності відмов, що відповідають даному інтервалу Δt_i :

$$\lambda_i^* = \frac{n(\Delta t_i)}{N_{\text{ср.}i} \cdot \Delta t_i} \quad (7.1)$$

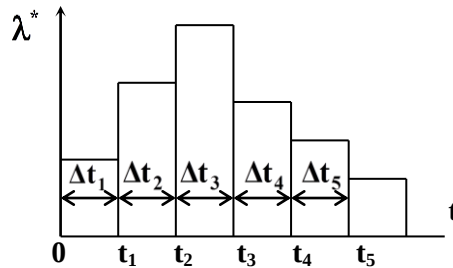
де $N_{\text{ср.}i}$ – середня кількість справних виробів, що працюють в проміжках Δt_i ; $n(\Delta t_i)$ – кількість об'єктів, які відмовляли на інтервалі часу Δt_i ; Δt_i – i -й інтервал часу, що розглядається.

Результати обчислень зводяться в табл. 7.2, що має вигляд:

На основі цієї таблиці будується графік $\lambda^*(t)$, зображений на рис. 7.1.

Таблиця 7.2

Δt_1	Δt_2	...	Δt_i	...	Δt_k
λ_1^*	λ_2^*	...	λ_i^*	...	λ_k^*

Рис. 7.1. Графік $\lambda^*(t)$

Для цього по горизонтальній осі послідовно відкладаються інтервали Δt_i і на кожному з них будується прямокутник з висотою λ_i^* . З'єднуючи одержані для кожного інтервалу наробітки Δt_i значення λ_i^* плавною кривою і переходячи від статистичних понять до імовірних, одержимо графік інтенсивності відмов $\lambda(t)$.

2) хід обчислень другим способом співпадає з ходом обчислень, що наведений вище, але при цьому способі кількість об'єктів $n(\Delta t_i)$, які відмовили, припадають на інтервал наробітку або часу Δt_i , ділиться на кількість об'єктів, які поставлені на випробування:

$$f_i^* = \frac{n(\Delta t_i)}{N_0 \cdot \Delta t_i} \quad (7.2)$$

Якщо з'єднати одержані для кожного інтервалу наробітку Δt_i значення f_i^* плавною кривою і перейти від статистичних понять до імовірнісних, одержимо безумовну щільність розподілу наробітку до відмови $f(t)$.

Слід відмітити, що між λ_i^* та f_i^* існує та ж залежність, що й між імовірнісними характеристиками $\lambda(t)$ та $f(t)$. Це можна показати наступним чином. Для цього, поділивши в формулі (7.1) чисельник і знаменник на N_0 , одержимо:

$$\lambda_i^* = \frac{\frac{n(\Delta t_i)}{N_0 \cdot \Delta t_i}}{1 - \frac{n(t)}{N_0}} = \frac{f_i^*}{1 - Q^*} = \frac{f_i^*}{P_i^*}.$$

При обробці статистичних даних про відмови слід дотримуватись таких правил при поділі діапазону спостережень $[0, t]$ на інтервали. Кількість інтервалів не повинно бути дуже великим, так як при цьому можуть виявитись випадкові коливання значень λ_i^* . Разом з тим кількість інтервалів не повинно бути дуже малим, бо одержимо тоді спотворену криву $\lambda(t)$.

Довжина інтервалу Δt_i залежить від об'єму та однорідності статистичного матеріалу. При збільшенні кількості спостережень можна вибрати короткі інтервали.

Яких-небудь правил відносно поділу часу спостережень на окремі інтервали не існує. Як правило час спостережень ділять на 7-20 інтервалів. При цьому виходять з того, щоб за результатами обробки статистичних даних можна було виявити поведінку кривої $\lambda(t)$ на

ділянці від $t=0$ до $\lambda_{\max}(t)$, який спостерігається в початковий період роботи будь-яких технічних об'єктів.

Оцінка показників надійності по експериментальним даним

По результатам випробувань одержані експериментальні дані по відмовам пристроїв підлягають статистичній обробці.

Статистична обробка передбачає:

- ♦ визначення функції щільності розподілу відмов або виду функції (інтегральної) розподілу відмов пристроїв;
- ♦ обчислення параметрів одержаного розподілу експериментальним шляхом;
- ♦ встановлення збігу експериментального розподілу, одержаного при випробуваннях, з теоретичним;
- ♦ визначення показників надійності випробуваних пристроїв.

Як правило, в якості типових теоретичних розподілів застосовують експоненційний, нормальний, гамма-розподіл, Релея та Вейбулла.

У більш складних випадках мають справу з композицією двох і більше типових розподілів.

У цьому випадку композицію розподілів представляють у вигляді суми компонентів (типових) розподілів і виконують статистичне дослідження кожного із них окремо.

При експериментальних оцінках надійності незалежно від того, які властивості виробів досліджуються, всі оцінювані показники поділяються на два типи:

- ♦ показники типу наробіток – середній або γ - відсотковий (наробіток до відмови або між відмовами до граничного стану, термін збережуваності, час відновлення та інші).
- ♦ показники типу імовірність (безвідмовної роботи, справного стану в довільний час, відновлення за заданий час тощо).

При визначенні показників надійності типу наробіток в якості величин, за якими безпосередньо ведуть спостереження, є випадкові інтервали наробітку до відмови, між відмовами та інші.

При визначенні показників типу імовірність в якості випадкових величин, за якими безпосередньо ведуть спостереження, є кількість подій у випробуваннях (кількість відмов, відновлень та інші).

По результатам випробувань можуть бути одержані точкові оцінки або знайдені довірчі інтервали, в середині яких з довірчою імовірністю (коефіцієнтом довіри) знаходиться невідомий параметр розподілу наробітку на відмову.

Статистична оцінка параметрів розподілу є випадковою величиною. Критерієм достовірності статистичної оцінки є незсуненість, спроможність та ефективність.

Оцінка θ^* називається **незсуненою** оцінкою невідомого параметра θ , якщо її математичне сподівання дорівнює істинному значенню оцінюваного параметра:

$$M\theta^* = \theta, \quad (7.3)$$

тобто не повинно бути систематичної похибки.

Кількісна міра похибки при заміні θ на θ^* (міра розсіювання θ^* відносно θ) описує $M[\theta^* - \theta]^2$. Цю величину називають середнім квадратом похибки оцінки θ^* .

Із сукупності незсунених оцінок параметра θ слід вибирати такі, які мають мінімально можливу міру розсіювання (дисперсію).

Оцінка θ^* вважається **спроможною**, якщо вона сходиться (по імовірності) до істинного значення оцінюваного параметра θ при збільшенні об'єму вибірки (кількості спостережень):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta^* - \theta| < \varepsilon\} = 1 \quad (7.4)$$

Незсунену оцінку θ^* називають **ефективною**, якщо вона має найменшу можливу дисперсію в порівнянні з іншими незсуненими оцінками параметра θ , тобто $D\theta^*$ повинна бути мінімальною.

По результатам визначальних випробувань одержують точкові або інтервальні оцінки невідомої величини (показника надійності).