

ЛЕКЦІЯ №4

Показники надійності технічних систем Основні математичні моделі безвідмовності Основні поняття теорії ймовірностей

При експлуатації технічних систем відбуваються відмови в роботі, що мають різний характер. Ці відмови можуть бути раптовими та поступовими.

При аналізі відмов встановлено, що причиною цих відмов, як правило, є вихід із ладу комплектуючих виробів.

Раптові відмови відносяться до категорії випадкових подій. Випадковість їх виникнення пов'язана з тим, що вони відбуваються зненацька і нерегулярно. Раптові відмови звичайно є наслідком прихованих порушень технології виробництва або прихованих змін параметрів комплектуючих виробів (елементів) в процесі експлуатації пристроїв, при порушенні робочих режимів, при різкій зміні зовнішніх умов і т.п.

Тому для вивчення процесів виникнення відмов технічних систем доцільно використовувати теорію ймовірностей і математичної статистики.

Теорія ймовірностей вивчає:

- ♦ випадкові події;
- ♦ випадкові величини;
- ♦ випадкові процеси (випадкові функції).

Події в навколишньому просторі розділяють на достовірні, неможливі та випадкові. Якщо перші події при визначенні умов можуть відбуватися завжди, другі - ніколи, то треті можуть як відбуватися, так і не відбуватися.

Подія, яка при кожному окремому випадку (випробуванні) завбачити неможливо, називається випадковою.

Випадковою називається величина, що приймає свої значення з певною імовірністю.

Випадковим процесом або випадковою функцією називається сукупність випадкових величин, що відповідають різним значенням деякого не випадкового параметра.

Незважаючи на те, що завчасно передбачити випадкові події або випадкові величини та процеси не можливо, їх можна характеризувати за допомогою математичних методів, якщо розглядати не кожен окремо випадкову подію, величину, а всю їхню сукупність.

Розглянемо деякі основні поняття теорії ймовірностей.

Якщо при n випробуваннях (явищах, подіях) деяка подія A (наприклад, відмова) з'явилася k раз, то відношення $\frac{k}{n}$ називається частотою випадкової події A .

При подальшому збільшенні числа n (випробувань) поява події A буде наближатися до деякого позитивного числа p , тобто

$$\left(\frac{k}{n}\right)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow p.$$

Таким чином, для будь-якої випадкової події A завжди можна вказати таке число p , для якого при достатньо великому числі подій (явищ, випробувань), що відбуваються при однакових умовах, частота подій приблизно буде рівна p .

Із сказаного випливає, що подія A

- ♦ відбувається приблизно np раз;
- ♦ не відбувається - $(n-k)$ раз.

Очевидно, що значення p може знаходитися в межах:

$$0 < p < 1.$$

Випадкові величини бувають дискретні та неперервні. Вони характеризуються функціями розподілу ймовірностей. Так, якщо ξ - випадкова величина, то імовірність того, що вона прийме значення, менше деякого числа x

$$P(\xi < x) = F(x) \quad (4.1)$$

називається інтегральною функцією розподілу ймовірностей або законом розподілу ймовірностей випадкових величин.

Для дискретних випадкових величин $F(x)$ є східчаста функція, що не спадає, яка задається у виді таблиці, у якій проти кожного з можливих значень x_i указується відповідна ймовірність p_i , або у вигляді графіка.

Значення

$$F(x_i) = \sum_{i=1}^n p_i. \quad (4.2)$$

Для неперервних випадкових величин $F(x)$ неперервна для всіх значень x . Похідна, якщо вона існує, від функції $F'(x) = f(x)$ називається щільністю розподілу ймовірностей випадкової величини x .

Таким чином, для неперервних випадкових величин

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx. \quad (4.3)$$

Основна властивість щільності розподілу ймовірностей полягає в тому, що вона є невід'ємною функцією від x , і що площа, обмежена кривою і віссю абсцис, дорівнює одиниці, тобто:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

Відомо, що повну характеристику випадкової величини дає її функція розподілу. Так, для дискретної випадкової величини досить знати закон її розподілу, а для неперервної – щільність розподілу.

Оскільки для одержання повної характеристики випадкових величин необхідна велика кількість досліджень (випробувань), на практиці при розв'язанні багатьох задач широке застосування одержали так звані числові характеристики розподілу, які відображають найважливіші властивості випадкової величини. Основними з них є математичне сподівання та дисперсія.

Математичним сподіванням MX випадкової дискретної величини X називається сума добутку усіх можливих значень випадкової величини на ймовірності цих значень:

$$MX = \sum_{n=1}^{\infty} x_n p_n, \quad (4.4)$$

якщо цей ряд абсолютно сходиться, тобто $\sum_{n=1}^{\infty} p_n = 1$.

Математичне сподівання випадкової величини зв'язано з її середнім значенням. При необмеженому збільшенні кількості дослідів середнє арифметичне значення величини $\bar{x}$ завжди прямує до її математичного сподівання і називається оцінкою середнього значення:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.5)$$

де n - загальне число дослідів; x_i – поточне значення випадкової величини.

Таким чином, математичне сподівання – це середнє значення випадкової величини, центр її розподілу.

Не дивлячись на те, що математичне сподівання дає про випадкову величину значно менше відомостей, чим закон її розподілу, про те знання математичного сподівання буває досить для розв'язку багатьох задач в теорії ймовірностей.

Математичне сподівання MX неперервної випадкової величини, розподіленої зі щільністю $f(x)$, визначається за формулою:

$$MX = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx. \quad (4.6)$$

Іншою важливою характеристикою будь-якої (дискретної, неперервної) випадкової величини є її дисперсія.

Дисперсія DX служить мірою розсіювання даної випадкової величини стосовно її математичного сподівання.

Для дискретної випадкової величини дисперсія є математичне сподівання квадрата відхилення даної випадкової величини від її математичного сподівання, тобто

$$DX = M(x - MX)^2. \quad (4.7)$$

Для неперервної випадкової величини, що розподілена зі щільністю $f(x)$, визначається за формулою:

$$DX = M(x - MX)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - MX)^2 f(x)dx. \quad (4.8)$$

Крім математичного сподівання та дисперсії, важливими числовими характеристиками випадкових величин є:

середнє квадратичне відхилення випадкової величини

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}; \quad (4.9)$$

коефіцієнт мінливості (варіації)

$$v(x) = \frac{\sigma(x)}{MX}; \quad (4.10)$$

мода випадкової величини M_0X . Вона характеризує те її значення, при якому щільність імовірності максимальна, тобто мода - це значення признаку випадкової величини, яке найчастіше спостерігається в ряді розподілу.

Для дискретних випадкових величин мода визначається як значення ознаки з найбільшою частотою.

У випадку неперервних випадкових величин мода може бути визначена як значення ознаки, якій відповідає найбільша щільність розподілу частоти;

медіана випадкової величини M_0X характеризує значення ознаки, відносно якої статистична сукупність ділиться на дві рівні по об'єму частини, тобто площа під графіком функції щільності розподілу ділиться медіаною наполовину.

Крім указаних вище числових характеристик, для оцінки тих або інших випадкових величин застосовуються і інші числові характеристики.

Основні закони розподілу відмов

Імовірнісні закони розподілу випадкової величини T будемо називати математичною моделлю безвідмовності об'єкта.

1. Біноміальний закон розподілу

Відмови в роботі технічних пристроїв, як випадкові події, можуть мати різні закони розподілу.

У теорії надійності для дослідження надійності технічних пристроїв найбільше поширення одержали такі закони розподілу:

- ♦ для дискретних випадкових величин - біноміальний закон та закон Пуассона;

♦ для неперервних випадкових величин - експоненційний закон, нормальний закон, закон Релея, гамма-розподіл, закон Вейбулла та інші.

Біноміальний розподіл є найбільш важливим розподілом для дискретних випадкових величин. Він представляє собою двухпараметричний розподіл з параметрами **n** та **p**. Розподіл знайшов практичне застосування при статистичному контролі якості виробів, тобто при визначенні наявності придатних чи непридатних (бракованих) зразків в партії виробів.

Якщо імовірність появи подій **m** в одному досліді дорівнює **p**, а імовірність його не появи дорівнює **q**, то імовірність появи подій **m** у серії **n** дослідів визначається за формулою:

$$P_n^m = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}, \quad (4.11)$$

де $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ – кількість сполучень **n** по **m**; **q** = 1 – **p**.

Цей вираз являє собою загальний член розкладу бінома

$$(q + p)^n, \quad (4.12)$$

відквіля і його назва - біноміальний закон розподілу.

Загальна властивість закону полягає в тому, що

$$(q + p) = 1 \quad (4.13)$$

Основні характеристики біноміального закону:

- ♦ область значень - ціле позитивне число від **0** до **n**;
- ♦ при **p** = 1/2 закон розподілу симетричний;
- ♦ математичне сподівання **M[m] = np**;
- ♦ дисперсія **D[m] = npq**.

Біноміальний закон застосовується при статистичному контролі якості виробів, тобто при визначенні наявності придатних і непридатних (бракованих) зразків у партії виробів.

2. Закон розподілу Пуассона

Закон розподілу Пуассона грає важливу роль в теорії надійності. Він описує закономірність виникнення випадкових відмов в технічних системах. Розподіл знайшов широке застосування при визначенні імовірності окремих подій, ізольованих в часі та просторі. При цьому імовірність таких подій дуже мала, наприклад: визначення кількості телефонних викликів за заданий проміжок часу, кількості випромінювань атомних частинок, кількості атмосферних перешкод при радіопередачах та інші величини.

Випадкова величина **X** розподілена по закону Пуассона, якщо імовірність цієї величини визначається рівністю:

$$P(m) = \frac{a^m}{m!} e^{-a}. \quad (4.14)$$

Розподіл Пуассона є однопараметричним розподілом з параметром **a**.

Якщо покласти **a** = **λt**, то

$$P(m) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda t},$$

де **λ** – інтенсивність випадкових подій або параметр розподілу Пуассона; **m** = 0, 1, 2, ...

Основні характеристики розподілу Пуассона:

- ♦ розподіл несиметричний; несиметричність особливо виражена при малих значеннях **a**;
- ♦ математичне сподівання **M[m] = λ**;
- ♦ дисперсія **D[m] = λ**.

Оскільки для розподілу Пуассона дисперсія випадкової величини дорівнює її математичному сподіванню (λt), то цю властивість застосовують на практиці при вирішенні питання: чи є потік відмов (відновлень), який отримали при випробуваннях електронної апаратури, пуассонівським. З цією метою визначають статистичне значення $\lambda \cdot t$ та дисперсію D^* . Якщо значення $\lambda \cdot t$ близьке до значення D , то можна припустити, що досліджуваний потік подій (відмов, відновлень) близький до пуассонівського.

Окремим випадком закону Пуассона є експоненційний закон ($m = 1$).

3. Експоненційний закон розподілу

У випадку, коли потік відмов елементів технічних пристроїв задовольняє властивостям найпростішого (пуассонівського), для експоненційного розподілу мають місце такі залежності:

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= e^{-\lambda t}; \\ Q(t) &= 1 - e^{-\lambda t}; \\ f(t) &= \lambda \cdot e^{-\lambda t}, \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

де λ - параметр (інтенсивність відмов) розподілу.

Експоненційний розподіл є однопараметричним розподілом.

Основні характеристики закону:

- ♦ математичне сподівання (середній наробіток до відмови)

$$MT = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{1}{\lambda};$$

- ♦ дисперсія часу наробітку до відмови

$$DT = \int_0^{\infty} (t - MT)^2 f(t) dt = \frac{1}{\lambda^2}.$$

При $\lambda t \ll 1$ $P(t) \approx 1 - \lambda t$ і $Q(t) \approx \lambda t$.

Важливою властивістю експоненційного розподілу є те, що імовірність безвідмовної роботи $P(t)$ за час t не залежить від попереднього періоду роботи, а залежить тільки від тривалості часу t . Таку властивість мають технічні системи, для яких процес старіння і постійної втрати якості не грає істотної ролі.

На рис.4.1 подані кількісні характеристики надійності й інших величин для експоненційного закону розподілу.

Експоненційний закон широко використовується при розрахунках імовірності безвідмовної роботи технічних пристроїв за час t та їхніх елементів за допомогою довідкових даних по інтенсивностях відмов комплектуючих елементів.

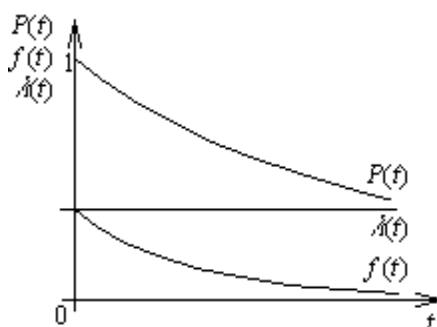


Рис.4.1. Експоненційний закон розподілу

Як показує досвід експлуатації багатьох технічних систем, експоненційний закон застосовується для оцінки надійності тих пристроїв, які пройшли технологічне тренування протягом 50-150 годин, коли $\lambda(t) = \text{const}$. Даний закон порушується лише в період масового старіння та зношування елементів пристроїв.

Практичне застосування експоненційного закону при оцінках надійності технічних пристроїв можна пояснити такими факторами:

1) експоненційний розподіл наробітку до відмови типовий для складних систем, які складаються з множини елементів, що мають різний розподіл наробітку до відмови. Крім того, підвищена інтенсивність відмов, що спостерігається в початковий період експлуатації, легко усувається шляхом технологічних тренувань на підприємствах-виготовлювачах;

2) при $\lambda = \text{const}$ розрахункові формули мають прості аналітичні залежності і дуже зручні при їхньому практичному застосуванні для визначення показників надійності;

3) при обмежених експериментальних даних відхилення значення інтенсивності відмов від гіпотези $\lambda = \text{const}$ незначні, навіть якщо і спостерігається деяка нестационарність потоку, тобто $\lambda(t)$.

Якщо експериментальних даних недостатньо, щоб виявити нестационарність потоку, то приймають в якості першого наближення $\lambda = \text{const}$.

4. Нормальний закон розподілу

Випадкова величина X розподілена по нормальному закону, якщо щільність розподілу ймовірностей змінюється за законом

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.16)$$

де x - незалежна випадкова величина; a - середнє значення випадкової величини x ; σ - середнє квадратичне відхилення випадкової величини.

На рис.4.2 зображена крива нормального розподілу випадкової величини, що має симетричну форму. Ця крива відома в опублікованій літературі під різними назвами: крива Гаусса або крива Лапласа.

Дана крива математично описується залежністю (4.16). Такий розподіл випадкової величини є в тому випадку, коли на досліджувану випадкову величину впливають ряд випадкових факторів, кожний із яких не має домінуючого впливу на сумарне значення відхилення величини від її середнього значення.

У теорії надійності ця крива виражає собою щільність розподілу в часі відмов деяких технічних пристроїв.

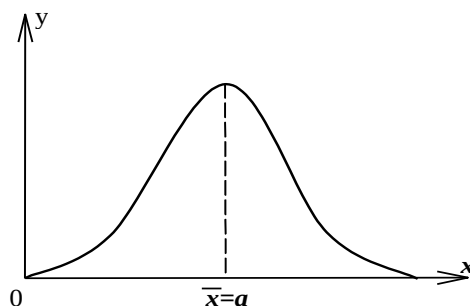


Рис.4.2. Крива нормального розподілу

Для нормального закону мають місце такі залежності:

$$F(t) = Q(t) = \frac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma_t^2}} dt; \quad (4.17)$$

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= 1 - Q(t) = 0,5 - \Phi(u); \\ f(t) &= \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma_t^2}}; \\ \lambda(t) &= \frac{f(t)}{P(t)}, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

де a - середнє значення наробітку T ; $\sigma(t)$ - середнє квадратичне відхилення випадкової величини T ;

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \text{нормована функція Лапласа}; \quad u = \frac{t-a}{\sigma_t}.$$

Основні характеристики нормального закону:

- ♦ область значень величини T - від 0 до $+\infty$, розподіл симетричний;
- ♦ математичне сподівання $MT = a$;
- ♦ дисперсія $DT = a^2$.

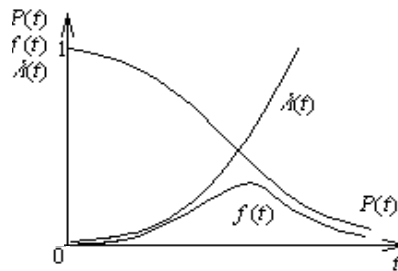


Рис. 4.3. Нормальний закон розподілу

На рис. 4.3 зображені кількісні характеристики надійності для нормального закону. З рис.4.3 видно, що величина $\lambda(t)$ зростає з часом t .

Нормальний розподіл застосовується для оцінки надійності технічних пристроїв в процесі зносу та старіння. Він також застосовується для характеристики результатів незалежних вимірів фізичних величин.

Нормальний розподіл є основним законом у математичній статистиці. Його застосування обумовлено центральною граничною теоремою, відповідно до якої розподіл середнього з n спостережень при досить загальних умовах прямує в результаті до нормального розподілу незалежно від виду вихідного розподілу.

5. Закон розподілу Релея

Розподіл Релея зустрічається при оцінці надійності складних технічних пристроїв. При зміні з часом відмов пристроїв відповідно до розподілу Релея їхня щільність визначається таким співвідношенням:

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_1^2} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma_1^2}}, \quad (4.19)$$

де σ_1 - параметр розподілу Релея. Параметр σ_1 є модою цього розподілу. Для закону Релея мають місце такі залежності:

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= e^{-\frac{t^2}{2\sigma_1^2}}; \\ Q(t) &= 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma_1^2}}; \\ \lambda(t) &= \frac{t}{\sigma_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Основні характеристики закону Релея:

- ◆ математичне сподівання $MT = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma_1 \cong 1,253\sigma_1$;
- ◆ дисперсія $DT = (2 - \frac{\pi}{2})\sigma_1^2 = 0,429\sigma_1^2$.

На рис.4.4 зображені кількісні характеристики надійності та інших величин для закону розподілу Релея. Як видно з рисунка, інтенсивність відмов розподілу з часом лінійно зростає. Це означає, що з часом відбувається інтенсивне старіння або знос технічного пристрою і відмови його не задовольняють умовам сталого випадкового процесу.

При цьому імовірність безвідмовної роботи пристрою $P(t)$ для великих проміжків часу t зменшується значно швидше, чим при експоненційному розподілі. Проте в початковий період роботи пристрою (при маленьких значеннях t), коли інтенсивність відмов незначна, імовірність безвідмовної роботи $P(t)$ зменшується з часом t повільніше, ніж при експоненційному розподілі.

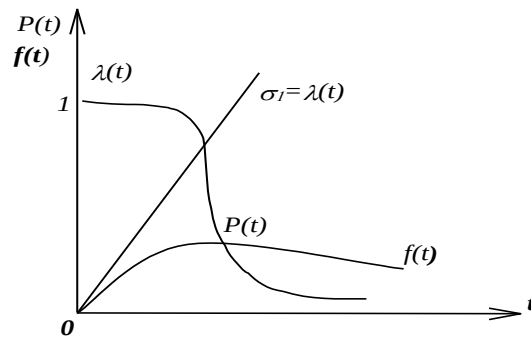


Рис.4.4. Закон розподілу Релея

Така зміна надійності може спостерігатися, наприклад, в пристроях короткочасної дії з резервуванням, у яких зміна відмов у часі окремих елементів пристрою підпорядковується (приблизно) розподілу Релея.

6. Гамма-розподіл

Гамма — розподіл представляє собою двухпараметричний розподіл випадкових величин. Він займає важливе місце в теорії надійності. Гамма-розподіл широко застосовують при опису виникнення відмов елементів пристроїв, часу відновлення, а також наробітку на відмову резервованих систем.

Щільність розподілу ймовірностей випадкової величини x визначається такою залежністю:

$$f(t) \frac{1}{\Gamma(k)} \lambda^k t^{k-1} e^{-\lambda t} = \frac{\lambda^k}{(k-1)!} t^{k-1} e^{-\lambda t} \quad \text{при } t \geq 0, \quad (4.21)$$

де $\Gamma(k) = \int_0^{\infty} u^{k-1} e^{-u} du$ – гамма-функція.

Функція розподілу (інтегральний закон розподілу)

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}. \quad (4.22)$$

В теорії надійності γ -розподіл, звичайно, використовується при цілому k .

При $k = 1$ одержуємо експоненційний розподіл.

При $k > 1$ γ -розподіл є розподілом суми k випадкових величин, кожна з яких має експоненційний розподіл із параметром $\lambda_0 = \frac{1}{T}$.

Гамма - розподіл при цілому k іноді називають розподілом Ерланга. Для такого розподілу кількісні характеристики мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= e^{-\lambda_0 t} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^j}{j!}; \\ f(t) &= \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda_0 t}; \\ \lambda(t) &= \frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)! \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^j}{j!}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

де k - параметр розподілу, що характеризує асиметрію і вихід величин за межі γ -розподілу. У залежності від його значення істотно змінюється вид основних характеристик надійності.

На рис.4.5 зображені кількісні характеристики надійності гамма-розподілу.

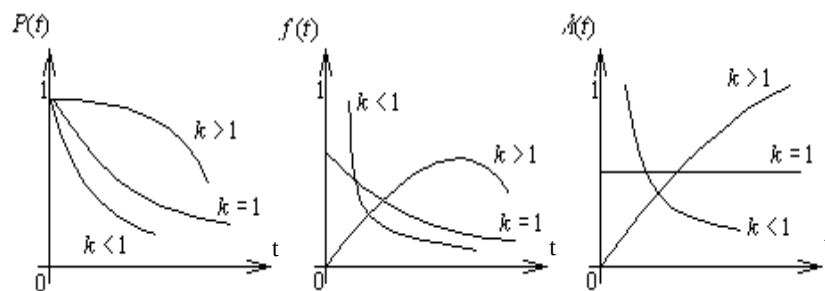


Рис.4.5. Гамма-розподіл

Основні характеристики γ -розподілу:

♦ математичне сподівання (середній наробіток до відмови) $MT = \frac{k}{\lambda_0};$

♦ дисперсія $DT = \frac{k}{\lambda_0^2}.$

7. Закон розподілу Вейбулла

Закон розподілу Вейбулла є двухпараметричний розподіл. Він застосовується для оцінки наробітку до відмови елементів електронних систем. Його також застосовують для оцінки електромеханічних вузлів апаратури та вузлів і деталей автомобілів.

При цьому законі щільність розподілу ймовірностей відмови $f(t)$ визначається таким рівнянням:

$$f(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}, \quad (4.24)$$

де λ_0 - параметр, що визначає масштаб; при його зміні крива розподілу стискується або розтягується; k - параметр асиметрії розподілу.

Для розподілу Вейбулла функція надійності $P(t)$ та інтенсивність відмов $\lambda(t)$ визначаються за такими формулами:

$$\left. \begin{aligned} P(t) &= e^{-\lambda_0 t^k}; \\ \lambda(t) &= \lambda_0 \cdot k \cdot t^{k-1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Основні характеристики закону Вейбулла:

- ♦ математичне сподівання (середній наробіток до відмови)

$$MT = \frac{\Gamma(\frac{1}{k} + 1)}{\lambda_0^{\frac{1}{k}}},$$

де $\Gamma(\frac{1}{k} + 1) = \int_0^\infty u^{\frac{1}{k}} e^{-u} du$ – гамма-функція;

- ♦ дисперсія $DT = \lambda_0 \left[\Gamma(\frac{2}{k} + 1) - \Gamma^2(\frac{1}{k} + 1) \right]$.

На рис.4.6 зображені кількісні характеристики надійності для закону Вейбулла.

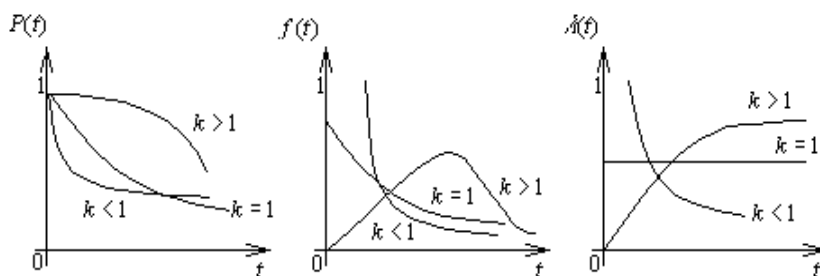


Рис.4.6. Закон розподілу Вейбулла

При $k = 1$ розподіл Вейбулла перетворюється в експоненційний розподіл; при $k > 1$ інтенсивність відмов починається з нуля і збільшується з часом; при $k = 2$ розподіл переходить в розподіл Релея; при $k < 1$ інтенсивність відмов починається від $+\infty$ і з часом зменшується до нуля.

Про більш детальні відомості про теоретичні закони розподілу слід звертатись до відповідних курсів теорії ймовірності.

8. Сума розподілів

У ряді випадків при аналізі надійності технічних систем, що складаються з елементів із різними розподілами наробітку до відмови, розподіли подають у вигляді суми двох або більше розподілів:

$$f(t) = c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t),$$

де $f_1(t)$ і $f_2(t)$ – теоретичні розподіли визначеного виду; c_1 і c_2 – вагові коефіцієнти, що враховують вплив різних додатків. При цьому $c_1 + c_2 = 1$.

Як приклад розглянемо суму двох експоненційних розподілів, що найбільш часто зустрічаються на практиці:

$$f(t) = c_1 \cdot \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + c_2 \cdot \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2 t}.$$

Для цього випадку маємо:

$$P(t) = c_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + c_2 \cdot e^{-\lambda_2 t};$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{c_1 \cdot \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + c_2 \cdot \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2 t}}{c_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + c_2 \cdot e^{-\lambda_2 t}}.$$

Середній наробіток до відмови

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$