

ЛЕКЦІЯ №3

Показники надійності технічних систем Показники безвідмовності об'єктів, які не відновлюються Кількісні показники надійності технічних систем

Основними подіями, які приводять до зміни станів об'єктів є відмова та ушкодження, які можна класифікувати відповідно до деяких ознак (раптові, поступові, незалежні та залежні, конструктивні, виробничі, експлуатаційні відмови і тощо).

Для характеристики наведених вище особливостей об'єкта ДСТУ вводяться кількісні показники надійності.

В таблиці 1. наведений перелік кількісних показників надійності.

Основною подією в надійності є відмова (ушкодження) у досліджуваному об'єкті, що, у загальному випадку, є випадковою подією. Для вивчення процесів, пов'язаних з причинами і наслідками відмов (ушкоджень), необхідно застосовувати математичний апарат таких теорій як: теорія ймовірностей, математична статистика, теорія статистичних висновків, тощо.

Основним елементом теорії ймовірностей є - випадкові події, випадкові величини.

Таблиця 3.1 – Кількісні показники надійності

Властивість об'єкта	Найменування показника надійності
1. Безвідмовність	1.1. Ймовірність безвідмовної роботи
	1.2. Гамма-процентний наробіток до відмови
	1.3. Середній наробіток до відмови
	1.4. Середній наробіток на відмову
	1.5. Інтенсивність відмов
	1.6. Параметр потоку відмов
	1.7. Середній параметр потоку відмов
2. Ремонтопридатність	2.1. Ймовірність відновлення
	2.2. Гамма-процентний час відновлення
	2.3. Середній час відновлення
	2.4. Інтенсивність відновлення
	2.5. Середня трудомісткість відновлення
3. Довговічність	3.1. Середній ресурс
	3.2. Середній термін служби
	3.3. Гамма-процентний ресурс
	3.4. Гамма-процентний термін служби
4. Збережуваність	4.1. Середній термін зберігання
	4.2. Гамма-процентний термін зберігання
5. Комплексні показники надійності	5.1. Коефіцієнт готовності
	5.2. Коефіцієнт оперативної готовності
	5.3. Коефіцієнт технічного використання
	5.4. Коефіцієнт збереження ефективності

Говорячи про випадкові події, розглядають: визначення ймовірності (класичне і статистичне); основні теореми (теореми додавання та множення ймовірностей); формулу повної ймовірності; формулу Байеса; формулу Бернуллі і ряд інших питань.

Показники безвідмовності об'єктів, які не відновлюються

До невідновлюваних об'єктів відносяться об'єкти, працездатність яких у випадку відмови не відновлюється. Такі об'єкти працюють до першої відмови.

При розгляді кількісних показників надійності невідновлюваних об'єктів, приймаємо, що кожний об'єкт в момент часу $t = 0$ є працездатним. При цьому моментом $t = 0$ вважаємо час початку роботи (експлуатації) об'єкту, а інтервал часу $[0, t]$ – наробіток об'єкту від початку роботи до першої відмови, яка виникає в момент часу t .

Оскільки відмови об'єктів є випадковими подіями, які виникають у будь-який, раніше не відомий момент часу, то для кількісної характеристики надійності невідновлюваних об'єктів використовуються імовірнісні характеристики, за допомогою яких проводиться оцінка випадкової величини T – наробіток об'єкту до першої відмови.

Для кількісної характеристики безвідмовності об'єктів, що не відновлюються, використовуються такі основні показники:

1. Ймовірностей безвідмовної роботи

Для таких об'єктів основною кількісною характеристикою надійності є ймовірностей безвідмовної роботи $P(t)$.

$P(t)$ – ймовірностей того, що в межах заданого наробітку відмова об'єкту не виникне. Імовірнісне визначення:

$$P(t) = P\{T > t\} \quad (3.1)$$

де T – випадкова величина, яка означає наробіток об'єкту до першої відмови; t – заданий час.

Математичний зміст виразу (3.1) полягає в тому, що будь-який з екземплярів об'єктів одного типу може відмовити в будь-який момент часу, але для дуже великої партії об'єктів існує закономірність, при якій з імовірністю $P(t)$ будь-який з екземплярів пропрацює безвідмовно час T більший, ніж заданий час t .

Основні властивості функції $P(t)$:

а) при $t = 0$ $P(0) = 1$.

Це означає, що будь-який об'єкт в початковий момент часу повинен бути працездатним;

б) $P(t)$ – монотонно спадна функція часу t , тобто надійність об'єкту з часом падає;

в) при $t \rightarrow \infty$ $P(\infty) \rightarrow 0$.

Будь-який із об'єктів з часом відмовить.

Статистичне визначення:

$$P^*(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}, \quad (3.2)$$

де N_0 – кількість об'єктів, які працездатні в момент часу $t = 0$; $n(t)$ – кількість об'єктів, які відмовили за час t ; $N_0 - n(t)$ – кількість об'єктів, які продовжують безвідмовно працювати по закінченню часу t .

2 Ймовірностей відмови

Крім показника $P(t)$, для кількісної характеристики ненадійності об'єктів використовується показник імовірності відмови $Q(t)$, тобто ймовірностей явища, протилежного явищу безвідмовної роботи.

$Q(t)$ – ймовірностей того, що в заданому інтервалі часу $[0, t]$ і визначених умовах експлуатації відбудеться хоч би одна відмова об'єкту.

Ймовірнісне визначення:

$$Q(t) = P\{T \leq t\} = F(t), \quad (3.3)$$

де T – випадкова величина, що означає час наробітку об'єкту до відмови; t – заданий час роботи; $F(t)$ – функція розподілу (інтегральний закон розподілу) випадкової величини; T – наробіток до відмови.

Основні властивості функції $Q(t)$:

а) при $t = 0$ $Q(0) = 0$.

Це означає, що в початковий момент часу непрацездатність об'єкту відсутня;

б) $Q(t)$ – монотонно зростаюча функція часу;

в) при $t \rightarrow \infty$ $Q(\infty) \rightarrow 1$.

Ймовірностей відмови об'єкту з часом немінуча.

Статистичне визначення:

$$Q^*(t) = \frac{n(t)}{N_0}, \quad (3.4)$$

де $n(t)$ – кількість об'єктів, які відмовили за час t ; N_0 – кількість об'єктів, які працездатні в момент часу $t = 0$.

Ймовірностей безвідмовної роботи $P(t)$ та ймовірностей відмови $Q(t)$ пов'язані між собою залежністю:

$$P(t) + Q(t) = 1. \quad (3.5)$$

Вираз (3.5) дуже часто використовують при практичних розрахунках надійності технічних систем.

3. Щільність розподілу ймовірностей відмов

Для кількісної характеристики надійності невідновлюваних об'єктів застосовується також щільність розподілу ймовірностей (диференціальний закон розподілу ймовірностей) відмов чи наробіток до відмови $f(t)$.

Ймовірнісне визначення:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[1 - P(t)] = -\frac{dP(t)}{dt}, \quad (3.6)$$

де $Q(t) = 1 - P(t)$.

Фізичний зміст функції $f(t)$ – швидкість зниження надійності об'єкту з часом t .

Статистичне визначення:

$$f^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (3.7)$$

де $n(\Delta t)$ – кількість об'єктів, які відмовили в інтервалі часу від $(t - \frac{\Delta t}{2})$ до $(t + \frac{\Delta t}{2})$;

Δt – довжина цього інтервалу; N_0 – кількість об'єктів, які працездатні в момент часу $t = 0$.

Справедливість оцінки $f(t)$ по формулі (3.7) можна показати на наступному прикладі.

Нехай кількість об'єктів, які безвідмовно робили на протязі часу t і $t + \Delta t$, буде:

$$N(t) = N_0 P(t),$$

$$N(t + \Delta t) = N_0 P(t + \Delta t),$$

де $P(t)$ – ймовірностей безвідмовної роботи.
Кількість об'єктів, які відмовили на протязі часу Δt ,

$$n(\Delta t) = N(t) - N(t + \Delta t) = -N_0 [P(t + \Delta t) - P(t)].$$

Підставляючи значення $n(\Delta t)$ у вираз (2.7), отримаємо:

$$f(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} = -\frac{N_0 [P(t + \Delta t) - P(t)]}{N_0 \Delta t}.$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ отримаємо:

$$f(t) = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = -P'(t) = Q'(t). \quad (3.8)$$

Щільність розподілу відмов $f(t)$ пов'язана з ймовірністю відмови $Q(t)$ та ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$ такими залежностями:

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt; \quad P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt. \quad (3.9)$$

На рис.3.1 зображені криві ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$, ймовірності відмови $Q(t)$ та щільності розподілу ймовірностей відмови $f(t)$.

Щільність розподілу ймовірностей має наступні властивості:

а) $f(t) \geq 0$;

б) $P(t_1 \leq T \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$;

в) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$,

тобто площа, обмежена кривою $f(t)$ та віссю абсцис, дорівнює одиниці;

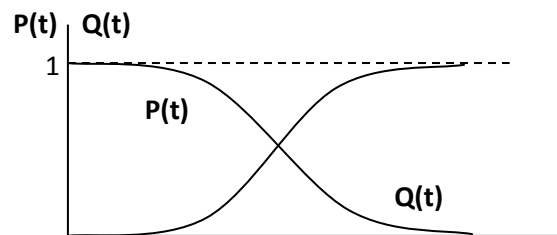


Рис.3.1. Вид розподілу функцій $P(t)$ і $Q(t)$

г) якщо в точці t функція $f(t)$ неперервна, то $F'(t) = f(t)$.

Враховуючи те, що випадкова величина часу безвідмовної роботи знаходиться в межах $0 \leq t \leq \infty$, то

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1. \quad (3.10)$$

Тоді ймовірностей безвідмовної роботи $P(t)$ може бути представлена таким виразом:

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_0^\infty f(t)dt - \int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt. \quad (3.11)$$

Величина $f(t)dt$ визначає ймовірностей відмови об'єкту в інтервалі часу $[t, t+\Delta t]$. При цьому не відомо, в якому стані до моменту часу t знаходиться об'єкт: працездатному чи непрацездатному. Можливо, об'єкт відмовив раніше часу t . В цьому недолік даного показника. Тому показник $f(t)$ не знайшов практичного застосування для оцінки надійності невідновлюваних об'єктів.

4. Інтенсивність відмов

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ – умовна щільність імовірності виникнення відмови невідновлюваного об'єкту, що визначається для часу t при умові, що до цього часу відмова об'єкту не виникла.

Імовірнісне визначення:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}. \quad (3.12)$$

Статистичне визначення:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}. \quad (3.13)$$

де $n(\Delta t)$ – кількість об'єктів, які відмовили в інтервалі часу $\left[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2} \right]$;

$N_{\text{сеп}} = \frac{N_i + N_{i+1}}{2}$ - середня кількість об'єктів, які працездатні в інтервалі часу Δt .

Справедливість статистичної оцінки інтенсивності відмов $\lambda(t)$ по формулі (3.13) може бути показана аналогічно функції $f(t)$, якщо покласти, що:

$$N_{\text{сеп}} = N_0 - n(t).$$

Таким чином, при використанні показника $\lambda(t)$ для характеристики надійності невідновлюваних об'єктів, на відміну від показника $f(t)$, розглядаються тільки ті об'єкти, які були працездатними в момент часу t .

Підставляючи в формулу (3.12) значення $f(t)$ з (3.6), отримаємо:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}. \quad (3.14)$$

Інтегруючи обидві частини рівняння (3.14) на інтервалі часу від 0 до t при початковій умові $P(0) = 1$, отримаємо:

$$\int_0^t \lambda(t)dt = -\int_0^t \frac{1}{P(t)} dP(t) = -\ln P(t).$$

Звідки отримаємо:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}. \quad (3.15)$$

Рівняння (3.15) встановлює залежність між імовірністю безвідмовної роботи будь-якого об'єкту за час t та інтенсивністю відмов $\lambda(t)$.

Аналіз даного рівняння показує, що інтенсивність відмов за період роботи об'єкту є змінною величиною, залежною від тривалості роботи об'єкту. Таким чином, при будь-якому

характері зміни $\lambda(t)$ величина $P(t)$ буде тим менша, чим більше значення $\lambda(t)$. Це рівняння іноді називають загальним законом надійності, який застосовується для будь-яких потоків відмов невідновлюваних об'єктів. При цьому під потоком слід розуміти відмови, які можуть відбуватися одна за одною у будь-які моменти часу.

У випадку, коли інтенсивність відмов $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$, рівняння (3.13) приймає вигляд:

$$P(t) = e^{-\lambda(t)} \quad (3.16)$$

де λ — середня величина інтенсивності відмов об'єкту; t — час роботи об'єкту, для якого визначається його ймовірностей безвідмовної роботи.

Рівняння (3.16) отримало назву експоненційного закону надійності. При цьому законі ймовірностей безвідмовної роботи об'єкту, що має інтенсивність відмов $\lambda(t)$, зменшується з часом по експоненційній кривій.

Дане рівняння використовується при інженерних розрахунках надійності складних пристроїв, використовуючи довідкові данні інтенсивності відмов елементів.

На рис.3.2 зображена типова крива функції $\lambda(t)$. Дану криву можна розділити на три ділянки.

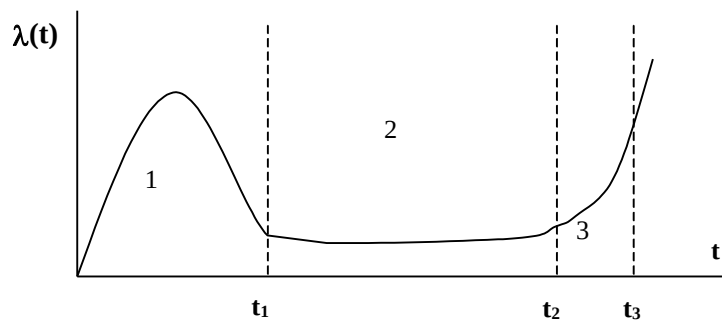


Рис.3.2. Графік зміни інтенсивності відмов $\lambda(t)$

На першій ділянці інтенсивність відмов досить висока, далі до моменту часу t_1 йде на зниження. Цю ділянку називають періодом приробітку виробів. Відмови виробів, які здійснюються у цей період, обумовлені в основному конструктивними дефектами та порушеннями технології виробництва. Тривалість цього періоду може складати від декількох десятків до сотень годин у залежності від типу виробу та виду технологічних тренувань на підприємствах-виробниках.

На другій ділянці інтенсивність відмов досить низька. Ця ділянка кривої називається періодом нормальної експлуатації. Відмови виробів, що відбуваються в цей період, носять раптовий характер і відбуваються з постійною чи близькою до цього інтенсивністю. В цей період часу експоненціальна залежність безвідмовної роботи від часу роботи виробу підтверджується експериментальними даними відмов виробів. Тривалість цього періоду може складати до десятка тисяч годин в залежності від типу виробу та умов його експлуатації.

На третій ділянці інтенсивність відмов поступово починає зростати. Цю ділянку кривої називають періодом зносу. Відмови, які виникають в цей період, обумовлені старінням елементів. Час t_2 може служити граничним часом, при досягненні якого будь-який об'єкт чи пристрій повинен зніматися з експлуатації.

Таким чином, чотири вищезгаданих показників надійності (P , Q , f , λ) є функціями часу. Кожна із цих функцій повністю характеризує розподіл ймовірностей наробітку до відмови. Якщо відома одна із цих функцій, то по ній можна обрахувати і всі інші. Відповідні вирази вказаних функцій наведені в табл.3.1.

Таблиця 3.1 – Функціональний зв'язок між показниками надійності

Відома функція	Формули для визначення інших функцій			
	P(t)	Q(t)	f(t)	λ(t)
P(t)	–	1–P(t)	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}$
Q(t)	1– Q(t)	–	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$-\frac{1}{1-Q(t)} \frac{dQ(t)}{dt}$
F(t)	$\int_0^{\infty} f(x)dx$	$\int_0^t f(x)dx$	–	$\frac{f(t)}{\int_t^{\infty} f(x)dx}$
λ(t)	$e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$	–

5. Середній наробіток до відмови

Найбільш розповсюдженим показником для кількісної характеристики надійності невідновлюваних об'єктів є середній наробіток до відмови T_1 .

Середній наробіток до відмови – це математичне сподівання наробітку об'єкту до першої відмови.

Імовірнісне визначення:

$$T_1 = MT = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} t \frac{dF(t)}{dt} dt = - \int_0^{\infty} t \frac{dP(t)}{dt} dt,$$

де MT – математичне сподівання випадкової величини T ;

$F(t)$ – функція розподілу випадкової величини T .

Інтегруючи по частинам та використовуючи співвідношення:

$$\int u dv = uv - \int v du,$$

знайдемо:

$$T_1 = -t P(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt,$$

Так як перший доданок

$$-t P(t) \Big|_0^{\infty} = -t [1 - F(t)] \Big|_0^{\infty} = -\lim_{t \rightarrow \infty} [1 - F(t)] = 0,$$

то із цього випливає, що

$$T_1 = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (3.17)$$

Таким чином, середній наробіток до відмови T_1 кількісно дорівнює площі під кривою $P(t)$.

Підставивши в формулу (3.17) замість $P(t)$ його вираз по (2.16) для експоненційного закону розподілу часу безвідмовної роботи, отримаємо:

$$T_1 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (3.18)$$

Статистичне визначення:

$$T_1^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i, \quad (3.19)$$

де t_i – час роботи i -го об'єкту до першої відмови;
 N_0 – кількість об'єктів, які працездатні в момент часу $t = 0$.

Другою важливою характеристикою випадкової величини є дисперсія, яка служить мірою розсіювання випадкової величини T відносно її математичного сподівання.

Дисперсія визначається за формулою:

$$\begin{aligned} DT &= M(T - MT)^2 = \int_0^{\infty} (t - MT)^2 f(t) dt = \\ &= \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - 2T \int_0^{\infty} t f(t) dt + T^2 \int_0^{\infty} f(t) dt. \end{aligned}$$

Так як

$$\int_0^{\infty} t f(t) dt = T, \quad \int_0^{\infty} f(t) dt = 1,$$

то

$$DT = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T^2 = 2 \int_0^{\infty} t p(t) dt - T^2.$$

Для експоненційного закону розподілу часу безвідмовної роботи маємо:

$$DT = 2 \int_0^{\infty} t p(t) dt - T^2 = 2 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Крім дисперсії, для характеристики випадкової величини T використовується середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma(t) = \sqrt{DT}.$$

Слід відмітити, що для невідновлюваних об'єктів з підвищеною надійністю (наприклад, елементів електронних систем) такий параметр, як середньостатистичний час наробітку до відмови, є чисто теоретичним, так як вони тривало не експлуатуються. Тому отримати значення середнього часу наробітку до відмови на основі реальних статистичних даних практично неможливо, так як технічні пристрої старіють раніш, ніж напрацьовують цей час такі об'єкти.

В таких випадках значення середнього часу наробітку до відмови обчислюють по експериментальним даним про відмови елементів, отриманим в початковий період експлуатації чи випробувань. Таким чином, за величину T_1 приймають середній наробіток до відмови, який міг би мати об'єкт в дійсності, якщо він зберігав би на протязі всього періоду використання ту інтенсивність відмови, яку він мав в початковий період експлуатації або випробувань.

Показники безвідмовності відновлюваних об'єктів

1. Показники надійності невідновлюваних об'єктів в процесі застосування

До відновлюваних об'єктів відносяться об'єкти, які після відмови та наступного відновлення (ремонт) можуть знову продовжувати свої функції з заданими показниками надійності.

Всі кількісні характеристики надійності для невідновлюваних об'єктів можуть бути застосовані для характеристики надійності відновлюваних об'єктів. Але так як відновлювані об'єкти після відмови ремонтуються, після чого їх працездатність знову відновлюється, то

для повної характеристики надійності таких об'єктів необхідно враховувати процес відновлення (ремонту). Для цього, крім кількісних характеристик показників безвідмовності, використовуються кількісні показники ремонтпридатності та довговічності для характеристики надійності таких об'єктів.

При розгляді показників надійності слід розрізняти відновлювані об'єкти:

- ◆ без відновлення в процесі застосування;
- ◆ з відновленням в процесі застосування;

До невідновлюваних в процесі застосування по призначенню відносяться такі об'єкти, відмова яких призводить до невиконання поставленої задачі; при наявності резерву ремонт (відновлення) ділянки резервованої групи, що відмовила, не здійснюється до закінчення виконання задачі.

Відновлювані в процесі застосування об'єкти можна поділити на дві групи:

- ◆ об'єкти, для яких недопустимі перерви в роботі (резервовані об'єкти);
- ◆ об'єкти, для яких допустимі короткотривалі перерви в роботі.

В залежності від призначення та умов експлуатації об'єктів для кількісної характеристики їх надійності можуть застосовуватись такі показники надійності:

1. Параметр потоку відмов

Для характеристики надійності відновлюваних зовні процесу застосування об'єкту використовують параметр потоку відмов $\omega(t)$ – відношення математичного сподівання кількості відмов відновлюваного об'єкту за досить малий його наробіток до значення цього наробітку.

Ймовірнісне визначення:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t} \frac{p_1(t, t + \Delta t) + p_{>1}(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

де $p_1(t, t + \Delta t)$ – ймовірностей появи однієї відмови на інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$; $p_{>1}(t, t + \Delta t)$ – ймовірностей появи двох або більше відмов на інтервалі часу $(t, t + \Delta t)$; Δt – інтервал часу.

Статистичне визначення

$$\omega^*(t) = \frac{n'(t)}{N_0 \Delta t}, \quad (3.20)$$

де $n'(\Delta t) \geq n(\Delta t)$ – кількість відновлюваних об'єктів на інтервалі часу $[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}]$; N_0 – кількість працездатних об'єктів у момент часу $t = 0$; Δt – інтервал часу.

Потоки відмов у відновлюваних об'єктів створюються за рахунок складення потоків відмов однотипних елементів, що встановлені в об'єкти замість елементів, які відмовили раніше.

Потоки відмов в імовірному розумінні можуть бути різними. Обмежимося розглядом найпростішого (пуассонівського) потоку.

Потік відмов називається найпростішим або пуассонівським, якщо він одночасно володіє трьома властивостями: стаціонарністю, ординарністю та відсутністю післядії.

Потік відмов стаціонарний, якщо ймовірностей появи n відмов на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ не залежить від того, де на вісі часу розташований даний інтервал, а залежить тільки від його довжини.

Потік відмов ординарний, якщо ймовірностей появи двох або більше відмов за невеликий проміжок часу Δt досить мала в порівнянні з імовірністю появи однієї відмови.

У потоці відмов відсутні післядії, якщо характер появи відмов після моменту часу t не залежить від того, яким чином і коли відбувалися ці відмови до цього моменту часу.

Пуассонівський потік знайшов широке застосування в теорії надійності при оцінці надійності відновлюваних об'єктів. Так, його використовують для характеристики інтенсивності відмов складних технічних пристроїв.

Розглянемо зв'язок між параметром потоку відмов $\omega(t)$ і щільністю розподілу імовірностей наробітку між відмовами $f(t)$.

Якщо випадкові величини наробітку між відмовами розподілені однаково та незалежні, то параметр потоку відмов $\omega(t)$ пов'язаний зі щільністю розподілу наробітку між відмовами $f(t)$ наступним рівнянням:

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t f(t-\tau)\omega(\tau)d\tau. \quad (3.21)$$

Рівняння (3.21) є інтегральним рівнянням Вольтерра другого роду з різносним ядром. Це рівняння розв'язується числовим методом з використанням послідовних наближень. Обчислення здійснюють до тих пір, доки $\omega_{i+1}(t)$ та $\omega_i(t)$ стануть практично співпадати. Якщо потік відмов найпростіший, то існує значення, що встановилося, параметру потоку відмов відновлюваного об'єкту:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \bar{\omega} = \frac{1}{T}, \quad (3.22)$$

де T – середній наробіток до відмови відновлюваного об'єкту.

2. Ймовірностей безвідмовної роботи

Ймовірностей безвідмовної роботи $\tilde{P}(t_1, t_2)$ на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ так, як і для невідновлюваних об'єктів, є основною кількісною характеристикою надійності відновлюваних об'єктів.

Для ординарних без післядії потоків відмов ймовірностей безвідмовної роботи об'єкту, який відновлюється зовні процесу застосування об'єкту, на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ визначається рівнянням:

$$\tilde{P}(t_1, t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \omega(t)dt}. \quad (3.23)$$

Для випадку, коли потік відмов стаціонарний, тобто величина $\omega(t) = \omega = \text{const}$, ймовірностей безвідмовної роботи відновлюваного об'єкту на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ дорівнює:

$$\tilde{P}(t_1, t_2) = e^{-\omega(t_2 - t_1)}. \quad (3.24)$$

де ω – параметр потоку відмов об'єкту.

Показники надійності відновлюваних об'єктів в процесі застосування

1. Середній наробіток до відмови

Середній наробіток до відмови є найбільш кількісним показником, який найчастіше застосовується для оцінки надійності відновлюваних в процесі застосування об'єктів.

Ймовірнісне визначення:

$$T_k = MT_k = \int_0^{\infty} t \cdot f_k(t)dt = \int_0^{\infty} t \cdot dQ_k(t) = \int_0^{\infty} P_k(t)dt,$$

де MT_k – математичне сподівання випадкового часу безвідмовної роботи об'єкту до моменту закінчення $(k-1)$ -го відновлення до моменту появи k -ої відмови.

Статистичне визначення:

$$T^* = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r t_i, \quad (3.25)$$

де r – загальне число відмов об'єктів за період спостереження експлуатації; t_i – час наробітку об'єкту між $(i-1)$ -ю та i -ою відмовами.

Таким чином, середній наробіток до відмови – це відношення сумарного наробітку відновлюваного об'єкту до математичного сподівання числа його відмов на протязі цього наробітку.

2. Ймовірностей відновлення

Для відновлюваних об'єктів основною кількісною характеристикою ремонтпридатності є ймовірностей відновлення об'єкту за заданий час $P_b(t)$.

$P_b(t)$ – ймовірностей того, що час відновлення працездатного стану об'єкту T_b не перевищує заданий час t .

Імовірнісне визначення:

$$P_b(t) = P\{T_b \leq t\} = R(t), \quad (3.26)$$

де T_b – випадкова величина, що означає час, який витратили на відновлення працездатного стану об'єкту після відмови; t – заданий час відновлення; $R(t)$ – функція розподілу часу відновлення.

Основні властивості функції $P_b(t)$:

- а) при $t = 0$ $P_b(0) = 0$;
- б) $P_b(t)$ – монотонно зростаюча функція часу;
- в) при $t \rightarrow \infty$ $P_b(\infty) \rightarrow 1$.

Статистичне визначення:

$$P_b^*(t) = \frac{n_b}{N_{oe}}, \quad (3.27)$$

де $n_b(t)$ – кількість відновлюваних об'єктів, час відновлення яких був менше заданого; N_{oe} – кількість об'єктів, які непрацездатні в момент часу $t=0$.

3. Щільність розподілу часу відновлення

Щільність розподілу часу відновлення $f_b(t)$ визначається аналогічно щільності розподілу відмов $f(t)$ для невідновлюваних об'єктів.

Імовірнісне визначення:

$$f_b(t) = \frac{dP_b(t)}{dt}. \quad (3.28)$$

Статистичне визначення:

$$f_b^*(t) = \frac{n_b(\Delta t)}{N_{oe} \Delta t}, \quad (3.29)$$

де $n_b(\Delta t)$ – кількість відновлюваних об'єктів на інтервалі часу $[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}]$; N_{oe} – кількість об'єктів, які непрацездатні в момент часу $t = 0$.

4. Інтенсивність відновлення

Інтенсивність відновлення $\mu(t)$ – це умовна щільність імовірності відновлення працездатності об'єкта, яка визначена для даного моменту часу при умові, що до того моменту відновлення не було завершено.

Ймовірнісне визначення:

$$\mu_b(t) = \frac{1}{1 - P_b(t)} \frac{dP_b(t)}{dt}. \quad (3.30)$$

Статистичне визначення:

$$\mu_b^*(t) = \frac{n_b(\Delta t)}{N_{b.c.p.} \Delta t}, \quad (3.31)$$

де $n_b(\Delta t)$ – кількість відновлюваних об'єктів на інтервалі часу $[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}]$; $N_{b.c.p.}$ – середня кількість об'єктів, які чекають відновлення до початку інтервалу часу Δt .

Інтегруючи рівняння (2.30) в межах $[0, t]$ при початковій умові $P_b(0) = 0$, отримаємо:

$$P_b(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu_b(t) dt}. \quad (3.32)$$

Рівняння (3.32) встановлює зв'язок між ймовірністю відновлення працездатного стану відновлюваного об'єкту за час t та інтенсивністю відновлення $\mu(t)$.

По рівнянню (2.32) можна визначити ймовірностей відновлення об'єкту для будь-яких законів розподілу випадкового часу, що витрачається на відновлення (ремонт).

У випадку, коли потік інтенсивності відновлення є найпростішим, тобто $\mu_b(t) = \mu_b = \text{const}$, то рівняння (2.32) має вигляд:

$$P_b(t) = 1 - e^{-\mu_b t}, \quad (3.33)$$

де μ_b – середня інтенсивність відновлення; t – заданий час, для якого визначається ймовірностей відновлення.

5. Середній час відновлення

Середній час відновлення T_b – це математичне сподівання часу відновлення працездатного стану об'єкту після відмови.

Ймовірнісне визначення:

$$T_b = MT_b = \int_0^\infty t \cdot f_b(t) dt = \int_0^\infty [1 - P_b(t)] dt, \quad (3.34)$$

де MT_b – математичне сподівання випадкової величини виконання операцій по відновленню об'єкта.

Для випадку, коли процес по відновленню розглядається як найпростіший ($\mu_b(t) = \text{const}$), то має місце рівність:

$$T_b = \frac{1}{\mu_b}. \quad (3.35)$$

Статистичне визначення:

$$T_b^* = \frac{1}{n_b} \sum_{i=1}^{n_b} t_{bi}, \quad (2.36)$$

де t_{bi} – час, що витрачається на відновлення i -го об'єкту; n_b – кількість відновлюваних об'єктів

6. Нестационарний коефіцієнт готовності

Для характеристики надійності відновлюваних об'єктів використовуються комплексні показники. До них відносяться функція готовності або нестационарний коефіцієнт готовності $K_r(t)$.

$K_r(t)$ – ймовірностей того, що об'єкт буде працездатним в заданий момент часу, що відраховується від початку роботи (чи іншого певно визначеного моменту часу). Ймовірнісне визначення:

$$K_r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left\{\sum_{k=0}^i (T_k + T_{в}) < t < \sum_{k=0}^i (T_k + T_{в}) + T_{i+1}\right\},$$

де $T_k, T_{в}$ – випадкові величини, що характеризують середній наробіток до відмови і середній час відновлення об'єкту.

Статистичне визначення:

$$K_r^*(t) = \frac{N(t)}{N_0} = 1 - \frac{n(t)}{N_0}, \quad (3.37)$$

де $N(t)$ – кількість працездатних об'єктів в момент часу t ; $n(t)$ – кількість непрацездатних об'єктів в момент часу t ; N_0 – загальна кількість об'єктів в момент часу $t = 0$.

7. Нестационарний коефіцієнт простою

Разом з функцією $K_r(t)$ для характеристики відновлюваних об'єктів використовують функцію простою або нестационарний коефіцієнт простою.

$K_n(t)$ – ймовірностей того, що в заданий момент часу t об'єкт знаходиться у стані відмови (відновлення).

Ймовірнісне визначення:

$$K_n(t) = \sum_{i=0}^{\infty} P\left\{\sum_{k=0}^i (T_k + T_{в}) + T_{i+1} < t < \sum_{k=0}^{i+1} (T_k + T_{вк})\right\}.$$

Функції $K_r(t)$ та $K_n(t)$ пов'язані між собою наступним співвідношенням:

$$K_r(t) + K_n(t) = 1 \quad (3.38)$$

8. Коефіцієнт готовності

Для оцінки експлуатаційної готовності відновлюваних об'єктів найбільш часто застосовують стаціонарний коефіцієнт готовності об'єкту K_r .

K_r – це ймовірностей того, що об'єкт буде в працездатному стані в будь-який момент часу, крім запланованих періодів, на протязі яких застосування об'єкту за призначенням не передбачається.

Ймовірнісне визначення:

$$K_r = \frac{\sum_{i=1}^n t_{pi}}{\sum_{i=1}^n t_{pi} + \sum_{i=1}^n t_{vi}}, \quad (3.40)$$

де t_{pi} – i -й інтервал часу працездатної роботи об'єкту; t_{vi} – i -й інтервал часу відновлення об'єкту; n – число відмов об'єкту.

9. Коефіцієнт простою

Коефіцієнт простою K_n – ймовірностей того, що об'єкт буде в непрацездатному стані в будь-який момент часу, крім запланованих періодів, протягом яких застосування об'єкту по призначенню не передбачається.

Ймовірнісне визначення:

$$K_{\Pi} = \lim_{t \rightarrow \infty} K_{\Pi}(t) = \frac{T_B}{T_0 + T_B}. \quad (3.41)$$

Статистичне визначення:

$$K_{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{bi}}{\sum_{i=1}^n t_{pi} + \sum_{i=1}^n t_{bi}} \quad (3.42)$$

Коефіцієнт готовності K_r і простою K_{Π} зв'язані між собою наступним співвідношенням:

$$K_r + K_{\Pi} = 1. \quad (3.43)$$

10. Коефіцієнт оперативної готовності

В якості комплексного показника надійності відновлюваних об'єктів часто застосовують коефіцієнт оперативної готовності $K_{or}(\tau)$.

$K_{or}(\tau)$ – ймовірностей того, що об'єкт буде в працездатному стані у будь-який момент часу, крім періодів, на протязі яких застосування об'єкту по призначенню не передбачається, і, починаючи з цього моменту, буде виконувати необхідну функцію на протязі заданого інтервалу часу.

Ймовірнісне визначення:

$$K_{or}(\tau) = K_r P(\tau) \quad (3.44)$$

де $K_r = \frac{T_0}{T_0 + T_B}$ – стаціонарне значення коефіцієнту готовності відновлюваного об'єкту; $P(\tau)$ – ймовірностей безвідмовної роботи об'єкту на протязі заданого часу τ .

Статистичне визначення:

$$K_{or}(\tau) = \frac{N(t, t + \tau)}{N_0}, \quad (3.45)$$

де $N(t, t + \tau)$ кількість об'єктів, які працездатні у будь-який момент часу t і потім безвідмовно працювали на протязі заданого часу τ ; N_0 – загальна кількість об'єктів в момент часу $t = 0$.

11. Нестационарний коефіцієнт оперативної готовності

Нестационарний коефіцієнт оперативності $K_{or}(t, t + t_0)$ – ймовірностей того, що об'єкт буде працездатним в заданий момент часу t , і, починаючи з цього моменту часу, буде виконувати необхідну функцію на протязі заданого інтервалу часу $[t + t_0]$.

Математичне визначення:

$$K_{or}(t, t + t_0) = K_r(t) * P(t_0), \quad (3.46)$$

де $K_r(t)$ – нестационарний коефіцієнт готовності;
 $P(t_0)$ – ймовірностей безвідмовної роботи відновлюваного об'єкту протягом заданого часу t_0 .
 Статистичне визначення:

$$K_{or}^*(t, t + \tau) = \frac{N(t, t + t_0)}{N_0} \quad (3.47)$$

де $N(t, t+t_0)$ – кількість працездатних об'єктів в момент часу t , які безвідмовно працювали на інтервалі часу $[t, t+\tau]$; N_0 – загальна кількість об'єктів в момент часу $t = 0$.

12. Коефіцієнт технічного використання

Коефіцієнт технічного використання $K_{\text{ТВ}}$ – це відношення математичного сподівання сумарного часу перебування об'єкту у працездатному стані за деякий період експлуатації до математичного сподівання сумарного часу перебування об'єкту у працездатному стані і в простоях, що обумовлені технічним обслуговуванням та ремонтом за цей же період.

Статистичне визначення:

$$K_{\text{ТВ}}^* = \frac{\sum_{i=1}^n t_{\text{pi}}}{\sum_{i=1}^n t_{\text{pi}} + \sum_{i=1}^n (t_{\text{vi}} + t_{\text{ni}})} \quad (3.48)$$

де t_{ni} – час простою (технічного обслуговування) після i -ї відмови об'єкту.

Розглянуті вище показники надійності для відновлюваних об'єктів служать для практичної оцінки надійності об'єктів і задаються в технічному завданні замовником при проектуванні об'єкту. При цьому список показників надійності, які застосовуються, повинен відповідати об'єктивній характеристиці необхідних властивостей об'єкту.

В залежності від призначення об'єкту та умов його застосування показники надійності можуть бути різними.

Так, для першої групи об'єктів, які по умовам застосування не можуть відновлюватися під час роботи, основним показником надійності є безвідмовна робота на протязі заданого часу:

$$P_1(t) = P(t). \quad (3.49)$$

Для другої групи об'єктів, які по умовам застосування повинні в будь-який момент часу бути готовими до роботи і не мати відмов (несправностей) в процесі роботи, але допускається відновлення ділянки резервованої групи під час роботи. Характеристикою надійності є ймовірностей успішного використання об'єкта, тобто коефіцієнт оперативної готовності:

$$P_n(t, \tau) = K_{\text{ог}}(\tau) = K_r p(\tau) \quad (3.50)$$

де $P_n(t, \tau)$ – ймовірностей того, що система у будь-який момент часу t буде у працездатному стані і безвідмовно пропрацює на протязі заданого часу τ ; K_r – коефіцієнт готовності (ймовірностей того, що об'єкт в будь-який момент часу знаходиться в працездатному стані); $p(\tau)$ – ймовірностей безвідмовної роботи об'єкту на протязі заданого часу τ .

Об'єкти цієї групи взагалі використовуються короткочасно. Основний час вони знаходяться в стані готовності.

Для третьої групи об'єктів, які по умовам застосування допускають короткочасні перерви в роботі, характеристикою надійності є коефіцієнт готовності:

$$P_n(t, \tau) = K_{\text{ог}}(\tau) = K_r p(\tau) \quad (3.51)$$

Коефіцієнти готовності залежать від часу відновлення. Чим менший час відновлення, тим вище коефіцієнт готовності об'єкту, тим ефективніше використовується об'єкт при експлуатації.

Дана характеристика використовується для оцінки надійності об'єктів багаторазового використання. Такі об'єкти повинні мати високу ремонтпридатність.