

Лекція 4. Методи та засоби формування тестових сигналів для дослідження пристроїв та систем управління

Задача експериментального дослідження характеристик вимірювального каналу та об'єктів вимірювань. Основні характеристики тестових сигналів. Детерміновані та випадкові тестові сигнали. Апаратна та програмна реалізація випадкових сигналів. Формування псевдовипадкової бінарної послідовності. Формування випадкового сигналу із заданим розподілом та кореляційною функцією. Оцінка статистичних характеристик сформованих випадкових сигналів.

Апаратні генератори випадкових чисел можуть ґрунтуватись на макроскопічних [випадкових процесах](#) з використанням таких предметів, як монетка, гральна кістка або колесо рулетки. Непередбачуваність даних пояснюється теорією нестійких [динамічних систем](#) і [теорією хаосу](#). Навіть повністю визначені [рівняннями Ньютона](#) макроскопічні системи на практиці дають непередбачуваний результат, оскільки він залежить від мікроскопічних деталей початкових умов^[6].

Генератори, що використовують фізичні випадкові процеси[\[ред. | ред. код\]](#)

Пристрої, що засновані на [макроскопічних](#) випадкових процесах, не можуть забезпечити швидкість отримання випадкових чисел, достатню для прикладних задач. Тому в основі сучасних АГВЧ лежить джерело [шуму](#), з якого [отримують](#) випадкові [біти](#). Джерела шуму поділяють на два типи: ті, що мають [квантову](#) природу, і ті, що не використовують квантові явища ^{[7][8]}.

Наслідком законів [квантової фізики](#) є той факт, що деякі природні явища (наприклад, [радіоактивний розпад](#) атомів) абсолютно випадкові і їх неможливо в принципі передбачити (одним з перших дослідів, що доводять імовірнісну природу деяких явищ, можна вважати [Дослід Девіссона — Джермера](#)). Крім того, зі [статистичної механіки](#) випливає, що при температурі, яка не дорівнює [абсолютному нулю](#), кожна система має випадкові [флуктуації](#) своїх параметрів.

Оскільки деякі квантово-механічні процеси абсолютно випадкові, вони є «золотим стандартом» для АГВЧ. Явища, що використовуються в генераторах, включають:

- [Дробовий шум](#) — це шум в електричних ланцюгах, що викликаний [дискретністю носіїв електричного заряду](#). Також цим терміном називають шум в [оптичних](#) приладах, що викликаний дискретністю [переносника світла](#). В нашому випадку, як джерело шуму використовують [фотоелектронний помножувач](#) або електровакуумні [фотоелементи](#) ^[7].
- [Радіоактивний розпад](#) використовують як джерело шуму, оскільки для нього характерна випадковість кожного окремого акту розпаду. У результаті на приймач (наприклад, [лічильник Гейгера](#) або [сцинтиляційний лічильник](#)) у різні проміжки часу потрапляє різна кількість [частинок](#) ^[9].
- [Спонтанне параметричне розсіяння](#) також можна використовувати в генераторах випадкових чисел^[10].

Неквантові явища простіше виявити, але АГВЧ, що засновані на них, будуть сильно залежати від [температури](#) (наприклад, величина [теплого шуму](#) пропорційна до температури навколишнього середовища). Серед процесів, що застосовують для створення АГВЧ, можна відзначити:

- [Тепловий шум](#) у [резисторі](#), з якого після посилення виходить генератор випадкової напруги. Зокрема, генератор чисел у комп'ютері [Ferranti Mark 1](#)^[en] ґрунтувався на цьому явищі^[4].
- [Атмосферний шум](#), що його виміряв радіоприймач; сюди ж можна віднести й прийом [космічних променів](#) за допомогою приймача, кількість яких у різні проміжки часу випадкова.
- [Різниця в швидкості ходу годинника](#)^[en] — явище, яке полягає в тому, що хід різних годинників не буде абсолютно збігатися^[11].

Принципи отримання випадкових величин на ЕОМ

Найбільш простим механізмом отримання випадкових величин є рулетка, де нерухома стрілка в момент зупинки новки диска, що обертається, з цифрами вказує на конкретне значення випадкової величини.

Циклічним процесом запуску та зупинки рулетки з наступним об'єднанням отриманих у кожному циклі цифр групи можна скласти таблицю випадкових цифр. Більше мільйон цифр містить найбільша подібна таблиця.

Досить складним завданням є отримання таблиць случайних чисел. Для створення подібної таблиці потрібна її перевірка, оскільки фізичний прилад генерує відмінні від рівномірного розподілу довільні числа. При роботі 3. Побудова математичної моделі та обчислювальний експеримент з великими таблицями випадкових чисел необхідний обсяг пам'яті, який займатиме відповідний файл, що зберігає цю таблицю.

Найбільш простим рішенням у цьому випадку було б відключення рулетки до ЕОМ. При цьому швидкість генерації випадкових чисел значно знизиться. У зв'язку з цим найбільш ефективним генератором випадкових величин будуть шуми в електронних лампах при реалізації наступного алгоритма: при перевищенні порогового значення рівня шуму парна кількість разів у розряд встановлюватиметься ця, інакше - нуль.

Насправді кількість генераторів дорівнює сумі розрядів псевдовипадкового числа, в які записуються нулі та їжі. При цьому на кожному кроці формується одна повноразрядне число, що має рівномірний розподіл в інтервалі $[0, 1]$.

Недоліки цього методу генерації:

- 1) Ймовірна відсутність рівноймовірності нулів та одиниць через несправність електронних генераторів шуму.
- 2) Неможливість відтворюваності випадкової послідовності чисел з метою перевірки працездатності програми.

Псевдовипадкові числа

Застосування зазначених вище датчиків в ЕОМ є досить дорогим, оскільки випадкові числа в парах використовуються рідко. Як рішення зазначеної проблеми можливе використання псевдовипадкових чисел. Отримання псевдовипадкових чисел виконує ЕОМ на основі алгоритмів і функцій, закладених у математичному описі санії. Зазначені алгоритми та функції постійно перевіряються, тому якість генерації псевдовипадкових чисел як правило забезпечується. Однак, оскільки всі дії ЕОМ заздалегідь запрограмовані, псевдовипадкові числа, отримані

59

3.4. Імітаційне моделювання

ні таким чином, важко назвати випадковими. З метою об'єктивного застосування псевдовипадкових послідовностей необхідно розуміти їх особливості. Визначимо спочатку, що називається псевдовипадковим числом. До таких чисел відносяться числа, розраховані, як правило, за рекурентною формою x_n і задовольняють ряду вимог, властивих випадок

ній величині.

Дж. фон Нейман в 1951 р. розробив перший алгоритм створення давання послідовності псевдовипадкових чисел, який називається метод середини квадратів, що полягає в слідує:

Нехай задано довільне 4-значне ціле число $n_1 = 5243$.

При зведенні його у квадрат виходить 8-значне число

$n_2 = 27489049$. Беремо 4 середні цифри з цього числа і обізнані чаєм їх як $n_2 = 4890$. Після зведемо вже нове число в квадрат $n_3 = 23912100$ і беремо наступні 4 середні цифри. У результаті виходить число $n_3 = 9121$. Продовжуючи вказані рекурентні дії, матимемо $n_4 = 1926$; $n_5 = 7094$; $n_6 = 3248$ і т.д.

Таким чином, псевдовипадкова послідовність чисел записується у такому вигляді: 0,5243; 0,4890; 0,9121; 0,1926; 0,7094; 0,3248 і т.д.

З вказаного вище простого алгоритму були створені більш складні. Однак механізм генерації послідовності псевдовипадкових чисел не змінився і полягає в подальшому вальному отриманні наступного значення з попереднього.

Переваги методів отримання псевдовипадкових чисел:

- 1) Швидкість отримання випадкових чисел пропорційно на швидкодії роботи ЕОМ, оскільки необхідно мінімальна кількість простих операцій для отримання псевдовипадкового числа.
- 2) Алгоритми та програми генерації псевдовипадкових чисел дуже прості за рахунок застосування рекурентних формул.
- 3) Відтворюваність послідовності псевдовипадкових чисел.
3. Побудова математичної моделі та обчислювальний експеримент
- 4) Можливість постійного використання послідовності псевдовипадкових чисел в однотипних задачах без додаткових процедур щодо їх атестації та опису змінних параметрів.

Імітаційне моделювання — метод, що дозволяє будувати моделі, що описують процеси так, як вони проходили б насправді. Таку модель можна «програти» у часі як для одного випробування, так і заданої їх множини. При цьому результати будуть визначатися випадковим характером процесів. За цими даними можна отримати досить стійку статистику.

Інше визначення: імітаційне моделювання — це метод дослідження, при якому система, що вивчається, замінюється моделлю, що з достатньою точністю описує реальну систему, і з нею проводяться експерименти з метою отримання інформації про цю систему.

Існує клас об'єктів, для яких з різних причин не розроблені аналітичні моделі, або не розроблені методи вирішення отриманої моделі. У цьому випадку математична модель замінюється імітатором або імітаційною моделлю.

Імітаційна модель — логіко-математичний опис об'єкта, який може бути використаний для експериментування на комп'ютері з метою проектування, аналізу та оцінки функціонування об'єкта.

В імітаційному моделюванні розрізняють два методи:

- метод статистичного моделювання;
- метод статистичних випробувань (Монте-Карло).

Статистичне моделювання — чисельний спосіб розв'язання математичних завдань, у якому шукані величини представляють ймовірнісними характеристиками будь-якого slučajного явища, це явище моделюється, після чого необхідні характеристики наближено визначають шляхом статистичної обробки «спостережень» моделі.

Метод Монте-Карло - загальна назва групи чисельних методів, заснованих на отриманні великої кількості реалізацій стохастичного (випадкового) процесу, який формується таким чином, щоб його імовірнісні характеристики відповідали аналогічним величинам розв'язуваного завдання.

Метод Монте-Карло — чисельний метод, який застосовується для моделювання випадкових величин і функцій, імовірнісні характеристики яких збігаються з розв'язками аналітичних задач.

Сутність методу Монте-Карло полягає в наступному: потрібно знайти значення а деякої вивчається величини. Для цього вибирають таку випадкову величину X , математичне очікування якої дорівнює: $M(X) = a$. ство оцінки (наближеного значення) a * шуканого числа a :

Застосування методу Монте-Карло до моделювання фізичних процесів. Чисел, що цікавлять нас значення фізичних величин знаходяться середнім по безлічі реалізацій моделюється процесу. Основною перевагою методу Монте-Карло в порівнянні з класичними чисельними методами полягає в тому, що з його допомогою можна досліджувати фізичні явища практично будь-якої складності, які інакше вирішити просто неможливо.

2.2 Методи формування послідовностей випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі числової осі (0,1)

Три способи:

- Апаратний (фізичний);
- табличний (файловий);
- Алгоритмічний (програмний).

Апаратний спосіб: використання спеціальної електронної приставки – генератора (датчика) випадкових чисел.

Табличний метод: вибірка випадкових чисел із заздалегідь складеної таблиці, що зберігається в пам'яті комп'ютера у вигляді спеціального файлу.

Алгоритмічний спосіб: обчислення випадкових чисел за спеціальними формулами у міру виникнення потреби у процесі моделювання.

Алгоритмічний спосіб формування послідовностей випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі числової осі (0,1), заснований на використанні рекурентного співвідношення виду:

Кожне число послідовності обчислюється в результаті перетворень попереднього числа або групи попередніх чисел. Початкова кількість задається дослідником.

Числа, одержувані алгоритмічним способом, насправді випадковими є, оскільки їх обчислення використовуються цілком детерміновані алгоритми. Тому такі числа прийнято називати псевдовипадковими. Послідовності псевдовипадкових чисел є періодичним. Кількість різних чисел у послідовності називається періодом.

Кількість випадкових чисел, необхідних для відтворення процесу функціонування об'єкта, що моделюється, не повинна перевищувати періоду використовуваної послідовності псевдовипадкових чисел. З урахуванням цієї вимоги вибирається метод формування такої послідовності.

Найбільш широко у практиці моделювання використовуються такі алгоритмічні методи формування послідовностей псевдовипадкових чисел в інтервалі $(0,1)$:

- Мультиплікативний метод (метод відрахувань);
- метод підсумовування;
- метод усічення;
- Метод перемішування.

Перевірка якості послідовностей випадкових чисел,
одержуваних алгоритмічними методами

Перевіряється:

- рівномірність розподілу псевдовипадкових чисел в інтервалі числової осі $(0, 1)$;
- Незалежність псевдовипадкових чисел.