

Лекція 5-6

Методи аналізу комп'ютеризованих систем управління технологічними процесами

Методи аналізу цифрових схем комп'ютеризованих систем управління технологічними процесами

3.1. Функціональний аналіз

Задачі аналізу пов'язані з дослідженням заданих об'єктів проектування. Результати аналізу дають відповідь на запитання, які властивості має досліджуваній об'єкт, наскільки він відповідає поставленим вимогам. Але ці результати не мають в собі рецептів відносно того, що треба зробити, щоб покращити об'єкт і виконати проектне завдання. Не дивлячись на це, роль аналізу в процесі проектування надзвичайно велика. Як правило, більш складні задачі синтезу об'єктів вирішуються за алгоритмами, які вимагають перебору декількох варіантів. Оцінка кінцевого варіанту виконується вирішенням задач аналізу.

Основою функціонального аналізу є одноваріантний аналіз – визначення вихідних параметрів об'єкта при заданих значеннях внутрішніх та зовнішніх параметрів. Більшість таких задач зводиться до вирішення системи звичайних диференціальних рівнянь. Тому ефективність методів та алгоритмів чисельного аналізу визначає і ефективність функціонального проектування.

Успішне вирішення задач одноваріантного аналізу дозволяє вирішувати задачі багатоваріантного аналізу, тобто досліджувати поведінку об'єкта при зміні його внутрішніх та зовнішніх параметрів. Основні задачі багатоваріантного аналізу є аналіз чутливості та статистичний аналіз. Вирішення цих задач показує, в якій мірі окремі зовнішні та внутрішні параметри об'єкта впливають на його вихідні параметри.

Важливою задачею функціонального проектування є пошук оптимальних значень внутрішніх параметрів при заданому технічному завданні. Необхідно так організувати пошук значень внутрішніх параметрів, щоб отримати їх оптимальне значення найбільш економічним способом. Ці задачі вирішує параметрична оптимізація, яка об'єднує два важливих аспекти: постановку задачі оптимізації та її вирішення. Обидва аспекти носять неформальний характер.

Функціональне проектування має в собі і пошук структури об'єкта. Відсутність формальних методів пошуку структури об'єкта не дозволяє говорити сьогодні про автоматизацію цього етапу.

Застосування комп'ютера для вирішення задач проектування пов'язано з ускладненням сучасних технічних об'єктів, що проявляється перш за все в збільшенні розмірності математичних задач, які необхідно вирішувати при розробці пристроїв. В даний час зберігається тенденція до збільшення цієї розмірності.

Розмірність задач обмежена можливостями обчислювальної техніки. Тому збільшення цих можливостей веде до збільшення розмірності задач, які можна вирішувати [12].

Розмірність задач або розмірність математичних моделей визначається порядком відповідних систем рівняння, яка описує об'єкт, але може бути оцінена і кількістю змінних в цій системі.

Для кількісної оцінки розмірності типових задач проектування можна навести такі приклади:

- при аналізі розподілених моделей на нижньому ієрархічному рівні диференційні рівняння в часткових похідних замінюються розносними рівняннями. Розрахунки ізоляційних систем високовольтних конструкцій дає від 1000 до 5000 таких рівнянь. При розробці лампового тріоду отримують близько 10^4 рівнянь;

- великі інтегральні схеми складаються з декількох тисяч компонентів. Кількість рівнянь дорівнює $10^4 \div 10^5$, що забагато навіть для сучасних комп'ютерів. Тому їх аналіз проводять по частинам, кожна з яких складається з $10^2 \div 10^3$ рівнянь;

- при розробці друкованих плат кількість рівнянь досягає 2000.

Система рівнянь в САПР, як правило, представлена в матричній формі, що пов'язано зі зручністю програмування матричних процедур для комп'ютерів. Відомо, що операції над матрицями можуть бути лаконічно описані за допомогою одного або декількох операторів циклу і це дає значну економію часу програмування.

Матриці в моделях об'єктів проектування сильно розріджені, тобто на один ненульовий елемент припадає від ста до тисячі нульових елементів. Застосування матричних методів без урахування цієї розрідженості досить дорого обійшлося розробникам програм. Їх програми виявилися неефективними за витратами машинного часу. За останні роки найбільш значних успіхів в області розвитку математичного забезпечення САПР досягнуто на шляху урахування великої розрідженості матриць [12].

Причина великої розрідженості матриць полягає в характері зв'язків між компонентами об'єкта. В матрицях цим компонентам відповідають рядки та стовпці. На перетину рядка та стовпця буде ненульовий елемент тоді, коли ці компоненти пов'язані між собою. В системі, як правило, один компонент пов'язаний з невеликою кількістю інших компонентів, що й призводить до появи нульових елементів в матриці. Зі збільшенням кількості компонентів розрідженість матриці значно зростає. Характер зв'язків компонент, а значить і розрідженість матриці, залежить і від природи змінних, тобто від вибору базисних координат.

Врахування розрідженості матриць зводиться до невиконання тих арифметичних операцій, результат яких відомий наперед. Це насамперед ті операції, в яких один з операндів має нульове значення. Якщо заповнення матриці нульовими елементами складає 90%, то скорочення кількості операцій теж складає 90%. Крім того, особливі методи опису матриць дозволяє скоротити і необхідний об'єм оперативної пам'яті.

Вихідні параметри об'єкта (потужність споживання, коефіцієнт підсилення, продуктивність, вартість, маса тощо), як правило, визначаються за значеннями змінних на одному кроку перехідного процесу або на одній частоті.

Можна виділити три групи вихідних параметрів:

- статичні параметри;
- динамічні параметри;
- частотні параметри.

Статичні вихідні параметри визначаються найбільш просто, тому що кожен з них є або фазовою змінною, або є відомою функцією декількох з них (наприклад, потужність споживання є добутком струму та напруги).

Динамічні та частотні параметри характеризують різні функціональні залежності фазових змінних від часу $X(t)$ або від частоти $X(\omega)$.

Визначення вихідних параметрів здійснюється за допомогою спеціальних програм, кожна з яких орієнтована на певну групу параметрів.

Крім розглянутих вихідних параметрів можна виділити групу граничних вихідних параметрів – граничних значень зовнішніх параметрів, при яких ще зберігається придатність об'єкта виконувати свої функції – максимальне навантаження, максимально допустима температура зовнішнього середовища, мінімальна амплітуда вхідного сигналу тощо.

Для визначення граничних вихідних параметрів необхідно виконати декілька варіантів аналізу об'єкта при зміні відповідного зовнішнього параметру.

3.2. Аналіз перехідних процесів

При аналізі перехідних процесів визначається зміна фазових змінних в часі при заданих значеннях внутрішніх та зовнішніх параметрів об'єкта проектування.

Математична модель, яка описує динамічні властивості об'єкта, є система звичайних диференціальних рівнянь. При цьому модель може бути отримана або в нормальній формі Коші (явна форма):

$$\frac{dX}{dt} = F(X, t),$$

де X – вектор фазових змінних, або в неявній формі:

$$F(\dot{X}, X, t) = 0.$$

Система (3.5) є частковим випадком більш загальної системи (3.6), якщо останню вдається вирішити відносно вектора X .

Аналіз перехідних процесів зводиться до визначення значень $X(t)$ на інтервалі часу $0 \dots T_k$ при заданих початкових умов $X(0)$. При вирішенні цієї задачі на інтервалі інтегрування виділяють кінцеву кількість точок t_m , в яких визначається значення X_m . Інтервал між точками називається кроком інтегрування і позначається h_m :

$$h_m = (t_{m+1} - t_m).$$

Усі методи чисельного інтегрування засновані на послідовному визначенні значень X , починаючи з $X_0, X_1 \dots X_m \dots X_k$. Таким чином, рішення задачі зводиться до знаходження для кожного моменту часу t_{m+1} значення X_{m+1} , причому відомі всі попередні значення].

Більшість методів інтегрування зводяться до знаходження X_{m+1} за формулою:

$$X_{m+1} = G(X_m, X_{m-1}, \dots, \dot{X}_{m-1}, \dots, \dot{X}_{m-p}),$$

де G – деяка функція, вигляд якої визначає метод рішення; p – кількість попередніх точок, які використовуються в формулах інтегрування.

Практичне застосування в програмах одноваріантного аналізу знайшли лінійні багатокрокові методи, для яких функція G є лінійною і при якій формула інтегрування має вигляд:

$$X_{m+1} = \sum_{j=1}^p a_j X_{m-j+1} + h \sum_{j=1}^p b_j \dot{X}_{m-j+1},$$

де h – константа для $j = 1, 2, \dots, p$, a_j та b_j – коефіцієнти.

Основні вимоги, які висуваються до методів інтегрування в САПР – універсальність, тобто можливість застосовувати їх до аналізу будь-якого об'єкта даного класу, алгоритмічна надійність, достатня точність, помірні витрати машинного часу та пам'яті.

Точність інтегрування можна оцінити, проаналізувавши повну похибку $\varepsilon_{m\pi}$ на кожному кроку інтегрування. Повну похибку можна визначити, коли відоме аналітичне рішення системи рівнянь. В практичних задачах точне рішення невідоме, тому необхідно оцінити основні складові повної похибки.

Повна похибка інтегрування на m -му кроку складається з таких складових частин:

- похибка апроксимації ε_{ma} – похибка методу інтегрування (методична похибка), яка пов'язана з заміною похідних кінцево-різностними виразами в формулі інтегрування, причому вона має місце завжди, навіть якщо значення X_m^i задано точно і немає інших складових повної похибки;
- похибки обчислень ε_{mo} , пов'язаних з похибками округлення чисел в комп'ютері та заміною неарифметичних операцій на арифметичні. Практика показує, що найчастіше ці похибки незначні;
- похибки накопичення ε_{mn} , які дорівнюють повній похибці на попередньому кроку інтегрування.

3.3. Аналіз статичних режимів

Для більшості технічних об'єктів перехідний процес носить асимптотичний стійкий характер, тобто при $t \rightarrow \infty$ об'єкт переходить в певний стійкий стан. В зв'язку з цим важливою задачею одноваріантного аналізу в САПР є обчислення значень фазових змінних в цьому стані.

Статичний режим можна розрахувати інтегруванням диференціальних рівнянь на значному проміжку часу. Цей метод називається методом встановлення. Метод надійний, але неефективний, тому що потребує великих витрат машинного часу.

В статичному режимі похідні фазових змінних дорівнюють нулю і відсутні зовнішні дії, які змінюються в часі, тому статичну модель можна визначити з динамічної, в результаті чого система диференціальних рівнянь перетворюється в систему алгебраїчних рівнянь (АР) типу:

$$F(X) = 0.$$

Аналітичне рішення таких систем знайти не вдається, тому для їх вирішення розроблено ряд обчислювальних методів, в основі яких лежить метод послідовних наближень (ітерацій), які виконуються за формулою:

$$X_{k+1} = \Phi(X_k). \quad (3.20)$$

Функціонал Φ вибирається таким чином, щоб забезпечити виконання умови:

$$\lim X_k \rightarrow X^*, \quad (3.21)$$

де X^* – точне рішення системи.

Точне рішення невідоме, тому повинні бути гарантії, що рішення буде сходитися. Це буде забезпечено, якщо похибка обчислень зменшується за кожною ітерацією, тобто:

$$|X_{k+1} - X_k| < |X_k - X_{k-1}|.$$

З точки зору обчислювальних витрат велике значення має швидкість, з якою сходиться рішення (швидкість, з якою зменшується похибка). В загальному випадку:

$$|E_{k+1}| = C|E_k|^m,$$

де $E_{k+1} = X_{k+1} - X_k$; $E_k = X_k - X_{k-1}$.

При $m = 1$ швидкість, з якою збігається рішення, лінійна. При $C \approx 1$ рішення сходиться дуже повільно (при $C = 1$ похибка взагалі не змінюється). При $m = 2$ величина $|E_k|^2$ буде величиною меншого порядку малості ніж $|E_k|$, тобто збіжність буде більшою в області точного рішення.

Загальна ітераційна формула має вигляд:

$$X_{k+1} = X_k + BF(X_k),$$

де B – ітераційна матриця розміром $n \times n$.

Вирішальним моментом при використанні ітераційної формули є вибір відповідної матриці B , причому основним критерієм є виконання умов збіжності. Тип матриці і визначає різні методи аналізу статичних режимів.

3.4. Аналіз чутливості до змін параметрів компонентів

Вихідні параметри об'єкта Y є функцією внутрішніх параметрів X та зовнішніх параметрів Q , тобто $Y = F(X, Q)$. Аналіз чутливості дозволяє оцінити ступінь впливу кожного параметра x_i або q_k на вихідні параметри об'єкта. Для вирішення цієї задачі необхідно провести багато варіантів аналізу, тому аналіз чутливості відноситься до багатоваріантного типу аналізу.

Результати такого аналізу мають велике значення, тому що з'являється можливість визначити найгірші режими роботи об'єкта з точки зору виконання вимог технічного завдання, а також оцінити стабільність вихідних параметрів при наявності факторів, які впливають на роботу системи. Аналіз чутливості сприяє правильному призначенню меж відхилення внутрішніх параметрів компонентів системи.

Але найбільше значення аналіз чутливості має при вирішенні задачі оптимізації внутрішніх параметрів, тому що дозволяє визначити, які параметри і в якому напрямку слід змінювати в першу чергу [17].

Кількісно ступінь впливу тих чи інших внутрішніх параметрів на вихідні параметри оцінюються за допомогою часткових похідних:

$$a_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \quad \text{або} \quad b_{ij} = a_{ij} \frac{y_{in}}{x_{jn}}, \quad (3.46)$$

де a_{ij} – абсолютний показник чутливості;

b_{ij} – відносний показник чутливості;

x_{jn}, y_{in} – номінальні значення параметрів.

В більшості випадків залежність вихідних параметрів від внутрішніх та зовнішніх параметрів невідома, тому вона визначається за результатами аналізу роботи об'єкта при заданих значеннях внутрішніх та зовнішніх параметрів.

Аналіз чутливості методом прирощення

Метод прирощення є універсальним методом розрахунку коефіцієнтів чутливості, який можна застосовувати для будь-якої групи вихідних параметрів. Цей метод заснований на чисельному диференціюванні залежності $y_i(x_j)$ в деякій точці X_0 :

$$a_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \approx \frac{\Delta y_i}{\Delta x_j} = \frac{y_i(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{j0} + \Delta x_j) - y_i(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{j0})}{\Delta x_j}$$

при $i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, n$,

де I – кількість вихідних параметрів;

n – кількість внутрішніх та зовнішніх параметрів.

3.5. Статистичний аналіз

Параметри реальних компонентів мають відхилення від номінального значення і тому їх можна розглядати як випадкові величини. Вихідні параметри об'єкта теж будуть мати відповідні відхилення від номінальних значень.

Задача статистичного аналізу – отримання інформації відносно розсіювання вихідних параметрів і розрахунки вірогідності виконання усіх показників об'єкта. На основі результатів статистичного аналізу можна прогнозувати можливий відсоток браку через відхилення параметрів від номінальних значень, а при урахуванні старіння внутрішніх компонентів можлива оцінка надійності об'єкта [17].

Статистичний аналіз є різновидністю багатоваріантного аналізу.

Початковими даними для статистичного аналізу є технічні вимоги на вихідні параметри, гранично допустимі відхилення зовнішніх параметрів та

відомості про закони розподілу внутрішніх параметрів. В більшості випадків точна статистична інформація про внутрішні параметри відсутня, але й в цих умовах можна отримати цінну інформацію.

Статистичний аналіз методом найгіршого випадку

За цим методом визначаються значення вихідних параметрів для найгіршого випадку.

Основний недолік цього методу – не виправдано жорсткі вимоги до діапазону зміни внутрішніх параметрів, тому що в дійсності вірогідність появи найгіршого випадку для них надзвичайно мала. Цей недолік стосується тільки внутрішніх параметрів. Вплив зовнішніх параметрів необхідно оцінювати за найгіршим випадком, тому що необхідно забезпечити функціонування об'єкта при будь-яких значеннях зовнішніх параметрів.

Метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло)

Цей метод дозволяє отримати найбільш точні дані про відхилення вихідних параметрів об'єкта. Суть методу зводиться до наступного: нехай X – випадкова величина, всі значення якої лежать на відрізку ab і підлягають закону розподілу $\varphi(x)$. Тоді вірогідність попадання величини X в заданий інтервал оцінюється за формулою:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b \varphi(x) dx.$$

Будемо моделювати на комп'ютері випадкові значення X за законом $\varphi(x)$ і вважати випробування вдалим, якщо значення X знаходиться в інтервалі ab . При великій кількості випробувань відношення M/N дорівнює інтегралу (15.1), де N – загальна кількість випробувань, а M – кількість вдалим випробувань.

Стосовно статистичного аналізу метод Монте-Карло зводиться до моделювання величини x_j за відомим законом розподілу та визначення відхилення вихідних параметрів. Якщо з N розрахунків M раз вихідний параметр дорівнював допустимому значенню, то відношення M/N є вірогідністю отримання придатної системи.

Точність методу залежить від кількості розрахунків N . При необхідній точності $(0,01 \div 0,001)\%$ необхідно провести 10^8 розрахунків, що нереально. Для початкових стадій проектування достатньо мати точність $(1 \div 5)\%$ для чого необхідно $100 \div 500$ випробувань і що забезпечує достовірність в 0,9.

3.6. Аналіз цифрових логічних схем

Для аналізу логічних схем застосовують такі методи [14, 20, 25, 36]:

1. Метод простої ітерації.
2. Метод Зейделя.
3. Метод Зейделя з рангуванням.
4. Метод подійного моделювання.

В методі простої ітерації аналіз проводять за формулою синхронної моделі:

$$V_i = F(X, V_{i-1}).$$

Ця формула говорить про те, що значення вектора V на даній ітерації знаходять по його значенням на попередній ітерації. Якщо $V_i = V_{i-1}$, то рішення знайдено. В протилежному випадку виконується ще одна ітерація. Якщо рішення не сходиться, то це говорить про помилки в схемі, які призводять до нестійкості пристрою. В схемах без зворотного зв'язку (без елементів пам'яті) рішення знаходиться за одну ітерацію.

В асинхронних моделях враховують реальні часові затримки компонентів у вигляді відносних затримок $\frac{\Delta\tau_j}{T_c}$. Кількість ітерацій дорівнює $\frac{T_c}{\Delta\tau_j}$ і,

як правило, ця кількість велика.

В асинхронних моделях можна застосовувати двозначні, трьохзначні та п'ятизначні алгебри (змінні). Трьохзначні змінні відображають вплив зміни затримок компонентів. Якщо компонент має затримки в інтервалі K_{min} та K_{max} і якщо вхідний сигнал приходить на вхід компонента в момент часу t , то вихідний сигнал не змінюється на протязі часу $t + K_{min}$ та після часу $t + K_{max}$. Стан компонента між цими інтервалами часу вважається невизначеним.

Алгоритм аналізу асинхронних моделей при ненульових затримках зводиться до виконання ряду кроків. На кожному кроку виконується обчислення по рекурентним співвідношенням, які складають модель. Кількість кроків визначається кількістю тактів, на які розподілено відрізок часу. При аналізі схем, які складаються з декількох сотень або тисяч компонентів, об'єм обчислень може бути надмірно великим.

Синхронні моделі складаються з рівнянь, у яких змінні в правій та частинах відносяться до одного і того ж відрізка часу.

Алгоритм аналізу синхронних моделей подібний до аналізу асинхронних моделей, у яких всі затримки мають однакову величину.

Аналіз синхронних моделей проводять в такій послідовності:

1. Отримують систему рівнянь, яка описує співвідношення між елементами схеми.
2. Задаються початковими значеннями вхідних змінних і визначають значення вихідного вектора.
3. Змінюють вхідний вектор і знаходять нове значення вихідного вектора.