

## Практичне заняття № 5. Тема «Вектори»

### Завдання для роботи в аудиторії та домашні завдання.

2.20. По заданих векторах  $a$  і  $b$  побудувати кожен із векторів:

1)  $3a$ ;    2)  $-\frac{1}{2}b$ ;    3)  $2a + \frac{1}{3}b$ ;    4)  $\frac{1}{2}a - 3b$ .

2.21 (ДЗ). В трикутнику  $ABC$  вектор  $\overline{AB} = m$  і вектор  $\overline{AC} = n$ . Побудувати кожен із векторів:

1)  $\frac{m+n}{2}$ ;    2)  $\frac{m-n}{2}$ ;    3)  $\frac{n-m}{2}$ ;    4)  $-\frac{m+n}{2}$ .

2.26. Перевірити колінеарність векторів  $a = (2; -1; 3)$  і  $b = (-6; 3; -9)$ . Встановити, який із них довший і в скільки разів. Як вони напрямлені – в одну, чи в протилежні сторони?

2.27(ДЗ). Визначити при яких значеннях  $\alpha$  і  $\beta$  вектори  $a = -2i + 3j + \beta k$  і  $b = \alpha i - 6j + 2k$  колінеарні.

2.30. Знайти орт вектора  $a = (6; -2; -3)$ .

2.31(ДЗ). Знайти орт вектора  $a = (3; 4; -12)$ .

2.40. Вектори  $a$  і  $b$  утворюють кут  $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ , знаючи, що  $|a| = 3$ ,  $|b| = 4$ , обчислити:

1)  $ab$ ;    2)  $a^2$ ;    5)  $(3a - 2b)(a + 2b)$

2.41(ДЗ). Вектори  $a$  і  $b$  взаємно перпендикулярні. Вектор  $c$  утворює з ними кути рівні  $\frac{\pi}{3}$ . Знаючи, що  $|a| = 3$ ,  $|b| = 5$ ,  $|c| = 8$ , обчислити 1)  $(3a - 2b)(b + 3c)$ .

2.46. Дано вектори  $a = (4; -2; -4)$ ,  $b = (6; -3; 2)$ . Обчислити:

1)  $ab$ ;    2)  $\sqrt{a^2}$ ;    4)  $(2a - 3b)(a + 2b)$ ;    5)  $(a + b)^2$

2.48(ДЗ). Дано точки  $A(-1; 3; -7)$ ,  $B(2; -1; 5)$  і  $C(0; 1; -5)$ . Обчислити:

1)  $(2\overline{AB} - \overline{CB})(2\overline{BC} + \overline{BA})$ ;    2)  $\sqrt{\overline{AB}^2}$

2.49. Обчислити, яку роботу виконує сила  $f = (3; -2; -5)$ , якщо точка, до якої прикладена сила, рухаючись прямолінійно, переміщується з точки  $A(2; -3; 5)$  в точку  $B(3; -2; -1)$ .

2.50(ДЗ). Дано три сили  $M = (3; -4; 2)$ ,  $N = (2; 3; -5)$  і  $P = (-3; -2; 4)$ , які прикладені до однієї точки. Обчислити, яку роботу виконує рівнодійна цих сил, коли точка, до якої вона прикладена, рухаючись прямолінійно, переміщується з точки  $M_1(5; 3; -3)$  в точку  $M_2(4; -1; -4)$ .

2.51. Дано вершини чотирикутника  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(1; 4; 0)$ ,  $C(-4; 1; 1)$  і  $D(-5; -5; 3)$ . Довести, що його діагоналі  $AC$  і  $BD$  взаємно перпендикулярні.

2.52(ДЗ). Визначити, при якому значенні  $\alpha$  вектори  $a = \alpha i - 3j + 2k$  і  $b = i + 2j - \alpha k$  взаємно перпендикулярні.

2.53. Обчислити косинус кута, утвореного векторами  $a = (2; -4; 4)$  і  $b = (-3; 2; 6)$ .

2.54(ДЗ). Дано вершини трикутника  $A(-1; -2; 4)$ ,  $B(-4; -2; 0)$  і  $C(3; -2; 1)$ . Знайти його внутрішній кут при вершині  $B$ .

2.55. Дано вершини трикутника  $A(3; 2; -3)$ ,  $B(5; 1; -1)$  і  $C(1; -2; 1)$ . Знайти його зовнішній кут при вершині  $A$ .

2.63. Знайти проекцію вектора  $s = (4; -3; 2)$  на вісь, яка складає з координатними осями рівні гострі кути.

2.66(ДЗ). Обчислити проекцію вектора  $a = (5; 2; 5)$  на вісь вектора  $b = (2; -1; 2)$ .

2.75. Дано вектори  $a = (3; -1; -2)$  і  $b = (1; 2; -1)$ . Знайти координати векторних добутків:

1)  $[a, b]$ ;    2)  $[(2a + b), b]$ ;    3)  $[(2a - b), (2a + b)]$ .

2.76(ДЗ). Дано точки  $A(2; -1; 2)$ ,  $B(1; 2; -1)$  і  $C(3; 2; 1)$ . Знайти координати векторних добутків:

1)  $[\overline{AB}, \overline{BC}]$ ;    2)  $[(\overline{BC} - 2\overline{CA}), \overline{CB}]$ .

2.78. Сила  $P = (2; -4; 5)$  прикладена до точки  $M_0(4; -2; 3)$ . Визначити момент цієї сили відносно точки  $A(3; 2; -1)$ .

2.79(ДЗ). Сила  $Q = (3; 4; -2)$  прикладена до точки  $C(2; -1; -2)$ . Визначити величину і напрямні косинуси моменту цієї сили відносно початку координат.

2.80. Сила  $P = (2; 2; 9)$  прикладена до точки  $A(4; 2; -3)$ . Визначити величину і напрямні косинуси моменту цієї сили відносно точки  $C(2; 4; 0)$ .

2.82. Дано точки  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 0; -3)$  і  $C(5; 2; 6)$ . Обчислити площу трикутника  $ABC$ .

2.83(ДЗ). Дано вершини трикутника  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(5; -6; 2)$  і  $C(1; 3; -1)$ . Обчислити довжину його висоти, опущеної з вершини  $B$  на сторону  $AC$ .

2.89. Визначити, якою є трійка векторів  $a, b, c$  (правою чи лівою), якщо:

1)  $a = k, b = i, c = j$ ;                      2) (ДЗ)  $a = i, b = k, c = j$ ;                      3)  $a = j, b = i, c = k$ ;

**2.97(ДЗ).** Дано три вектори:  $a = (1; -1; 3)$ ,  $b = (-2; 2; 1)$  і  $c = (3; -2; 5)$ . Обчислити  $abc$ .

**2.98.** Встановити, чи компланарні вектори, якщо:

1)  $a = (2; 3; -1)$ ,  $b = (1; -1; 3)$ ,  $c = (1; 9; -11)$ ;

2) (ДЗ)  $a = (3; -2; 1)$ ,  $b = (2; 1; 2)$ ,  $c = (3; -1; -2)$ ;

3)  $a = (2; -1; 2)$ ,  $b = (1; 2; -3)$ ,  $c = (3; -4; 7)$ .

**2.100.** Обчислити об'єм тетраедра, вершинами якого є точки  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(5; 5; 4)$ ,  $C(3; 2; -1)$ ,  $D(4; 1; 3)$ .

**2.101(ДЗ).** Дано вершини тетраедра  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(4; 1; -2)$ ,  $C(6; 3; 7)$ ,  $D(-5; -4; 8)$ . Знайти довжину його висоти, опущеної з вершини  $D$ .

**2.102\*.** Об'єм тетраедра  $V = 5$ , три його вершини:  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(2; -1; 3)$ . Знайти координати четвертої вершини  $D$ , якщо відомо, що вона лежить на осі  $Oy$ .

**Відповіді:**

**2.26.**  $|b| = 3|a|$ . В протилежні сторони. **2.27.**  $\alpha = 4$ ;  $b = -1$ . **2.29.**  $|\overline{AB}| = 2|\overline{CD}|$ . В одну сторону. **2.30.**  $\left(\frac{6}{7}; -\frac{2}{7}; -\frac{3}{7}\right)$ . **2.31.**  $\left(\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; -\frac{12}{13}\right)$ . **2.40.** 1) -6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) -61; 6) 37; 7) 73. **2.41.** 1) -62; 2) 162; 3) 373. **2.46.** 1) 22; 2) 6; 3) 7; 4) -200; 5) 129; 6) 41. **2.48.** 1) -524; 2) 13; 3) 3; 4) (-70; 70; -350), (-78; 104; -312). **2.49.** 31. **2.50.** 13. **2.52.** -6. **2.53.**  $\frac{5}{21}$ . **2.54.**  $45^\circ$ . **2.55.**  $\arccos\left(-\frac{4}{9}\right)$ . **2.63.**  $\sqrt{3}$ . **2.66.** 6. **2.75.** 1) (5; 1; 7); 2) (10; 2; 14); 3) (20; 4; 28). **2.76.** 1) (6; -4; -6); 2) (-12; 8; 12). **2.78.** (-4, 3; 4). **2.79.** 15;  $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ ;  $\cos\beta = -\frac{2}{15}$ ;  $\cos\gamma = \frac{11}{15}$ . **2.80.** 28;  $\cos\alpha = -\frac{3}{7}$ ;  $\cos\beta = -\frac{6}{7}$ ;  $\cos\gamma = \frac{2}{7}$ . **2.82.** 14. **2.83.** 5. **2.89.** 1) права; 2) ліва; 3) ліва; 4) права; 5) вектори компланарні; 6) ліва. **2.97.** -7. **2.98.** 1) компланарні; 2) не компланарні; 3) компланарні. **2.100.** 3. **2.101.** 11. **2.102.**  $D_1(0; 8; 0)$ ;  $D_2(0; -7; 0)$ .