

## Практичне заняття 4

### Таблична мінімізація комбінаційних схем

### Теоретичні відомості

Логічні вирази, що записані в ДДНФ та ДКНФ, не доцільно використовувати для побудови цифрових пристроїв. Схеми, як правило, не оптимальні з погляду їх практичної реалізації. Вони потребують велику кількість логічних елементів, що впливає на швидкодію, надійність, використану потужність, вартість, та інші параметри. При проектуванні цифрових пристроїв бажано виконати мінімізацію булевих функцій для побудови економічних схем. Загальна задача мінімізації полягає в тому, що необхідно знайти аналітичний вираз для булевої функції в формі, яка описується мінімальним числом логічних змінних.

Тому виникає необхідність *спростити вирази*. Процес спрощення має назву *мінімізації*. Критерій, відповідно до якого виконують мінімізацію, далеко не однозначний і залежить як від типу задачі, так і від рівня розвитку технології.

*Процес побудови цифрового пристрою називають логічним синтезом.*

Основними вимогами до задачі синтезу є: мінімальне число елементарних кон'юнкцій або диз'юнкцій у логічній формі й однорідність використовуваних операцій.

Крім вимог мінімізації є ряд обмежень і умов на *вибір елементної бази для синтезованого пристрою*.

Найпростіші логічні функції (І, АБО, НЕ, І-НЕ, АБО-НЕ) які описують дію пристрою мають назву – **БАЗИС**

Мінімальна форма запису (*МДНФ* так і *МКНФ*) логічного виразу описує принцип дії логічної схеми.

В основу метода покладено зображення булевої функції спеціальними діаграмами (картами) Карно.

В 1953 році Моріс Карно запропонував систему графічного представлення (карти Карно) й спрощення булевих виразів. При мінімізації логічних функцій в карті Карно обводять прямокутними контурами всі одиниці й далі записують мінімізовану функцію у вигляді суми логічних добутоків, які описують ці контури.

Еталонні карти Карно для булевих функцій чотирьох і п'яти змінних зображені на рис. 1. Кожна клітинка діаграми відповідає набору змінних булевих функцій згідно з таблицею істинності. Карта заповнюється за допомогою таблиці істинності чи логічних виразів ДДНФ або ДКНФ.

В клітку діаграми записується одиниця, якщо булева функція на цьому наборі дорівнює одиниці. Нульові визначення булевих функцій на діаграмі не записуються.

		$x_3 x_4$			
		00	01	11	10
$x_1 x_2$	00	0	1	3	2
	01	4	5	7	6
	11	12	13	15	14
	10	8	9	11	10

		$x_3 x_4 x_5$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
$x_1 x_2$	00	0	1	3	2	6	7	5	4
	01	8	9	11	10	14	15	13	12
	11	24	25	27	26	30	31	29	28
	10	16	17	19	18	22	23	21	20

Рис. 1 Карти Карно для функцій чотирьох і п'яти змінних

При проведенні контурів притримуються правил:

- 1) контур повинний бути прямокутним;
- 2) всередині контуру повинні бути тільки клітини, заповненні одиницями;
- 3) число клітин, які знаходиться всередині контуру, повинно бути цілою степеню числа 2, тобто можна об'єднувати 1, 2, 4, 8, ...,  $2^k$  членів;
- 4) одні й ті ж клітини, заповнені одиницями, можуть входити в декілька контурів, тобто контури можуть пересікатись;
- 5) при проведенні контурів самий нижній й самий верхній рядки таблиці вважаються сусідніми, теж само - для крайнього лівого й крайнього правого стовпців;
- 6) число контурів повинно бути як можна меншим, а самі контури як можна більшими.

7) Кожен член МДНФ містить лиш ті аргументи, які для кожного контура мають значення або без інверсії або з інверсією.

8) Число кон'юнктивних членів в МДНФ рівне сумі об'єднань клітин.

Методику мінімізації розглянемо на прикладі булевої функції, заданої таблицею істинності.

Таблиця 1.

Номер набору	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<b>F</b>	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Номер набору	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
<b>F</b>	1	1	0	0	1	1	0	1	0	*	0	0	1	0	0	0

Нанесемо дану функцію на карту Карно (рис. 2).

		$x_3x_4x_5$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
$x_1x_2$	00	1	1		1				1
	01					1	1	1	
11		*						1	
10	1	1				1			

Рис. 2. Приклад мінімізації за методом карт Карно

Після мінімізації отримаємо:

$$F = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_5 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_5 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5$$

На рис. 3. наведена електрична принципова схема булевої функції, заданої таблицею істинності.

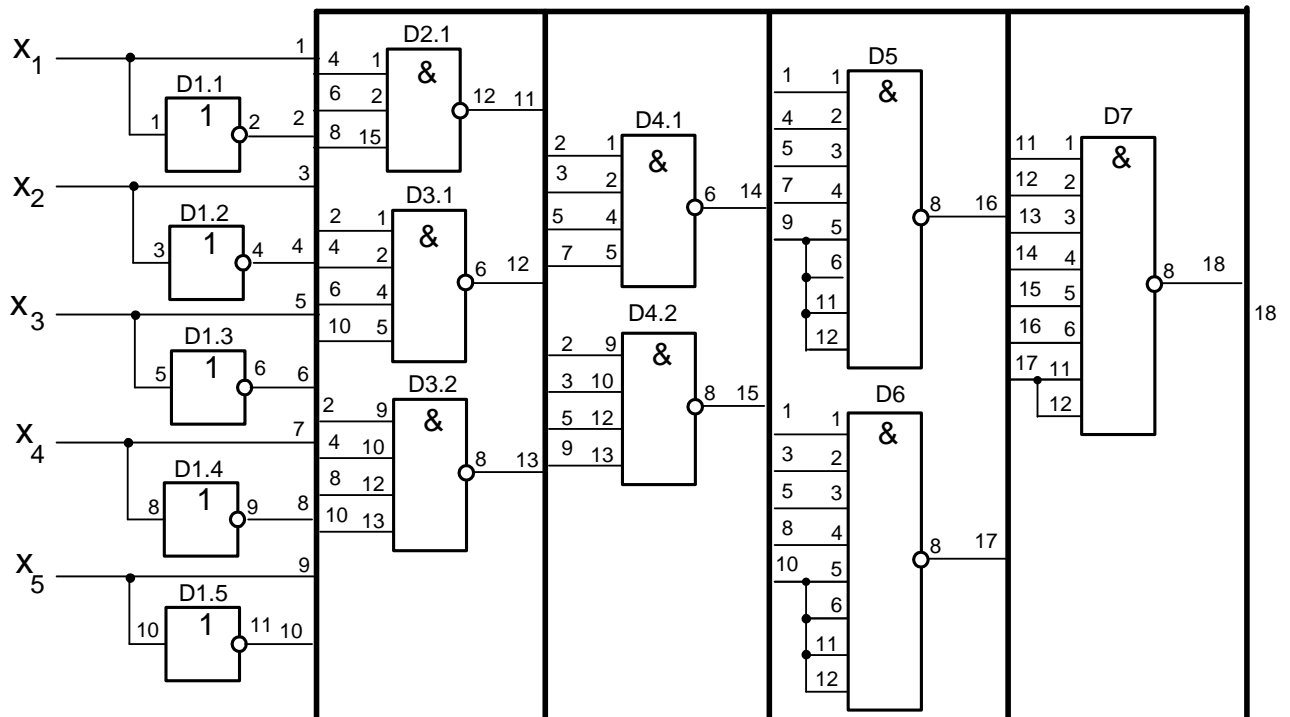


Рис. 3. Електрична принципова схема булевої функції, заданої таблицею істинності 1.

**Завдання .**

1. Згідно з заданим викладачем варіантом запишіть вираз для мінімальної форми логічної функції п'яти змінних конституанті одиниці і невизначеності (позначені значком \* ), використовуючи Карти Карно на 5-ть та 4-ри змінних (розділивши по старшій змінній функцію 5-ти змінних на дві функції 4-х змінних).
2. Переведіть обидва вирази у базис «АБО-НІ» (за правилом Де Моргана). Порівняйте їх й оберіть оптимальний за кількістю елементів.
3. Побудуйте принципову електричну схему для реалізації обраного виразу й дослідіть його за допомогою Логічного аналізатора, підключивши до нього входи та вихід схеми (послідовність нулів та одиниць графіку виходу повинна відповідати послідовності, що задана у таблиці варіантів).
4. Зробити висновки.

Таблиця 2.

Номери наборів	Номер варіанту																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	*	1
1	*	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	*	*	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	*	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	0	0	0	*	0	0	0	*	1	0	0	1	0	1	0	1
5	0	1	0	0	0	0	0	*	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	*
6	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	*	1	1

<b>8</b>	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	*	1	1
<b>9</b>	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	*	0	0	0
<b>10</b>	1	0	1	1	0	1	*	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
<b>11</b>	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	*	0	0	0	0	1	0	1
<b>12</b>	0	0	0	1	0	0	0	0	*	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
<b>13</b>	*	*	0	1	0	1	0	0	*	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0
<b>14</b>	0	0	0	1	0	*	*	1	1	0	0	0	1	*	0	1	*	0	0	0
<b>15</b>	1	*	0	0	0	0	*	0	1	0	0	*	1	1	1	1	1	0	0	0
<b>16</b>	1	0	0	*	0	0	0	0	0	1	1	0	0	*	0	0	0	1	0	1
<b>17</b>	1	1	0	0	1	*	0	0	0	*	1	1	*	1	0	0	0	0	0	0
<b>18</b>	1	0	1	0	0	*	0	1	1	1	*	1	0	0	0	1	1	0	1	0
<b>19</b>	0	1	1	0	*	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	*	1	0
<b>20</b>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	*	0	0	0	0	1
<b>21</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	*	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>22</b>	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>23</b>	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>24</b>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	*	1	0	1	0	0	1	1	1
<b>25</b>	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	*	0
<b>26</b>	1	*	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	*	0	0	1	0
<b>27</b>	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	*	1	0
<b>28</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>29</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0
<b>30</b>	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
<b>31</b>	1	0	1	0	0	1	0	0	0	*	1	0	1	*	0	*	0	1	*	0