

Практична робота №5

РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНОЇ СИСТЕМИ ПО ФУНКЦІОНАЛЬНІЙ СХЕМІ.

Мета роботи: Ознайомитися з методами розрахунку структурної надійності систем. Навчитися визначати надійність систем із послідовним, паралельним та змішаним з'єднанням елементів.

Теоретичні відомості

Система – сукупність взаємодіючих елементів, призначених для самостійного виконання заданих функцій.

Елемент – найпростіша складова частина системи.

Технічна система складається із декількох окремих елементів, кожен з яких має різний рівень надійності. Від сполучення цих надійностей залежить загальний рівень надійності системи в цілому. Для розрахунку імовірності безвідмовної роботи системи необхідно знати, до якого типу з'єднання (з точки зору теорії надійності) належить комбінація її елементів – до послідовного чи паралельного.

Системою із послідовним з'єднанням елементів (рис. 5.1) називається система, у якій відмовлення будь-якого елемента викликає відмовлення всієї системи. Наприклад, електричну машину зазвичай розглядають як пристрій із послідовно з'єднаних елементів, оскільки відмовлення в роботі будь-якого з них завжди пов'язане із зупинкою машини.

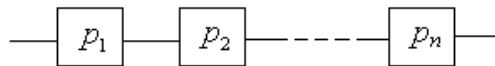


Рис. 5.1. Система із послідовним з'єднанням елементів

У системі з послідовним з'єднанням для безвідмовної роботи протягом деякого напрацювання t необхідно і достатньо, щоб кожен з її n елементів працював безвідмовно протягом цього напрацювання. У подальшому для спрощення замість $P(t), Q(t)$ використаємо скорочений запис P, Q . Вважаючи відмовлення елементів незалежними, імовірність одночасної безвідмовної роботи n елементів визначається за теоремою множення імовірностей: імовірність спільної появи незалежних подій дорівнює добутку імовірностей цих подій

$$P = p_1 p_2 \dots p_n = \prod_{i=1}^n p_i. \quad (5.1)$$

Із формули (5.1) очевидно, що надійність послідовної системи виявляється тим нижчою, чим більша кількість елементів (наприклад, при $p_1 = p_2 = \dots = p_n = 0,95$ і $n=10$ маємо $P=0,60$, при $n=15$ $P=0,46$, а при $n=20$ $P=0,36$). Крім того, оскільки всі співмножники в правій частині виразу (5.1) не перевищують одиниці, імовірність безвідмовної роботи такої системи не

може перевищувати імовірність безвідмовної роботи найменш надійного з її елементів (принцип "гірше гіршого").

Системою із паралельним з'єднанням елементів (рис. 5.2) називається система, відмовлення якої відбувається тільки у випадку відмовлення всіх її елементів. Такі схеми надійності характерні для технічних систем, у яких елементи резервуються, тобто паралельне з'єднання використовується як метод підвищення надійності. Проте такі системи зустрічаються і самостійно (наприклад, системи двигунів чотиримоторного літака чи паралельне включення діодів у потужних випрямлячах).

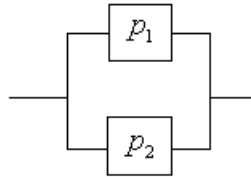


Рис. 5.2. Система із паралельним з'єднанням елементів

Для відмовлення системи із паралельним з'єднанням елементів протягом напрацювання t необхідно і достатньо, щоб усі її елементи відмовили протягом цього напрацювання. Таким чином відмовлення системи полягає в спільному відмовленні всіх елементів, імовірність чого (при допущенні незалежності відмовлень) може бути знайдена за теоремою множення імовірностей як добуток імовірностей відмовлення елементів:

$$Q = q_1 q_2 \dots q_n = \prod_{i=1}^n q_i = \prod_{i=1}^n (1 - p_i). \quad (5.2)$$

Відповідно, імовірність безвідмовної роботи

$$P = 1 - Q = 1 - \prod_{i=1}^n q_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i), \quad (5.3)$$

тобто, надійність системи з паралельним з'єднанням підвищується при збільшенні числа елементів (наприклад, при $p_n = 0,9$ и $n = 2$ $P = 0,99$, а при $n = 3$ $P = 0,999$).

Оскільки $q_i < 1$, добуток у правій частині (5.3) завжди менше кожного зі співмножників, тобто імовірність відмовлення системи не може бути вищою імовірності відмовлення найбільш надійного її елемента ("краще кращого") і навіть з порівняно ненадійних елементів можлива побудова цілком надійної системи.

Систему типу "m з n" можна розглядати як варіант системи із паралельним з'єднанням елементів, відмовлення якої відбудеться, якщо з n елементів, з'єднаних паралельно, працездатними виявляться менше ніж m елементів ($m < n$).

На рис. 5.3 представлена система "2 з 5", що працює, якщо з п'яти її елементів працюють будь-які два, три, чотири чи всі п'ять (на схемі пунктиром обведені функціонально необхідні два елементи, причому виділення елементів 1 і 2 зроблено умовно, насправді всі п'ять елементів рівнозначні). Системи типу " m з n " найчастіше зустрічаються в електричних і зв'язкових системах (при цьому елементами виступають сполучні канали), технологічних лініях, а також при структурному резервуванні.

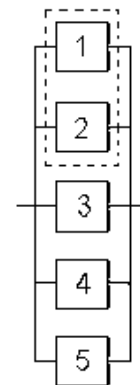


Рис. 6.3. Система "2 з 5"

Розрахунок надійності системи " m з n " може здійснюватись комбінаторним методом, в основі якого лежить формула біноміального розподілу. Біноміальному розподілу підкоряється дискретна випадкова величина k – кількість появ деякої події в серії з n дослідів, якщо в окремому досліді імовірність появи події складає p . При цьому імовірність появи події рівно k разів визначається

$$P_k = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad (5.4)$$

де C_n^k – біноміальний коефіцієнт, називаний "числом сполучень по k з n " (тобто скількома різними способами можна реалізувати ситуацію " k з n "):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad (5.5)$$

Оскільки для відмовлення системи " m з n " достатньо, щоб кількість справних елементів була меншою за m , імовірність відмовлення може бути знайдена за теоремою додавання імовірностей для $k = 0, 1, \dots, (m-1)$:

$$Q = \sum_{k=0}^{m-1} P_k = \sum_{k=0}^{m-1} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \quad (5.6)$$

Аналогічним чином можна знайти імовірність безвідмовної роботи як суму (6.8) для $k=m, m+1, \dots, n$:

$$P = \sum_{k=m}^n P_k = \sum_{k=m}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k}. \quad (5.7)$$

Очевидно, що $Q+P=1$, тому в розрахунках варто вибирати ту з формул (5.6), (5.7), що у даному конкретному випадку містить меншу кількість доданків.

Для системи "2 з 5" (рис. 5.3) за формулою (5.7) одержимо:

$$P = C_5^2 p^2 (1-p)^3 + C_5^3 p^3 (1-p)^2 + C_5^4 p^4 (1-p) + C_5^5 p^5 = 10p^2(1-p)^3 + 10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5 = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5. \quad (5.8)$$

Імовірність відмовлення тієї ж системи за (6.6):

$$Q = C_5^0 (1-p)^5 + C_5^1 p(1-p)^4 = (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 = 1 - 10p^2 + 20p^3 - 15p^4 + 4p^5, \quad (5.9)$$

що, як видно, дає той же результат для імовірності безвідмовної роботи.

У табл. 5.1 приведені формули для розрахунку імовірності роботи систем типу " m з n " при $m < n \leq 5$.

m	Загальна кількість елементів, n				
	1	2	3	4	5
1	p	$2p - p^2$	$3p - 3p^2 + p^3$	$4p - 6p^2 + 4p^3 - p^4$	$5p - 10p^2 + 10p^3 - 5p^4 + p^5$
2	-	p^2	$3p^2 - 2p^3$	$6p^2 - 8p^3 + 3p^4$	$10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$
3	-	-	p^3	$4p^3 - 3p^4$	$10p^3 - 15p^4 + 6p^5$
4	-	-	-	p^4	$5p^4 - 4p^5$

Місткова структура (рис. 5.4) не зводиться до паралельного чи послідовного типу з'єднання елементів, а являє собою паралельне з'єднання послідовних ланцюжків елементів з діагональними елементами, включеними між вузлами різних паралельних гілок (елемент 3 на рис. 5.4, а, елементи 3 і 6 на рис. 5.4, б). Працездатність такої системи визначається не тільки кількістю елементів, що відмовили, але і їхнім положенням у структурній схемі. Наприклад, працездатність технічної системи, схема якої наведена на рис. 5.4, а, буде втрачена при одночасному відмовленні елементів 1 і 2, чи 4 і 5, чи 1,3 і 5 чи 2, 3 і 4. У той же час відмовлення елементів 1 і 5, чи 2 і 4, чи 1, 3 і 4, чи 2, 3 і 5 не викличе відмовлення системи.

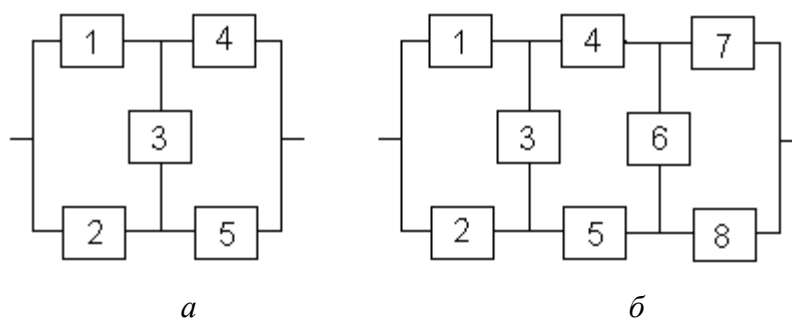


Рис. 5.4. Місткові схеми

Для аналізу надійності місткової схеми можна скористатися методом розкладання щодо особливого елемента, заснованим на відомій у математичній логіці теоремі про розкладання функції логіки по будь-якому аргументу. Відповідно до неї, можна записати:

$$P = p_i P|_{p_i=1} + q_i P|_{p_i=0}, \quad (5.10)$$

де p_i і $q_i = 1 - p_i$ – імовірності безвідмовної роботи і відмовлення i -го елемента; $P|_{p_i=1}$ і $P|_{p_i=0}$ – імовірності працездатного стану системи за умови, що i -й елемент абсолютно надійний і що i -й елемент відмовив.

Для місткової схеми (рис. 5.4, а) як особливий елемент доцільно вибрати діагональний елемент 3. При $p_3 = 1$ місткова схема перетворюється в паралельно - послідовне з'єднання (рис. 5.5, а), а при $p_3 = 0$ – у послідовно - паралельне (рис. 5.5, б).



Рис. 5.5. Перетворення місткової схеми при абсолютно надійному (а) та такому, що відмовив (б) центральному елементі

Для перетворених схем можна записати:

$$P|_{p_i=1} = [1 - (1 - p_3)(1 - p_2)] \cdot [1 - (1 - p_4)(1 - p_5)], \quad (5.11)$$

$$P|_{p_i=0} = 1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5). \quad (5.12)$$

Тоді на підставі формули (6.10) одержимо:

$$P = p_3 [1 - (1 - p_1)(1 - p_2)] \cdot [1 - (1 - p_4)(1 - p_5)] + (1 - p_3) [1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5)]. \quad (5.13)$$

Цим методом можна скористатися і при розкладанні щодо декількох "особливих" елементів. Наприклад, для двох елементів (i, j) вираз (6.10) набуде вигляду:

$$P = p_i p_j P|_{p_j=1}^{p_i=1} + p_i q_j P|_{p_j=0}^{p_i=1} + q_i p_j P|_{p_j=1}^{p_i=0} + q_i q_j P|_{p_j=0}^{p_i=0}. \quad (5.14)$$

Імовірність безвідмовної роботи місткової схеми (рис. 5.4, б) при розкладанні щодо діагональних елементів 3 і 6 за (5.14) визначиться:

$$P = p_3 p_6 P|_{p_6=1}^{p_3=1} + p_3 q_6 P|_{p_6=0}^{p_3=1} + q_3 p_6 P|_{p_6=1}^{p_3=0} + q_3 q_6 P|_{p_6=0}^{p_3=0}. \quad (5.15)$$

Більшість реальних технічних систем має складну **комбіновану структуру**, частину елементів якої утворить послідовне з'єднання, іншу частину – паралельне, окремі гілки чи елементи структури гілки утворюють місткові схеми чи схеми типу "m з n". У цих випадках доцільно попередньо зробити декомпозицію системи, розбивши її на прості підсистеми – групи елементів, методика розрахунку надійності яких відома. Потім ці підсистеми в структурній схемі надійності замінюються квазіелементами з імовірностями безвідмовної роботи, рівними обчисленим імовірностям безвідмовної роботи цих підсистем. При необхідності таку процедуру можна виконати кілька разів поки квазіелементи, що залишилися, не утворять структуру, методика розрахунку надійності якої також відома.

Як приклад розглянемо комбіновану систему, представлену на рис. 5.6. Тут елементи 2 і 5, 4 і 7, 9 і 12, 11 і 14 попарно утворюють один з одним послідовні з'єднання. Замінімо їх відповідно квазіелементами А, В, С, D, для яких розрахунок надійності елементарно виконується за формулою 5.1. Елементи 15, 16, 17 і 18 утворюють паралельне з'єднання, а елементи 3, 6, 8, 10 і 13 - систему "3 з 5". Відповідні квазіелементи позначимо Е і F. У результаті перетворена схема набуде вигляду, показаного на рис. 5.7, а. У ній у свою чергу елементи А, В, С, D, F утворюють місткову схему, що замінюється квазіелементом G. Схема, отримана після таких перетворень (рис. 5.10, б), утворить послідовне з'єднання

елементів 1, G, E, 19, для яких справедливе співвідношення 5.1.

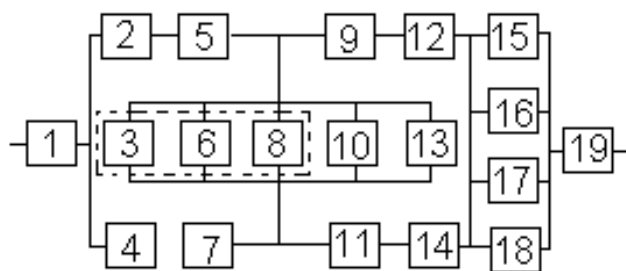


Рис. 5.6. Вихідна схема

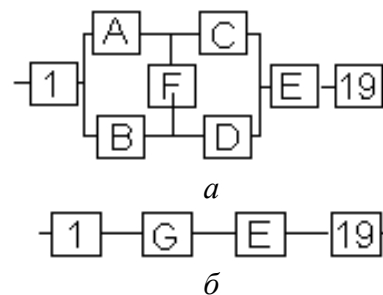


Рис. 5.7. Перетворені схеми

Завдання

За структурною схемою надійності електромеханічної системи, відповідно до варіанту завдання, побудувати залежність імовірності безвідмовної роботи системи від часу напруцювання в діапазоні зниження імовірності до рівня 0,1 – 0,2.

Усі елементи системи працюють у режимі нормальної експлуатації. Значення інтенсивності відмовлень елементів системи наведені у табл. 5.2.

Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3
Варіант 4	Варіант 5	Варіант 6
Варіант 7	Варіант 8	Варіант 9
Варіант 11	Варіант 12	

Варіант 10 Варіант 13	Варіант 14	Варіант 15
Варіант 16	Варіант 17	Варіант 18
Варіант 19	Варіант 20	Варіант 21
Варіант 22	Варіант 23	Варіант 24
Варіант 25	Варіант 26	Варіант 27
Варіант 28	Варіант 29	Варіант 30

Таблиця 5.2

Вихідні дані

№ вар.	Інтенсивності відмовлень елементів, $\lambda_i \times 10^{-6}$, год ⁻¹														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,1	1,0					0,5	1,0					0,1		
2	0,2	0,5								1,0					0,1
3	0,1	1,0				2,0		1,0				5,0			0,2
4	0,05	1,0					0,5				0,2				0,02
5	0,1	0,5				1,0		0,5				1,0		0,1	-
6	0,05	0,2	0,5										0,2		0,1
7	0,01	1,0												0,1	-
8	0,01	0,1	10,0					0,2		10,0			0,5		-
9	0,01	1,0	5,0						0,2		5,0			0,1	-
10	0,1	5,0	0,5	5,0	1,0	3,0	1,0	5,0	0,5	5,0					
№ вар.	Інтенсивності відмовлень елементів, $\lambda_i \times 10^{-6}$, год ⁻¹														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	0,1	1,0	2,0	1,0	5,0			3,0			1,0		0,05		
12	0,1	5,0	1,0	5,0	10,0		5,0			1,0			0,2		
13	0,1	10,0				20,0						10,0			
14	1,0					0,2	0,5	1,0	0,5	1,0				0,1	
15	0,1	1,0			0,5			2,0	0,5	0,2		1,0			
16	1,0	2,0		3,0	5,0				2,0	5,0			1,0		
17	1,0	2,0			4,0	2,0			4,0	5,0			1,0		
18	2,0	1,0	2,0	1,0	5,0		2,0	5,0	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0	
19	5,0	20,0				50,0				30,0				1,0	
20	1,0	2,0	3,0	4,0	2,0	3,0			5,0			0,2	0,5		
21	6,0	3,0	6,0	3,0		6,0	20,0				10,0				
22	2,0					1,0					0,6				
23	10,0					30,0					5,0	2,0			
24	3,0			2,0	1,0	2,0	3,0	2,0							
25	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0	5,0									
26	0,1	1,0	2,0	1,0	5,0	0,2									
27	0,05	1,0					0,5				0,2				0,02
28	0,1	0,5				1,0	0,5				1,0		0,1	-	
29	2,0	1,0	2,0	1,0	5,0	2,0	5,0	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0		
30	5,0	20,0				50,0				30,0				1,0	

Порядок виконання роботи

1. Розбити вихідну систему на підсистеми, що являють собою послідовні, паралельні структури, схеми типу "m з n" або місткові схеми. Визначити імовірність безвідмовної роботи кожної підсистеми через імовірність безвідмовної роботи її складових елементів. Замінити ці підсистеми в структурній схемі надійності квазіелементами А, В, С і т.д. При необхідності процедуру повторювати до тих пір, поки квазіелементи, що залишилися, не утворять просту структуру.

2. Виразити імовірність безвідмовної роботи системи через надійність квазіелементів.

3. Оскільки за умовою всі елементи системи працюють у період нормальної експлуатації, то імовірність безвідмовної роботи елементів з 1 по 14 (або 15) підкоряються експонентному закону:

$$p_i = e^{-\lambda_i t}.$$

Потрібно визначити імовірності безвідмовної роботи кожного з елементів для напрацювань, що вказані у табл. 6.3 та записати результати розрахунків у цю таблицю.

4. Розрахувати імовірності безвідмовної роботи квазіелементів для заданих напрацювань. Результати занести до табл. 5.3.

5. Визначити надійність системи для заданих напрацювань. Результати записати у табл. 5.3.

6. Побудувати графік зміни імовірності безвідмовної роботи системи від часу напрацювання в діапазоні зниження імовірності до рівня $P(t) = 0,1 \dots 0,2$, використавши результати розрахунків. Якщо мінімальний рівень надійності системи із табл. 5.3 вищий за потрібний, то необхідно доповнити таблицю розрахунками для декількох більших значень часу напрацювання.