

Практичне заняття №7

Розрахунок дзеркальної антени 7

Мета заняття:

1. Вивчити порядок та послідовність наближеного електричного розрахунку антени з дзеркалом у вигляді параболоїда обертання.

Завдання

1. Розрахувати розміри антени з дзеркалом у вигляді параболоїда обертання.

Хід заняття

1 Вихідними даними для такої задачі зазвичай є призначення антени, довжина хвилі λ , потрібна ширина ДН на половинному рівні потужності $\theta_{0,5}$, допустимий рівень бічних пелюсток.

2 Електричний розрахунок такої антени здійснюють у такій послідовності:

2.1 Беручи до уваги призначення антени чи заданий допустимий рівень бічних пелюсток, визначають потрібний рівень послаблення амплітуди на краях дзеркала. При цьому можна користуватись таблицями 7.1 та 7.2. Для антен, які працюватимуть у складі радіолокаційних, радіорелейних, телеметричних і т. п., послаблення поля на краях дзеркала зазвичай приймають рівним 10 дБ (якщо відсутні спеціальні вимоги). Антени, які прийматимуть дуже слабкі сигнали (радіотелескопи, антени космічних радіоліній) зазвичай проектують таким чином, щоб їхня власна шумова температура була малою. Для цього вони повинні мати малий рівень бічних пелюсток. Внаслідок цього у таких антен послаблення поля на краях дзеркала досягає 15...20 дБ.

Таблиця 7.1

Тип площадки	Розподіл поля по площадці	Ширина ДН по половинній потужності	Амплітуда 1-ї бічної пелюстки		КВП
			%	дБ	
Прямокутна	$E_S = E_0 = \text{const}$	$51 \frac{\lambda}{a}$	21	-13,5	1,00
Прямокутна	$E_S = E_0 \cos(\pi x'/a)$	$68 \frac{\lambda}{a}$	7	-23,1	0,81
Кругла	$E_S = E_0 = \text{const}$	$60 \frac{\lambda}{d}$	13	-17,6	1,00
Кругла	$E_S = E_0 (1 - R^2)$	$73 \frac{\lambda}{d}$	6	-24,6	0,75
Кругла	$E_S = E_0 (1 - R^2)^2$	$84 \frac{\lambda}{d}$	3	-30,6	0,56

Таблиця 7.2

$\frac{R_0}{p}$	$(kR_0 \sin \theta_{0,5}^H)$	$\theta_{0,5}^H$	$(kR_0 \sin \theta_{0,5}^E)$	$\theta_{0,5}^E$	Рівень бічних пелюсток, дБ			
					H_1	H_2	E_1	E_2
0,4	1,67	$\frac{61\lambda}{2R_0}$	1,73	$\frac{63\lambda}{2R_0}$	—	—	—	—
0,6	1,73	$\frac{63\lambda}{2R_0}$	1,95	$\frac{71\lambda}{2R_0}$	16	20	20	25
0,8	1,90	$\frac{70\lambda}{2R_0}$	2,27	$\frac{83\lambda}{2R_0}$	24	29	25	29

1,0	2,17	$\frac{79\lambda}{2R_0}$	2,63	$\frac{96\lambda}{2R_0}$	27	30	26	30
-----	------	--------------------------	------	--------------------------	----	----	----	----

Тут R_0 – радіус параболоїда (рисунок 11.1); $2f = p$ – параметр параболоїда; f – фокусна відстань; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; H_1 , H_2 – перша та друга бічна пелюстки у площині вектора $\vec{H}$; E_1 , E_2 – перша та друга бічна пелюстки у площині вектора $\vec{E}$. Наведені у таблиці 7.2 дані є орієнтовними! На практиці відповідні величини можуть змінюватись залежно від ряду факторів (типу опромінювача, точності виготовлення антени, точності фокусування тощо).

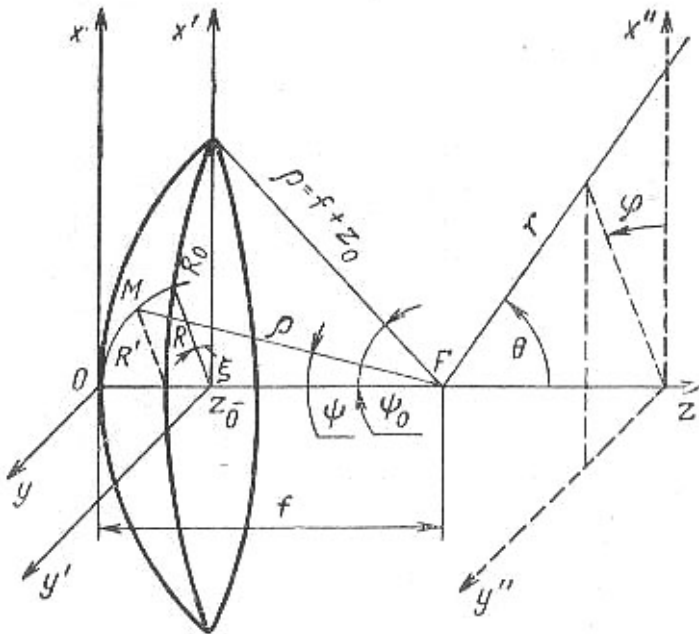


Рисунок 7.1 – Геометричні характеристики

параболоїдного дзеркала

2.2 Після визначення (приблизного) необхідного послаблення поля на краях дзеркала, переходять до вибору опромінювача та кута розкриву дзеркала ψ_0 . Вибираючи опромінювач, у першу чергу беруть до уваги довжину хвилі, потрібну діапазонність, допустиме затінення дзеркала, необхідну потужність випромінювання тощо.

Після вибору типу опромінювача, визначають його ДН $F(\psi)$ або за точнішими формулами, або за цими наближеними:
– для вібраторних опромінювачів:

$$F(\psi) = \cos^2 \psi, \quad 0 \leq \psi \leq \pi/2; \quad (7.1)$$

– для двощілинних опромінювачів зворотного випромінювання:

$$F_H(\psi) = \cos \psi, \quad F_E(\psi) = \cos \left(\frac{kd}{2} \sin \psi \right); \quad (7.2)$$

– для рупорних опромінювачів та відкритого кінця хвилеводу:

$$F_H(\psi) = \frac{1 + \cos \psi}{2} \frac{\cos u}{1 - \left(\frac{2}{\pi} u \right)^2}, \quad u = \frac{ka_p}{2} \sin \psi; \quad (7.3)$$

$$F_E(\psi) = \frac{1 + \cos \psi}{2} \frac{\sin u}{u}, \quad u = \frac{kb_p}{2} \sin \psi.$$

Потім визначають кут розкриву дзеркала ψ_0 . Його вибирають таким, щоб для вибраного опромінювача отримати

потрібне послаблення амплітуди поля на краях дзеркала. Кут ψ_0 визначають з рівності

$$F(1) = \frac{1 + \cos \psi_0}{2} F(\psi_0), \quad (7.4)$$

де $F(1)$ – нормоване значення амплітуди поля на краю дзеркала (тобто при $R' = 1$); $F(\psi_0)$ – значення нормованої ДН опромінювача для кута ψ_0 .

2.3 Знаходиться приблизно діаметр параболоїда $2R_0$ за допомогою формули $2\theta_{0,5} \cong 70 \lambda / 2R_0$, звідки

$$2R_0 \cong 70 \lambda / 2\theta_{0,5}^0. \quad (7.5)$$

Коефіцієнт 70 є наближеним. Він залежить від ДН опромінювача та відношення R_0/p . Його значення можна уточнити за допомогою таблиць 7.1 та 7.2.

2.4 Визначаємо фокусну відстань з формули $R_0/p = tg(\psi_0/2)$, звідки

$$f = \frac{R_0}{2tg(\psi_0/2)}. \quad (7.6)$$

2.5 Розраховується профіль параболи за формулою

$$x^2 + y^2 = 4 fz \quad (7.7)$$

або

$$\rho = \frac{2f}{1 + \cos \psi}. \quad (7.8)$$

2.6 ДН антени розраховують за формулою

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^m \frac{a_n}{n+1} \Lambda_{n+1}(u) \bigg/ \sum_{n=0}^m \frac{a_n}{n+1}. \quad (7.9)$$

Тут $\Lambda_n(u) = \frac{n!}{(u/2)^n} J_n(u)$ – табульована лямбда-функція;

$u = kR_0 \sin \theta$. Постійні коефіцієнти $a_0, a_1, \dots, a_m$ залежать від розподілу поля у розкритті дзеркала, а їхні значення визначаються з відповідної системи рівнянь. Для інженерних розрахунків можна обмежитись трьома членами цього поліному, тобто покласти $m = 2$, і тоді нормовану ДН параболоїдного дзеркала можна описати виразом:

$$F(\theta) = \frac{6a_0\Lambda_1(u) + 3a_1\Lambda_2(u) + 2a_2\Lambda_3(u)}{6a_0 + 3a_1 + 2a_2}. \quad (7.10)$$

2.7 Обчислюють КВП, КСД, ККД та КП антени.

3 Розрахунок розмірів та ДН опромінювача антени з дзеркалом у вигляді параболоїда обертання.

3.1 В якості опромінювачів дзеркальних антен використовують слабкоспрямовані антени, які випромінюють у межах у межах напівпростору на дзеркало та не випромінюють у зворотному напрямі (у вільний простір). Теоретично оптимальною ДН є діаграма, яку показано на рисунку 7.2.

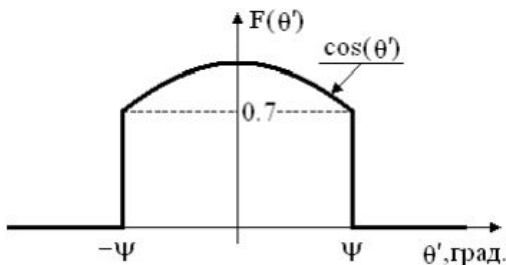


Рисунок 7.2 – Оптимальна ДН опромінювача

Доцільно зупинитися на виборі опромінювача відповідно до діапазону хвиль. Опромінювач під'єднують до фідера відповідного діапазону довжин хвиль, тому логічно, щоб опромінювач був природним продовженням фідера.

Наприклад, у дециметровому діапазоні та довгохвильовій частині сантиметрового діапазону зручно використовувати вібратор, який збуджують коаксіальною лінією, яка водночас є елементом кріплення. Безпосереднє з'єднання симетричного вібратора з коаксіальною лінією спричиняє виникнення струму на зовнішній поверхні лінії, випромінювання коаксіальної лінії та спотворення ДН вібратора. Тому для з'єднання симетричного вібратора з коаксіальною лінією використовують симетруючі пристрої.

У сантиметровому діапазоні вібраторний опромінювач можна збуджувати хвилеводом (рисунок 7.3)

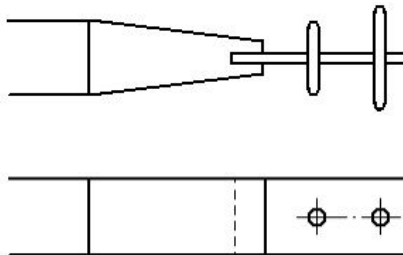


Рисунок 7.3 – Вібраторний випромінювач, збуджуваний прямокутним хвилеводом

Також у сантиметровому діапазоні хвиль в якості опромінювачів дзеркальних антен можна використовувати стрижневі та рупорні опромінювачі, збуджувані хвилеводом. Діелектричні стрижневі опромінювачі дозволяють звузити ДН опромінювача у двох площинах. Використовують також опромінювачі з обертовою поляризацією – спіральні антени, хвилеводи чи рупори з обертовою поляризацією.

Для створення антен з широкою смугою потрібно використовувати широкосмугові опромінювачі. Прикладами таких опромінювачів є антени: логоперіодичні, біконічні, широкосмугові рупори на хвильоводах складних форм чи на основі антени Вівальді, які дозволяють перекривати діапазони від декількох октав до кількох декад.

Проте такі широкосмугові опромінювачі мають недолік: при роботі у широкій смузі частот може зміщуватись фазовий центр опромінювача, що погіршує фокусування дзеркала. Дефокусування опромінювача (аксіальне і по нормалі) погіршує ДН та спричиняє відхилення променя. Відомою вимогою до значення похибки дефокусування опромінювача є $\lambda/8$. Опромінювач розташовують у фокусі і до нього підводять фідер, який має мінімально затінювати апертуру. Для усунення дефокусування дзеркала з конструкторсько-технологічних, кліматичних, експлуатаційних, навантажувальних причин опромінювач кріплять та фіксують за допомогою хвильоводу чи додаткових кріплень.

Крім розглянутих опромінювачів можна використовувати конічні гофровані хвильоводні та рупорні опромінювачі. При побудові моноімпульсних антен у системах з точною пеленгацією використовують моноімпульсні опромінювачі.

Для односпрямованого випромінювання використовують вібратор з контррефлектором у формі диска. Діаметр вібратора вибирають з умови отримання потрібного діапазона частот та достатньої механічної міцності. Практично діаметр вібратора часто вважають рівним діаметру внутрішнього провідника коаксіального кабеля, до якого його підключено, щоб зменшити неоднорідність у точці підключення вібратора, а також для зручності складання. Діаметр контррефлектора доцільно брати $D = 0,815\lambda$ та розташовувати його на відстані $\lambda/4$ від вібратора.

Такий контррефлектор має достатньо добре екранування передньої пелюстки діаграми вібратора і в той же час не занадто «затінює» параболічне дзеркало.

3.2 Розрахунок ДН опромінювача з контррефлектором.

Для цього скористаємось принципом дзеркального зображення, звідки випливає, що дію металевої поверхні контррефлектора можна замінити пасивним вібратором, розташованим на відстані $\lambda/2$ від активного, причому струм у цьому вібраторі зсунуто за фазою на 180° відносно струму в активному вібраторі.

Тоді у будь-якій точці простору поле буде визначатись як сума полів обох вібраторів і його (поле) можна розрахувати шляхом множення діаграми одиночного півхвильового симетричного вібратора $F_1(\theta)$ на множник решітки $F_2(\theta)$:

$$\begin{aligned}
 F_N(\theta) \Big|_{\psi=\frac{\pi}{2}}^{N=2} &= \frac{1}{N} \frac{\sin \left[\frac{N}{2} (kd \cos \theta - \psi) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} (kd \cos \theta - \psi) \right]} \Rightarrow \\
 \Rightarrow F_2(\theta) &= \frac{1}{2} \frac{\sin \left[\left(kd \cos \theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} \left(kd \cos \theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]} \Rightarrow \\
 \Rightarrow F_2(\theta) &= 2 \cos \left[\frac{\pi}{2} (\cos \theta - 1) \right].
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Для одиночного, горизонтально розташованого вібратора, ДН в горизонтальній площині визначається виразом:

$$F_1(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} \quad (7.12)$$

Тут кут θ відраховують від нормалі до вібратора.

Остаточню ДН вібратора у горизонтальній площині з контррефлектором запишеться так:

$$F(\theta) = F_1(\theta)F_2(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta\right)}{\cos \theta} \cos\left[\frac{\pi}{2}(1 - \cos \theta)\right] \quad (7.13)$$

ДН цієї системи у вертикальній площині визначається лише одним множником $F_2(\theta)$, оскільки випромінювання одиночного горизонтального вібратора у цій площині неспрямоване.

Враховуючи те, що ДН як у горизонтальній, так і у вертикальній площинах для більшості використовуваних опромінювачів мало відрізняються одна від одної у межах кута розкриву дзеркала, для спрощення розрахунків можна використовувати ширшу з цих діаграм.

3.3 Розрахунок вхідного опору.

Вхідний опір півхвильового вібратора з контррефлектором у формі диска, розташованого на відстані $d = \lambda/4$, розраховують як суму:

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_{11} + \dot{Z}_{12}, \quad (7.14)$$

де $\dot{Z}_{11}$ – власний опір вібратора ($\dot{Z}_{11} = 73,1 + i42,5$ Ом); $\dot{Z}_{12}$ – наведений опір, внесений пасивним вібратором 2 в опір активного вібратора 1.

Оскільки у даному випадку струм у пасивному вібраторі спрямовано у протифазі до струму в активному вібраторі

($\dot{I}_2 = -\dot{I}_1$), то значення наведеного опору та взаємного опору пов'язано співвідношеннями:

$$\dot{Z}_{12} = -\dot{Z}_{63} . \quad (7.15)$$

Значення взаємного опору півхвильових вібраторів можна визначити за довідниковими графіками (рисунок 7.4).

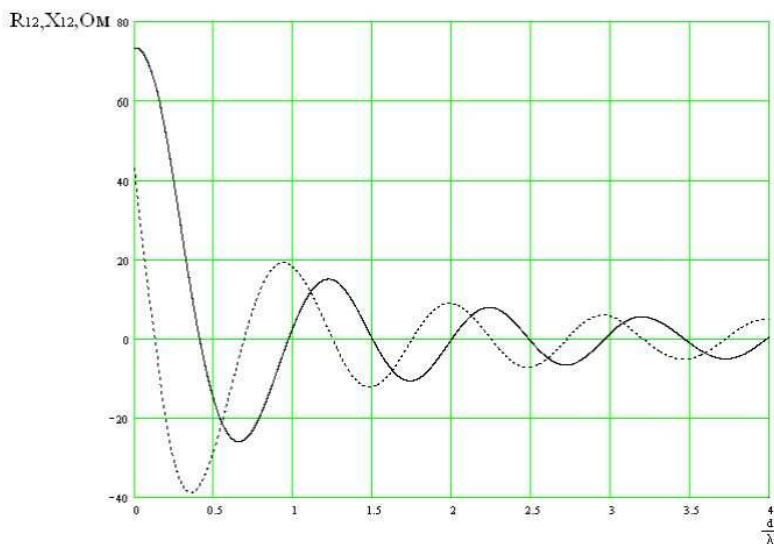


Рисунок 7.4 – Графіки залежності активної R_{12} (суцільна лінія) та реактивної X_{12} (пунктирна лінія) складових взаємних опорів півхвильових вібраторів від відносної відстані між ними

З рисунка 7.4 маємо:

$$\dot{Z}_{63} = -13 - i30 , \text{ Ом.} \quad (7.16)$$

Таким чином, наведений опір можна записати так:

$$\dot{Z}_{12} = 13 + i30 , \text{ Ом,} \quad (7.17)$$

а значення вхідного опору вібратора контррефлектора у формі диска визначити з виразу (7.14), (7.15) та (7.17):

$$\begin{aligned}\dot{Z}_1 &= \dot{Z}_{11} + \dot{Z}_{12} = (73,1 + i42,5) + (13 + i30) = \\ &= 86,1 + i72,5 \text{ Ом.}\end{aligned}\quad (7.18)$$

Для узгодження вібратора з фідером бажано, щоб вхідний опір вібратора був чисто активним. Для цього вібратор укорочують. Значення цього укорочення Δl , потрібне для настроювання у резонанс півхвильового вібратора, можна визначити за формулою:

$$\Delta l = -\frac{0,225l}{\ln \frac{l}{a}}, \quad (7.19)$$

де l – довжина плеча вібратора; a – радіус вібратора.

Для тонких вібраторів укорочення становить 3...5 % від довжини $2l = \lambda/2$; для товстих вібраторів укорочення становить 15...20 %.

4 Підсумуємо сказане щодо порядку розрахунку дзеркальної антени, тому що **залежно від вихідних даних можливі різні варіанти розрахунку.**

4.1 **Якщо задано такі характеристики антени як робочу частоту (довжину хвилі), $\theta_{0,5}$, КСД, рівень бічних пелюсток,** тоді можна рекомендувати такий порядок розрахунку:

4.1.1 Використовуючи вимоги щодо ДН, вибирають діаметр розкриття та потрібний амплітудний розподіл, який забезпечує задані параметри.

4.1.2 Вибирають опромінювач, використовуючи вимоги щодо його смуги пропускання та поляризації. Розраховують ДН опромінювача та потрібний кут розкриття для отримання максимального КСД дзеркальної антени.

4.1.3 Поле у розкриві апроксимують функцією, яка відповідає характеру опромінювача та куту розкриву.

4.1.4 Розраховують ДН за формулою для вибраної апроксимуючої функції, в одній чи у двох площинах.

4.1.5 Значення основних характеристик (ширина променя, рівень бічних пелюсток), отримані за результатами розрахунку ДН, порівнюємо з вихідними даними.

4.1.6 Доцільно скласти ескіз антени з опромінювачем, елементами кріплення та захистом з'єднань від атмосферних впливів. При розробці конструкції бажано використовувати максимальну кількість стандартизованих елементів: кріплення, лінії передачі, роз'єми, фланці.

4.2 Якщо задано тип опромінювача дзеркальної антени та решту параметрів, то розрахунок доцільно здійснювати у такому порядку:

4.2.1 Повторюють пункт 4.1.1.

4.2.2 Розраховують характеристики спрямованості опромінювача.

4.2.3 Вибирають кут розкриву, який забезпечує максимальний КСД.

4.2.4 Подальші пункти відповідають попередній методиці.

4.3 Перетворення Фур'є (тобто перехід від розподілу поля до ДН) для розподілів поля, наведених у таблиці 7.1 і їм подібних, дає такий результат для нормованої ДН:

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^m \frac{a_n}{n+1} \Lambda_{n+1}(u) \bigg/ \sum_{n=0}^m \frac{a_n}{n+1}. \quad (7.20)$$

Тут $\Lambda_n(u) = \frac{n!}{(u/2)^n} J_n(u)$ – табульована лямбда-функція;

$$u = kR_0 \sin \theta.$$

Графіки такої функції показано на рисунку 7.5.

Для заданої довжини хвилі будують ДН дзеркальної антени у межах основної та кількох перших бічних пелюсток. Якщо ж потрібно розрахувати дальні бічні пелюстки, то використовують метод геометричної теорії дифракції.

Постійні коефіцієнти $a_0, a_1, \dots, a_m$ у (7.20) залежать від розподілу поля у розкритті дзеркала, а їхні значення визначаються з відповідної системи рівнянь.

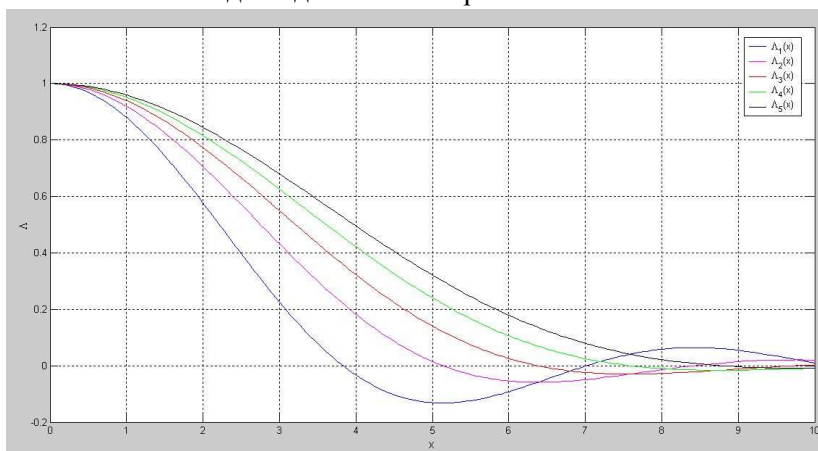


Рисунок 7.5 – Лямбда-функція

Для того щоб її записати, потрібно визначити поле у розкритті параболоїда:

$$F(R') = \frac{1 + \cos \psi}{2} F(\psi). \quad (7.21)$$

Тут $R' = R/R_0$ – нормований (до радіусу дзеркала) поточний радіус дзеркала.

З (7.21) видно, що амплітуда поля у розкритті дзеркала залежить лише від радіальної координати R' .

Для спрощення подальших розрахунків вираз (7.21) апроксимують інтерполяційним поліномом

$$Q(R') = \sum_{n=0}^m a_n (1 - R'^2)^n. \quad (7.22)$$

Цей поліном добре апроксимує фактичний розподіл у розкриві параболоїда і для знаходження поля випромінювання за такої апроксимації не потрібні громіздкі обчислення.

Вузлами інтерполяції, тобто точками, де поліном $Q(R')$ співпадає з функцією (7.21) $F(R')$, є точки розкриву дзеркала, які відповідають значенням R' : $R' = 0$, R'_1 , R'_2 , ..., R'_n , ..., 1.

Тоді коефіцієнти полінома (7.22) визначають з системи рівнянь:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + \dots + a_m &= 1; \\ a_0 + a_1(1 - R_1'^2) + \dots + a_m(1 - R_1'^2)^m &= F(R'_1); \\ a_0 + a_1(1 - R_2'^2) + \dots + a_m(1 - R_2'^2)^m &= F(R'_2); \\ &\dots \\ a_0 &= F(1). \end{aligned} \quad (7.23)$$

При цьому розв'язок задачі визначення поля у розкриві параболоїда можна вважати закінченою.

Для інженерних розрахунків можна обмежитись трьома членами цього поліному, тобто покласти $m = 2$, звідки

$$Q(R') = a_0 + a_1(1 - R'^2) + a_2(1 - R'^2)^2. \quad (7.24)$$

У цьому випадку в якості вузлів інтерполяції беруть точки:

- у центрі розкриву дзеркала ($R' = 0; \psi = 0$);
- на краю дзеркала ($R' = 1; \psi = \psi_0$);
- приблизно посередині між цими крайніми точками ($R'_1 = 0,5; \psi = 0,5\psi_0$).

Коефіцієнти полінома при цьому визначатимуться рівняннями:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 &= 1; \\ a_0 + a_1(1 - R_1'^2) + a_2(1 - R_1'^2)^2 &= F(R_1'); \\ a_0 &= F(1). \end{aligned} \quad (7.25)$$

Тоді нормовану ДН параболоїдного дзеркала можна описати виразом:

$$F(\theta) = \frac{6a_0\Lambda_1(u) + 3a_1\Lambda_2(u) + 2a_2\Lambda_3(u)}{6a_0 + 3a_1 + 2a_2}. \quad (7.26)$$

Відносну похибку відхилення полінома від заданої функції $F(R')$ можна розрахувати так:

$$\delta = \frac{Q(R') - F(R')}{F(R')}. \quad (7.27)$$

Для багатьох практичних випадків вже при використанні (7.25) відносна похибка не перевищує 1...2 %. Для досягнення більшої точності потрібно брати більшу кількість членів полінома.

Приклад розв'язку задачі.

Розрахуйте параболічну дзеркальну антену радіорелейного типу, рівень бічних пелюсток якої –15 дБ. Опромінювачем даної антени є вібратор, без рефлектора. Робоча частота антени 10 ГГц, ширина ДН на половинному рівні потужності $\theta_{0,5}$ має бути 20°.

Розв'язок.

Обчислимо робочу довжину хвилі:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9} = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

За завданням рівень бічних пелюсток антени має бути -15дБ . Бачимо, використовуючи таблицю 7.1, що для круглої площадки (форма апертури розраховуваної антени) у даному випадку підходить будь-який з наведених у цій таблиці розподілів поля по площадці. Тому вибираємо рівномірний закон. Звідси маємо значення діаметра дзеркала:

$$2\theta_{0,5} = 60 \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = 60 \frac{\lambda}{2\theta_{0,5}} = 60 \frac{0,03}{20} = 0,09 \text{ м} = 9 \text{ см}.$$

Використовуючи таблицю 7.2, з її другого рядка уточнимо потенційні межі діаметра дзеркала:

– для H -площини

$$2\theta_{0,5} = 63 \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = 63 \frac{\lambda}{2\theta_{0,5}} = 63 \frac{0,03}{20} = 0,0945 \text{ м} = 9,45 \text{ см}.$$

– для E -площини

$$2\theta_{0,5} = 71 \frac{\lambda}{d} \Rightarrow d = 71 \frac{\lambda}{2\theta_{0,5}} = 71 \frac{0,03}{20} = 0,1065 \text{ м} = 10,65 \text{ см} \Rightarrow R_0 = 5,33 \text{ см}.$$

Тип опромінювача задано, тому з (7.1) маємо його ДН:

$$F(\psi) = \cos^2 \psi, \quad 0 \leq \psi \leq \pi/2;$$

Визначимо тепер кут розкриву дзеркала ψ_0 . За умовою задачі антена радіорелейного типу, звідки послаблення поля на краях дзеркала становить приблизно -10 дБ , що у разях:

$$10^{-\frac{10}{20}} = 0,3162 \Rightarrow F(1) = 0,3162.$$

Використовуючи (7.4), (7.1), з урахуванням цього результату маємо рівняння для визначення кута розкриття дзеркала ψ_0 :

$$0,3162 = \frac{1 + \cos \psi_0}{2} \cos^2 \psi_0,$$

Його роз'язок числовими методами дає значення $\psi_0 = 51^\circ$.

Тепер можемо розрахувати фокусну відстань, використовуючи цей результат та (7.25):

$$f = \frac{R_0}{2 \operatorname{tg}(\psi_0/2)} = \frac{d/2}{2 \operatorname{tg}(\psi_0/2)} = \frac{0,09/2}{2 \operatorname{tg}(51^\circ/2)} = 0,047 \text{ м} = 4,7 \text{ см}.$$

Для значень $f = 4,7 \text{ см}$, $R_0 = 4,5 \text{ см}$ з використання (7.27) розрахуємо профіль дзеркала. Результат представлено на рисунку 7.6.

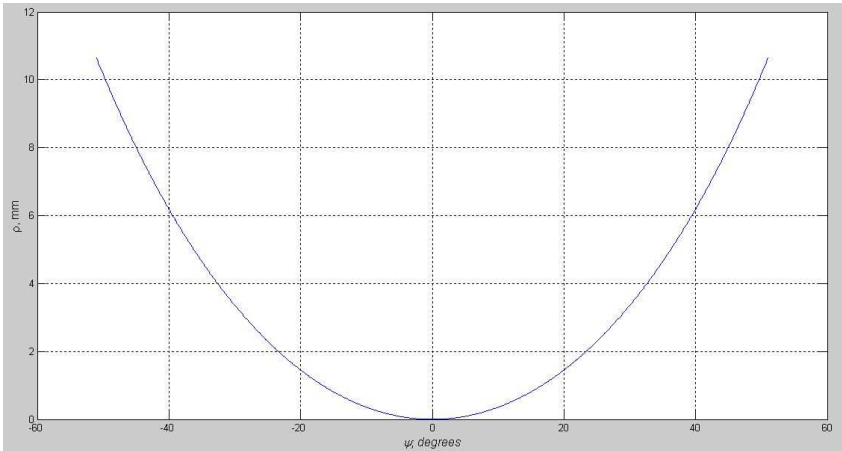


Рисунок 7.6 – Профіль дзеркала

Для порівняння, на рисунку 7.7 показано профіль дзеркала при $f = 5,53\text{см}$, $R_0 = 5,33\text{см}$.

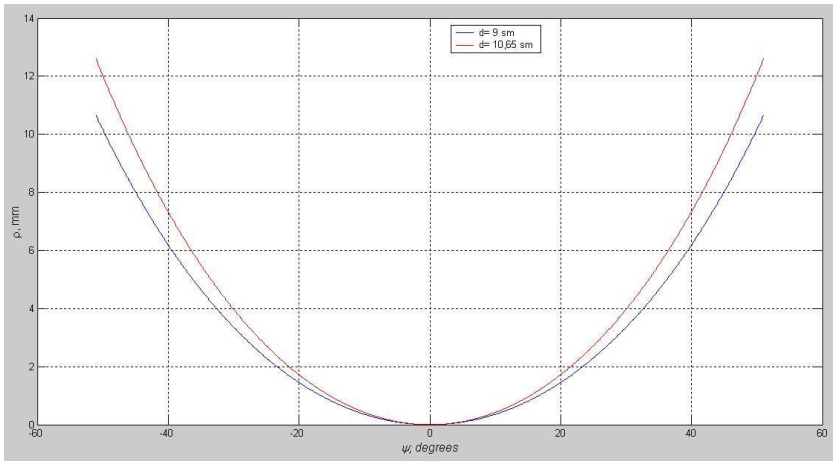


Рисунок 7.7 – Профілі дзеркал для $R_0 = 4,5\text{см}$ (синій колір),
 $R_0 = 5,33\text{см}$ (червоний колір)

Знайдемо тепер коефіцієнти полінома, розв'язавши систему (7.25):

$$a_0 = F(1) \Rightarrow a_0 = 0,3162;$$

$$a_0 + a_1(1 - R_1^2) = F(R_1') \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1(1 - 0,5^2) = F(0,5) = 0,775 \Rightarrow a_1 = 0,6117;$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 1 \Rightarrow 0,3162 + 0,6117 + a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = 0,0721.$$

Звідси нормована ДН за (7.26):

$$F(\theta) = \frac{6 \cdot 0,3162 \cdot \Lambda_1(u) + 3 \cdot 0,6117 \cdot \Lambda_2(u) + 2 \cdot 0,0721 \cdot \Lambda_3(u)}{6 \cdot 0,3162 + 3 \cdot 0,6117 + 2 \cdot 0,0721},$$

де $u = kR_0 \sin \theta$.

ДН, побудовані за цим виразом для радіусів $R_0 = 4,5\text{ см}$, $R_0 = 5,33\text{ см}$ показано на рисунках 7.8, 7.9 у лінійному та напівлогарифмічному масштабах відповідно.

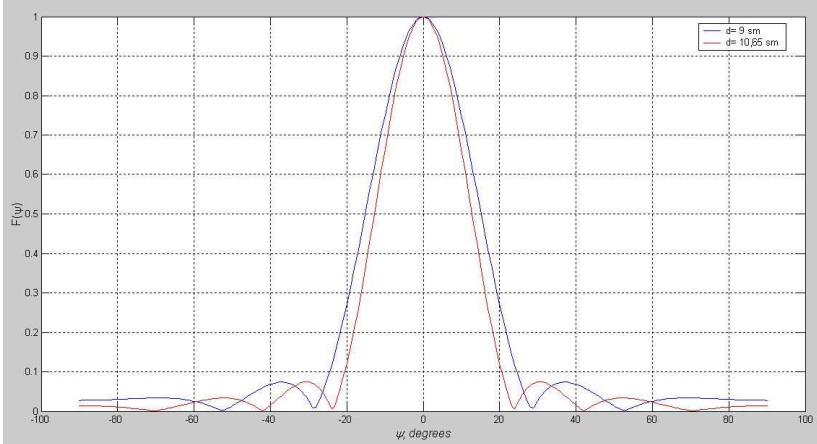


Рисунок 7.8 – ДН антени для $R_0 = 4,5\text{ см}$ (синій колір),
 $R_0 = 5,33\text{ см}$ (червоний колір) у лінійному масштабі

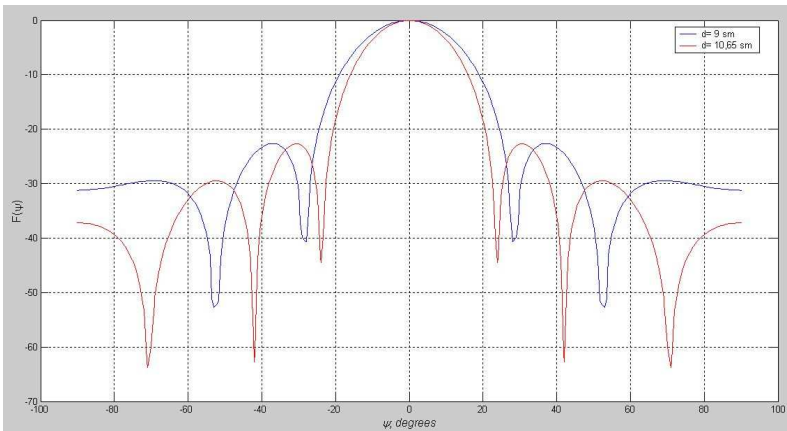


Рисунок 7.9 – ДН антени для $R_0 = 4,5\text{ см}$ (синій колір),

$R_0 = 5,33\text{ см}$ (червоний колір) у напівлогарифмічному масштабі

З аналізу цих графіків робимо висновок, що рівень першої бічної пелюстки витримано для обох діаметрів, а ширину ДН забезпечує дзеркало з радіусом $R_0 = 5,33\text{ см}$, навіть із запасом у кілька градусів.

Хід заняття

1 Розрахуйте розміри параболічної дзеркальної антени радіорелейного типу, рівень бічних пелюсток якої -15 дБ. Опромінювачем даної антени є півхвильовий вібратор з контррефлектором. Варіанти значень частоти та ширини ДН антени наведено у таблиці 7.3.

2 Розрахувати розміри та ДН півхвильового вібратора контррефлектором, який буде опромінювачем дзеркала (див. п. 4) у вигляді параболоїда обертання.

3 Розрахуйте ДН параболоїдного дзеркала.

Таблиця 7.3

Номер варіанта	Частота f , ГГц	Ширина ДН на рівні половинної потужності, градусів
1	2	3
1	3	25
2	3,5	20
3	4	20
4	5	30
5	6	35
6	7	40
7	8	65
8	10	60
9	12	30

10	15	25
11	16	20
12	19	30
13	25	70
14	30	65
15	40	60
16	2,5	25
17	3,5	20
18	4,5	20
19	5,5	30
20	6,5	35
21	7,5	40
22	8,5	65
23	10,5	60
24	12,5	30
25	15,5	25
26	16,5	20
27	19,5	30
28	25,5	70
29	30,5	65
30	40,5	60
31	2,4	20
32	3,5	30
33	4,6	35
34	5,7	40
35	6,7	40