

Практична робота №4

Тема: Відновлення цифрових зображень

Мета роботи: Вивчення методів відновлення зображення в часовій та частотній області.

4.1 Теоретична інформація

Вимірювання різноманітних механічних величин широко застосовуються на підприємствах по видобутку та обробці природного каменю. Перш за все, це геометричні параметри виробів з природного каменю та параметри руху виробничого обладнання при їх виготовленні. Результати вказаних вимірювань використовуються для керування виробничими процесами і дотримання технологічних норм при виготовленні виробів з природного каменю, контролю їх геометричних параметрів та підвищення їх якості. В процесі таких вимірювань виникають **динамічні похибки** вимірювальної інформації, що обумовлені швидкими змінами в часі та просторі відеосигналу та обмеженою смугою частот перепускання вимірювального каналу засобів вимірювання цих параметрів. На відеозображеннях динамічні похибки проявляються у вигляді розмиття контурів виробів та обладнання. При вимірюванні параметрів руху в умовах впливу несприятливих і нестаціонарних факторів, що є характерним для каменевидобувних та каменеобробних підприємств, виникають додаткові похибки вимірювальної інформації. Вказані похибки обумовлені відхиленням поточних параметрів вимірювального каналу, поточних параметрів динамічних похибок від значень, що були використані при попередніх розрахунках.

Основні джерела динамічних похибок.

Розмиття руху (Motion Blur) Виникає, коли камера або об'єкт рухається під час експозиції. Описується згортою з функцією розмиття руху (Point Spread Function, PSF) та часто усувається методом інверсії згортки або фільтром Вінера.

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y), \quad (4.2)$$

де $g(x, y)$ – спотворене зображення, $f(x, y)$ – оригінальне зображення, $h(x, y)$ – функція рухомого розмиття (PSF), $n(x, y)$ – шум.

Турбулентність атмосфери (Atmospheric Distortion). Виникає через неоднорідність повітря, що впливає на світлові хвилі. Викликає випадкові локальні зміщення пікселів. Для моделювання використовують стохастичні поля зміщення.

$$(x', y') = (x + \Delta x, y + \Delta y), \quad (4.2)$$

де $\Delta x, \Delta y$ – випадкові зміщення.

Rolling Shutter (Зсув рядків через повільне зчитування сенсора). Виникає у CMOS-камерах, де зчитування відбувається по рядках. При швидкому русі об'єкта або камери рядки зображення зміщуються, створюючи спотворення. Коригування відбувається за допомогою зворотного картографування пікселів.

$$x' = x + v_y * t_r, \quad (4.3)$$

де v_y - швидкість руху, t_r – час зчитування рядка.

Методи відновлення зображень з динамічними похибками.

Фільтрація у частотному домені базується на використанні двовимірного перетворення Фур'є, яке дозволяє представити зображення у вигляді частотного спектра. Основна ідея полягає в тому, що багато типів шуму та викривлень мають характерні частотні

властивості, які можна ефективно відфільтрувати, модифікуючи спектр. Для цього спочатку до зображення застосовується швидке перетворення Фур'є (FFT), після чого отримане частотне представлення зображення множиться на частотний фільтр, який може бути низькочастотним для згладжування або високочастотним для посилення контурів. Після цього здійснюється зворотне перетворення Фур'є (IFFT), що повертає зображення у просторовий домен. Низькочастотна фільтрація застосовується для зменшення шуму та розмиття, наприклад, за допомогою Гаусового або Баттервортового фільтра, які згладжують різкі зміни інтенсивності. Високочастотна фільтрація використовується для підсилення контурів та деталей.

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} \quad (4.4)$$

$F(u, v)$ - частотне представлення зображення, u, v - координати у частотному домені.

Метод Вінера використовується для відновлення зображень, спотворених шумом або розмиттям, і базується на мінімізації середньоквадратичної похибки між вихідним та відновленим зображенням. На відміну від інверсійної фільтрації, яка може значно підсилювати шум у випадках нестабільної передавальної функції, метод Вінера враховує статистичні властивості як сигналу, так і шуму, що дозволяє отримати більш стійке відновлення.

Формально розмиття зображення можна описати через згорткову модель у частотній області:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (4.5)$$

де $G(u, v)$ — це спостережуване зображення у частотному домені, $H(u, v)$ — передавальна функція розмиття, $F(u, v)$ — вихідне (неспотворене) зображення, а $N(u, v)$ — шум.

Метод Вінера використовує оптимальний частотний фільтр, що визначається як:

$$F_{\text{wiener}}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v)/S_f(u, v)} G(u, v) \quad (4.6)$$

де $H^*(u, v)$ — комплексно спряжене передавальної функції, $S_n(u, v)$ — спектральна щільність потужності шуму, а S_f — спектральна щільність потужності вихідного сигналу.

Якщо співвідношення шуму до сигналу невідоме, його часто замінюють константою K , що призводить до спрощеної форми фільтра:

$$F_{\text{wiener}}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + K} G(u, v) \quad (4.7)$$

де параметр K керує рівнем придушення шуму: при малих значеннях фільтр діє подібно до інверсійного, а при великих пригнічує високочастотні складові разом із шумом.

Метод Вінера ефективний у випадках, коли передавальна функція та характеристики шуму відомі або можуть бути оцінені. Він широко використовується для відновлення зображень після розмиття руху, спотворень через атмосферну турбулентність та інших типів шумів, забезпечуючи баланс між відновленням деталей і придушенням небажаних артефактів.

Регуляризація Тихонова використовується для відновлення зображень у випадках, коли інверсійна фільтрація нестабільна через високий рівень шуму або вироджену передавальну функцію. Основна ідея методу полягає у введенні додаткового згладжувального члена, який стабілізує розв'язок та зменшує вплив шуму. Це особливо корисно при відновленні сильно розмитих зображень або при вирішенні некоректно поставлених задач з високою чутливістю до похибок у вихідних даних.

Модель розмиття в частотному домені описується рівнянням:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (4.8)$$

де $G(u, v)$ — спостережуване зображення, $H(u, v)$ — передавальна функція спотворення, $F(u, v)$ — вихідне зображення, а $N(u, v)$ — адитивний шум.

$$F_{\text{inv}}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (4.9)$$

проте, якщо $H(u, v)$ містить дуже малі значення або є сингулярною, цей підхід призводить до значного підсилення шуму.

Метод Тихонова вводить регуляризаційний параметр α , який запобігає нестабільності розв'язку:

$$F_{\text{tikh}}(u, v) = \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \alpha} G(u, v) \quad (4.10)$$

де $H^*(u, v)$ — комплексно спряжене передавальної функції, а α — параметр регуляризації, що контролює компроміс між точністю відновлення і пригніченням шуму.

При великих значеннях α метод пригнічує високочастотні складові, що може призводити до згладжування деталей, але водночас ефективно усуває шумові артефакти. При малих значеннях α регуляризація слабшає, і метод починає нагадувати інверсійну фільтрацію.

Регуляризація Тихонова широко застосовується у відновленні зображень після розмиття руху, дефокусування, атмосферних спотворень і є ефективною альтернативою методу Вінера, коли спектральні характеристики сигналу та шуму невідомі або складні для оцінки.

4.2 Порядок виконання роботи

- 4.2.1. Завантажити зображення;
- 4.2.2. До зображення застосувати генерацію динамічних похибок, а саме: розмиття руху, турбулентність атмосфери, rolling shutter effect.
- 4.2.3. Змінити кут розмиття 20, 30, 40, 50, 60 та довжину розмиття 10, 20, 30, 40, 50 для Motion Blur. Застосувати до отриманого зображення з динамічними похибками методи відновлення: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова. Визначити MSE та PSNR.
- 4.2.4. Змінити амплітуду зміщення 10, 20, 30, 40, 50, для Atmospheric Distortion. Застосувати до отриманого зображення з динамічними похибками методи відновлення: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова. Визначити MSE та PSNR.
- 4.2.5. Змінити зсув 100, 200, 300, 400, 500 для Rolling Shutter Effect. Застосувати до отриманого зображення з динамічними похибками методи відновлення: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова. Визначити MSE та PSNR.
- 4.2.6. Порівняти отримані результати роботи методів та зробити висновки.

4.3 Зміст звіту

- 4.3.1. Тема лабораторної;
- 4.3.2. Мета лабораторної роботи;
- 4.3.3. Оригінальне зображення;
- 4.3.4. Зображення з Motion Blur та відпрацювання 3х методів: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова та значення MSE та PSNR.
- 4.3.5. Зображення з Atmospheric Distortion та відпрацювання 3х методів: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова та значення MSE та PSNR.
- 4.3.6. Зображення з Rolling Shutter Effect та відпрацювання 3х методів: фільтрація у частотному домені, метод Вінера, регуляризація Тихонова та значення MSE та PSNR.
- 4.3.7. Висновки.

4.4 Контрольні запитання

- 4.4.1. Що таке динамічні похибки зображень і які їх основні джерела?
- 4.4.2. Які статистичні та кореляційні характеристики похибок зображень використовуються для їх аналізу?
- 4.4.3. Як здійснюється фільтрація у частотному домені для зменшення шуму або усунення розмиття?
- 4.4.4. Яка математична модель описує метод Вінера для відновлення зображень?
- 4.4.5. Як визначається оптимальний фільтр Вінера, і який вплив має співвідношення сигналу до шуму?
- 4.4.6. У чому полягає суть регуляризації Тихонова при відновленні зображень?
- 4.4.7. Яку роль відіграє регуляризаційний параметр α у методі Тихонова?
- 4.4.8. Як генерується ефект турбулентності на зображення, і які параметри впливають на його інтенсивність?
- 4.4.9. Яким чином можна оцінити якість відновлених зображень за допомогою метрик MSE та PSNR?

```

clc; clear; close all;

% Завантаження зображення
I = im2double(imread('cat.jpg'));

%% 1. Накладання динамічних похибок

% 1.1 Розмиття руху (Motion Blur)
LEN = 20; % Довжина розмиття
THETA = 45; % Кут розмиття
PSF_motion = fspecial('motion', LEN, THETA);
blurred_motion = imfilter(I, PSF_motion, 'conv', 'circular');

% 1.2 Турбулентність (Atmospheric Distortion)
FREQ = 0.01; % Частота турбулентності
AMP = 10; % Амплітуда зміщень
[x, y] = meshgrid(1:size(I,2), 1:size(I,1));
dx = AMP * sin(2 * pi * FREQ * x + rand(size(I,1), size(I,2))); % Горизонтальне зміщення
dy = AMP * cos(2 * pi * FREQ * y + rand(size(I,1), size(I,2))); % Вертикальне зміщення

[Xq, Yq] = meshgrid(1:size(I,2), 1:size(I,1));
Xq = Xq + dx; % Додаємо зміщення
Yq = Yq + dy;

% Якщо зображення кольорове, обробляємо кожен канал окремо
if size(I, 3) == 3
    distorted_atmosphere = zeros(size(I));
    for c = 1:3
        distorted_atmosphere(:, :, c) = interp2(x, y, I(:, :, c), Xq, Yq, 'linear', 0);
    end
else
    distorted_atmosphere = interp2(x, y, I, Xq, Yq, 'linear', 0);
end

% 1.3 Rolling Shutter Effect
rolling_shift = repmat(linspace(0, 100, size(I,1))', 1, size(I,2));
rolling_shift = circshift(I, [0 round(mean(rolling_shift(:)))]);
rolling_shift = rolling_shift .* (rolling_shift > 0);

%% 2. Відновлення всіх зображень

% === Фільтрація у частотному домені ===
H_motion = fft2(PSF_motion, size(I,1), size(I,2));
recovered_freq_motion = real(ifft2(fft2(blurred_motion) ./ (H_motion + 0.01)));
recovered_freq_atmosphere = real(ifft2(fft2(distorted_atmosphere) ./ (H_motion + 0.01)));
recovered_freq_rolling = real(ifft2(fft2(rolling_shift) ./ (H_motion + 0.01)));

% === Метод Вінера ===
recovered_wiener_motion = deconvwnr(blurred_motion, PSF_motion, 0.01);
recovered_wiener_atmosphere = deconvwnr(distorted_atmosphere, PSF_motion, 0.01);
recovered_wiener_rolling = deconvwnr(rolling_shift, PSF_motion, 0.01);

% === Регуляризація Тихонова ===
lambda = 0.1;

```

```

H_tikh = psf2otf(PSF_motion, size(I));
recovered_tikh_motion = real(ifft2(fft2(blurred_motion) .* conj(H_tikh) ./ (H_tikh .* conj(H_tikh)
+ lambda)));
recovered_tikh_atmosphere = real(ifft2(fft2(distorted_atmosphere) .* conj(H_tikh) ./ (H_tikh .*
conj(H_tikh) + lambda)));
recovered_tikh_rolling = real(ifft2(fft2(rolling_shift) .* conj(H_tikh) ./ (H_tikh .* conj(H_tikh) +
lambda)));

```

%% 3. Обчислення MSE та PSNR

```

calculate_metrics = @(img) [immse(img, I), psnr(img, I)];

metrics_motion = [calculate_metrics(recovered_freq_motion);
calculate_metrics(recovered_wiener_motion); calculate_metrics(recovered_tikh_motion)];
metrics_atmosphere = [calculate_metrics(recovered_freq_atmosphere);
calculate_metrics(recovered_wiener_atmosphere); calculate_metrics(recovered_tikh_atmosphere)];
metrics_rolling = [calculate_metrics(recovered_freq_rolling);
calculate_metrics(recovered_wiener_rolling); calculate_metrics(recovered_tikh_rolling)];

```

%% 4. Відображення результатів

```

figure;
subplot(2,2,1), imshow(I), title('Оригінал');
subplot(2,2,2), imshow(blurred_motion), title('Розмиття руху');
subplot(2,2,3), imshow(distorted_atmosphere), title('Турбулентність');
subplot(2,2,4), imshow(rolling_shift), title('Rolling Shutter');
figure;
subplot(1,3,1), imshow(recovered_freq_motion), title(sprintf('Част. фільтр (PSNR=%.2f)',
metrics_motion(1,2)));
subplot(1,3,2), imshow(recovered_wiener_motion), title(sprintf('Вінера (PSNR=%.2f)',
metrics_motion(2,2)));
subplot(1,3,3), imshow(recovered_tikh_motion), title(sprintf('Тихонова (PSNR=%.2f)',
metrics_motion(3,2)));
figure;
subplot(1,3,1), imshow(recovered_freq_atmosphere), title(sprintf('Част. фільтр (PSNR=%.2f)',
metrics_atmosphere(1,2)));
subplot(1,3,2), imshow(recovered_wiener_atmosphere), title(sprintf('Вінера (PSNR=%.2f)',
metrics_atmosphere(2,2)));
subplot(1,3,3), imshow(recovered_tikh_atmosphere), title(sprintf('Тихонова (PSNR=%.2f)',
metrics_atmosphere(3,2)));
figure;
subplot(1,3,1), imshow(recovered_freq_rolling), title(sprintf('Част. фільтр (PSNR=%.2f)',
metrics_rolling(1,2)));
subplot(1,3,2), imshow(recovered_wiener_rolling), title(sprintf('Вінера (PSNR=%.2f)',
metrics_rolling(2,2)));
subplot(1,3,3), imshow(recovered_tikh_rolling), title(sprintf('Тихонова (PSNR=%.2f)',
metrics_rolling(3,2)));

```

%% 5. Вивід MSE та PSNR

```

fprintf('=== Motion Blur ===\n');
fprintf('Частотний фільтр: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_motion(1,1),
metrics_motion(1,2));
fprintf('Метод Вінера: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_motion(2,1), metrics_motion(2,2));
fprintf('Регуляризація Тихонова: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_motion(3,1),
metrics_motion(3,2));

```

```
fprintf("\n=== Atmospheric Distortion ===\n");
fprintf('Частотний фільтр: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_atmosphere(1,1),
metrics_atmosphere(1,2));
fprintf('Метод Вінера: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_atmosphere(2,1),
metrics_atmosphere(2,2));
fprintf('Регуляризація Тихонова: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_atmosphere(3,1),
metrics_atmosphere(3,2));

fprintf("\n=== Rolling Shutter ===\n");
fprintf('Частотний фільтр: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_rolling(1,1),
metrics_rolling(1,2));
fprintf('Метод Вінера: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_rolling(2,1), metrics_rolling(2,2));
fprintf('Регуляризація Тихонова: MSE=%.5f, PSNR=%.2f dB\n', metrics_rolling(3,1),
metrics_rolling(3,2));
```