

# Використання регіональних моделей висот квазігеоїда для визначення висот – обчислення нормальних висот на основі GNSS-спостережень

Сучасні геодезичні роботи вимагають високої точності визначення висот, особливо для інженерно-геодезичних задач. GNSS-технології дозволяють отримувати геодезичні висоти з високою точністю, але для практичного застосування необхідно перетворювати їх у нормальні висоти.

Регіональні моделі квазігеоїда є ключовим інструментом для такого перетворення. Вони розробляються на основі локальних гравіметричних даних і наземних вимірювань, що забезпечує їх високу точність для конкретних регіонів. В Україні використовуються моделі УКГ2012 та УКГ2017, які дозволяють визначати висоти квазігеоїда з точністю до 2-5 см.

Процес обчислення нормальних висот включає наступні кроки: спочатку проводяться GNSS-спостереження для отримання геодезичних координат ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) відносно еліпсоїда WGS-84 або ITRS; потім використовується регіональна модель квазігеоїда для визначення висоти квазігеоїда ( $\zeta$ ) у точці спостереження; нарешті, нормальна висота ( $H$ ) обчислюється за формулою  $H = h - \zeta$ . Ця методика широко застосовується при створенні цифрових моделей рельєфу, проєктуванні будівель та споруд, а також для моніторингу деформацій земної поверхні.

# Теоретичні основи квазігеоїда

Квазігеоїд – це математично визначена еквапотенціальна поверхня гравітаційного поля, яка в океанах практично збігається з середнім рівнем моря, а на континентах продовжується під топографічною поверхнею землі. На відміну від геоїда, який визначається як глобальна фізична поверхня з постійним гравітаційним потенціалом, квазігеоїд у теорії Молоденського не вимагає припущень про розподіл мас всередині Землі, що робить його більш практичним для обчислення висот у геодезії.

Нормальна висота визначається як відстань від точки на фізичній поверхні Землі до квазігеоїда вздовж нормалі до референц-еліпсоїда. Математично це виражається формулою:  $H = h - \zeta$ , де  $H$  – нормальна висота,  $h$  – геодезична (еліпсоїдальна) висота, отримана з GNSS-спостережень,  $\zeta$  – висота квазігеоїда над еліпсоїдом. Ця формула є основою для трансформації висот у геодезичних роботах та топографічному картографуванні.

Теоретичне обґрунтування квазігеоїда базується на теорії потенціалу, аномаліях сили тяжіння та інтегральних формулах Молоденського. Модель враховує нерівномірний розподіл мас у земній корі, відцентрові сили обертання Землі та топографічні варіації. У практичних застосуваннях використовуються сферичні гармонічні розклади геопотенціалу з коефіцієнтами високих порядків (до 2160-го для EGM2008), що дозволяє моделювати короткохвильові складові гравітаційного поля з просторовим розділенням до 9 км.

Високоточне визначення поверхні квазігеоїда є фундаментальним для сучасної інженерної геодезії. Різниця між нормальними та ортометричними висотами може сягати декількох дециметрів навіть на невеликих територіях, що критично для проектування гідротехнічних споруд, точного нівелювання, моніторингу зсувних процесів, та визначення напрямків потоків води в гідрологічних дослідженнях.

# Глобальні моделі геоїда та їх обмеження

Глобальні моделі геоїда, такі як EGM2008, EIGEN-6C4, та GECO, є великомасштабними представленнями геоїда, що охоплюють всю земну кулю з роздільною здатністю до 5-10 км. Вони будуються на основі супутникових місій GRACE, GOCE та LAGEOS, що забезпечують гравіметричні дані, в комбінації з наземними гравіметричними вимірюваннями та альтиметричними даними океанів. Точність глобальних моделей геоїда для відкритих океанів досягає  $\pm 10$  см, проте на суші вона знижується до  $\pm 20-50$  см залежно від регіону.

Обмеження глобальних моделей геоїда включають:

- Недостатню роздільну здатність для відображення локальних варіацій гравітаційного поля, особливо в гірських районах, де аномалії можуть змінюватися на відстанях менше 1-2 км.
- Неточності в областях з недостатнім покриттям гравіметричними даними, зокрема в Антарктиді, частинах Азії та Африки, де похибки можуть перевищувати 1 метр.
- Усереднення даних, що призводить до втрати деталей у регіонах з високою гравітаційною мінливістю, як-от зони тектонічних розломів та прибережні території.
- Неоднорідність вихідних даних – наприклад, модель EGM2008 використовує гравіметричні дані різної точності та густоти, що призводить до нерівномірної надійності моделі в різних регіонах.

Через ці обмеження, для точного визначення висот у регіональних масштабах, таких як територія України з її складною геологічною структурою та перепадами висот, необхідно використовувати регіональні моделі квазігеоїда з роздільною здатністю 1-2 км або краще. Такі моделі враховують локальні особливості гравітаційного поля та калібруються за допомогою високоточних GNSS/нівелірних пунктів, що дозволяє досягти точності визначення нормальних висот у межах  $\pm 2-5$  см.

# Регіональні моделі квазігеоїда: переваги та особливості

Регіональні моделі квазігеоїда розробляються для конкретних територій, таких як Україна, і враховують локальні особливості гравітаційного поля. На відміну від глобальних моделей типу EGM2008, регіональні моделі забезпечують значно вищу точність визначення висот — для території України досягається точність до 2-3 см порівняно з 10-15 см у глобальних моделях.

Переваги регіональних моделей квазігеоїда:

- Вища роздільна здатність (до 1-2 км), що дозволяє відображати локальні варіації гравітаційного поля в геологічно складних регіонах України, особливо в Карпатах та Кримських горах.
- Використання локальних гравіметричних даних з щільністю спостережень до 5-10 точок на 100 км<sup>2</sup> для суттєвого уточнення моделі.
- Можливість інтеграції наземних GNSS-спостережень з мережі перманентних станцій України (UkrPOS) для підвищення точності до субсантиметрового рівня.
- Врахування локальних аномалій гравітаційного поля, пов'язаних з геологічними особливостями території України, включаючи Український щит та Дніпровсько-Донецьку западину.

Особливості регіональних моделей квазігеоїда включають використання специфічних математичних методів для інтерполяції та апроксимації гравітаційного поля — в Україні найкращі результати показала комбінація методу найменших квадратів (LSC) та радіальних базисних функцій (RBF). Окрім того, для створення українського квазігеоїда UA-2019 було інтегровано понад 55000 наземних гравіметричних вимірювань, дані GNSS/нівелювання з 4300 пунктів та цифрові моделі рельєфу з роздільною здатністю 1 кутова секунда. Ці фактори дозволили створити модель, що забезпечує визначення нормальних висот з точністю, достатньою для інженерних, кадастрових та наукових робіт на всій території України.

# Методи створення регіональних моделей квазігеоїда

Існує кілька методів створення регіональних моделей квазігеоїда, кожен з яких має свої переваги та обмеження. Основні методи включають:

1. Метод найменших квадратів (**Least Squares Collocation, LSC**): використовується для інтеграції різних типів даних та їхньої оптимальної комбінації. **LSC** дозволяє обробляти неоднорідні дані з різною точністю та формувати статистично оптимальні оцінки. У регіональному моделюванні цей метод забезпечує точність до **1-2 см** в зонах з густою мережею спостережень.
2. Метод скінченних елементів (**Finite Element Method, FEM**): застосовується для моделювання складних гравітаційних полів з урахуванням топографії та геологічної структури. **FEM** особливо ефективний у гірських районах, де гравітаційне поле має різкі локальні варіації. Метод базується на розбитті території на скінченні елементи різної форми та розміру, що дозволяє адаптуватися до особливостей рельєфу.
3. Метод радіальних базисних функцій (**Radial Basis Functions, RBF**): використовується для інтерполяції гравітаційних даних з високою точністю. **RBF** дозволяє моделювати локальні аномалії гравітаційного поля з мінімальною втратою інформації. Метод особливо корисний при моделюванні прибережних зон, де щільність даних може суттєво відрізнятись між сушею та акваторією.
4. Метод нейронних мереж (**Neural Networks**): застосовується для моделювання нелінійних залежностей між гравітаційними даними та висотами квазігеоїда. Цей підхід показує високу ефективність в умовах обмеженої кількості даних та дозволяє враховувати приховані закономірності. В Україні метод успішно застосовувався для створення локальних моделей у Карпатському регіоні з точністю до **3-5 см**.

Вибір оптимального методу залежить від доступності даних, вимог до точності та обчислювальних ресурсів. На практиці найкращі результати досягаються при комбінованому підході — наприклад, використання **LSC** для попередньої обробки даних з подальшим застосуванням **RBF** для фінального моделювання. При створенні моделі для території України часто застосовують гібридний підхід, який враховує геологічну структуру різних регіонів країни та забезпечує точність висот до **2-3 см** на рівнинних територіях та **5-7 см** у гірських районах.

# Основні джерела даних для побудови регіональних моделей

Для побудови високоточних регіональних моделей квазігеоїда необхідна інтеграція даних з різних джерел, кожне з яких забезпечує унікальну інформацію про гравітаційне поле Землі:

- **Гравіметричні дані:** включають наземні вимірювання абсолютними (балістичними) та відносними гравіметрами з точністю до 2–5 мкГал; аерогравіметричні спостереження з літаків та дронів з точністю 1–2 мГал; морські гравіметричні вимірювання з суден, що дозволяють отримати дані в прибережних та океанічних районах з точністю до 0.5–1.0 мГал.
- **Супутникові альтиметричні дані:** місії TOPEX/Poseidon, Jason-1/2/3 та Sentinel-3 забезпечують вимірювання висот морської поверхні з точністю 2–3 см, що дозволяє визначити середній рівень моря та морський геоїд з високою роздільною здатністю (до 7–10 км).
- **Наземні GNSS-спостереження:** мережі перманентних GNSS-станцій та кампанійні вимірювання з використанням двочастотних приймачів GPS, GLONASS, Galileo та BeiDou забезпечують визначення геодезичних висот з точністю 1–2 см, які в комбінації з нівелірними даними дозволяють отримати висоти квазігеоїда в окремих пунктах.
- **Дані про рельєф:** глобальні цифрові моделі рельєфу (SRTM, ASTER GDEM) з роздільною здатністю 30–90 м та регіональні ЦМР з роздільною здатністю 1–5 м використовуються для обчислення топографічних редуцій та моделювання коротковолнових складових гравітаційного поля.

Інтеграція цих даних вимагає ретельного врахування їхньої точності, просторового розподілу та часових варіацій. Для забезпечення сумісності необхідно застосовувати єдині референцні системи, калібрувати інструменти та використовувати стандартизовані процедури обробки. Оптимальне комбінування різних типів даних здійснюється за допомогою методів, описаних у попередньому розділі, з урахуванням статистичних характеристик похибок кожного джерела.

# Гравіметричні дані та їх роль у моделюванні квазігеоїда

Гравіметричні дані є ключовим джерелом інформації для моделювання квазігеоїда. Вони відображають зміни гравітаційного поля Землі, які безпосередньо пов'язані з висотою квазігеоїда відносно референц-еліпсоїда. Ці дані дозволяють виявити аномалії сили тяжіння, пов'язані з нерівномірним розподілом мас у земній корі та мантиї. Гравіметричні вимірювання проводяться за допомогою прецизійних гравіметрів, які фіксують відхилення сили тяжіння від нормальної величини з точністю до 0,01 мГал.

Наземні гравіметричні вимірювання забезпечують найвищу точність (до  $\pm 0,05$  мГал), але потребують створення щільної мережі пунктів спостережень та значних часових і ресурсних витрат. Повітряна гравіметрія, що виконується з літаків на висоті 1–6 км, дозволяє покривати до 500 км<sup>2</sup> за день зі середньою точністю  $\pm 1-2$  мГал. Морські гравіметричні вимірювання, що здійснюються з суден, мають точність  $\pm 0,5-1$  мГал та є незамінними для моделювання квазігеоїда в акваторіях та прибережних зонах, де наземні вимірювання неможливі.

Обробка гравіметричних даних для моделювання квазігеоїда включає декілька етапів: редукування виміряних значень до рівня моря за допомогою поправок Буге та поправок за рельєф, обчислення гравітаційних аномалій (різниці між виміряними та теоретичними значеннями сили тяжіння), фільтрацію шумів та видалення систематичних похибок інструментального характеру. Для території України застосовується комплексна методика інтегрування наземних, повітряних та супутникових гравіметричних даних, що дозволяє будувати моделі квазігеоїда з точністю до 2–3 см для рівнинних територій та 5–7 см для гірських районів. При цьому використовується метод видалення-відновлення (**remove-restore**), який дозволяє ефективно комбінувати глобальні та локальні гравіметричні дані.

# Використання супутникової альтиметрії для уточнення моделей

Супутникова альтиметрія є важливим інструментом для уточнення регіональних моделей квазігеоїда, особливо в морських та прибережних зонах. Супутники-альтиметри, працюючи на основі радарних або лазерних технологій, вимірюють висоту морської поверхні з точністю до **2-3 см**, що дозволяє визначити середній рівень моря та його зміни. Ці дані є особливо цінними для регіонів з обмеженими наземними гравіметричними вимірюваннями, таких як відкритий океан, де традиційні методи вимірювання неможливі.

Альтиметричні дані використовуються для моделювання середньої динамічної топографії моря (**Mean Dynamic Topography, MDT**), яка відображає різницю між середнім рівнем моря та геоїдом. **MDT** обчислюється шляхом віднімання висоти геоїда від середнього рівня моря, виміряного альтиметром, і може досягати значень  $\pm 2$  м у різних частинах світового океану. Для України особливо важливим є уточнення **MDT** в акваторіях Чорного та Азовського морів, де ці дані дозволяють підвищити точність регіональної моделі квазігеоїда на **30-40%** у порівнянні з суто гравіметричними рішеннями.

Сучасні супутники-альтиметри, такі як **Jason-3** (з просторовою роздільною здатністю **7 км**), **Sentinel-3** (з роздільною здатністю **300 м** у прибережних зонах) та **SARAL/AltiKa** (з підвищеною точністю вимірювань завдяки **Ka**-діапазону), забезпечують високу точність та роздільну здатність вимірювань. Обробка альтиметричних даних включає видалення систематичних похибок (до **10-15 см**), корекцію на припливи (які можуть досягати **2 м**), атмосферні ефекти (іоносферну та тропосферну затримки сигналу **2-30 см**), а також застосування спеціальних фільтрів Гаусса або Вінера для зменшення шуму та інтерполяцію методом колокації найменших квадратів для отримання регулярної сітки значень з кроком **2-5 км**.



# Інтеграція наземних GNSS-спостережень у моделювання

Наземні GNSS-спостереження є критичним джерелом даних для створення та уточнення регіональних моделей квазігеоїда. Сучасні двочастотні GNSS-приймачі (Trimble R10, Leica GS18 T, Topcon HiPer VR) дозволяють визначати геодезичні висоти з точністю до  $\pm 2-5$  мм, які після обробки інтегруються з моделями квазігеоїда для обчислення нормальних висот у державній системі висот.

Для ефективної інтеграції GNSS-спостережень необхідно створювати мережу з щільністю 1 пункт на 10-15 км<sup>2</sup>, що забезпечує охоплення всієї території дослідження. Оптимальна конфігурація мережі враховує перепади висот (для охоплення різних висотних зон), геологічні структури (особливо розломи та зони аномального гравітаційного поля), та доступність точок спостереження. У гірських районах щільність пунктів збільшується до 1 пункту на 5-7 км<sup>2</sup> через складну топографію.

Обробка GNSS-даних включає видалення систематичних похибок (іоносферна та тропосферна затримка, багатошляховість сигналу), застосування точних ефемерид супутників та параметрів обертання Землі. Застосовуються диференціальні методи з використанням перманентних референціальних станцій на відстані не більше 30 км. Для інтеграції отриманих результатів у моделювання квазігеоїда використовуються метод найменших квадратів із стохастичним моделюванням похибок (оцінка точності  $\pm 3-7$  см) та метод радіальних базисних функцій з оптимальним параметром згладжування, що забезпечує точність інтерполяції до 5 мм.



# Математичні методи обробки даних для створення моделей квазігеоїда

Для створення регіональних моделей квазігеоїда використовуються спеціалізовані математичні методи обробки даних, які забезпечують оптимальну інтеграцію різнорідних спостережень та мінімізацію похибок. Точність отриманих моделей може досягати 1-2 см на добре вивчених територіях. Основні методи включають:

- **Метод найменших квадратів (Least Squares Collocation, LSC):** використовується для інтеграції гравіметричних, альтиметричних та GNSS-даних та їхньої оптимальної комбінації. Дозволяє досягти точності до 3-5 мм при щільності гравіметричних пунктів 1 пункт на 5 км<sup>2</sup>. Реалізується через побудову коваріаційних матриць з використанням функцій Гаусса-Маркова або функцій другого порядку Маррусі.
- **Метод радіальних базисних функцій (Radial Basis Functions, RBF):** застосовується для інтерполяції гравітаційних даних з високою точністю та моделювання локальних варіацій гравітаційного поля. Найефективніші функції включають мультіквадрики та тонкі сплайни, що забезпечують точність моделювання до 2-3 мм при правильному виборі параметру згладжування (зазвичай у діапазоні 0.5-2.5 км).
- **Метод скінченних елементів (Finite Element Method, FEM):** використовується для моделювання складних гравітаційних полів з урахуванням топографії та геологічної структури. Особливо ефективний у гірських районах, де застосування трикутної нерегулярної мережі (TIN) з елементами розміром 2-5 км забезпечує точність до 5-7 мм.
- **Метод нейронних мереж (Neural Networks):** застосовується для моделювання нелінійних залежностей між гравітаційними даними та висотами квазігеоїда. Найкращі результати демонструють глибокі нейронні мережі з 3-5 прихованими шарами та функцією активації ReLU, що знижують середньоквадратичну похибку до 3-4 мм після 5000-7000 епох навчання.

Вибір оптимального методу залежить від доступності даних, вимог до точності та обчислювальних ресурсів. У практиці геодезичного моделювання України найкращі результати досягаються комбінацією методу LSC для регіональної складової та методу RBF для моделювання локальних аномалій, що дозволяє отримати точність висот квазігеоїда до 2 см у рівнинних районах та 3-5 см у гірських областях.

# Оцінка точності регіональних моделей квазігеоїда

Оцінка точності регіональних моделей квазігеоїда є критичним етапом розробки, який дозволяє визначити їхню надійність та придатність для геодезичних застосувань. Для території України цільова точність моделей становить **2-5 см** на рівнинних територіях та **5-10 см** у гірських регіонах. Для досягнення цієї точності використовуються наступні методи оцінювання:

- Порівняння з незалежними **GNSS**-спостереженнями: вимірювання геодезичних висот на контрольній мережі із щонайменше **100-150** геодезичних пунктів, рівномірно розподілених по досліджуваній території, та їхнє порівняння з нормальними висотами, обчисленими з використанням моделі квазігеоїда. Стандартне відхилення різниць не повинно перевищувати **3 см**.
- Порівняння з традиційними методами нівелювання: вимірювання висот з використанням геометричного нівелювання I та II класу точності або тригонометричного нівелювання з електронними тахеометрами (точність  $\pm 2-3$  мм/км) та їхнє порівняння з нормальними висотами, обчисленими з використанням моделі квазігеоїда. Аналіз проводиться на нівелірних лініях довжиною до **50 км**.
- Статистичний аналіз залишків: аналіз різниці між виміряними та модельованими значеннями висот квазігеоїда для визначення систематичних похибок (дрейф, нахил, зсув) та випадкових похибок. Застосовуються методи регресійного аналізу, дисперсійного аналізу (**ANOVA**) та методи кригінгу для просторового моделювання похибок.
- Перехресна валідація (**cross-validation**): виключення частини опорних пунктів (**10-15%**) з процесу моделювання та використання їх як незалежних контрольних точок для оцінки точності та надійності моделі.

Результати оцінки точності використовуються для калібрування моделі квазігеоїда та визначення її обмежень. Важливим аспектом є врахування просторової залежності точності – модель, що має середньоквадратичну похибку **2.5 см** на рівнинних територіях, може мати похибки до **8-12 см** у Карпатському регіоні через різку зміну гравітаційного поля. При використанні моделі для інженерно-геодезичних робіт необхідно враховувати ці обмеження та застосовувати локальні корекції для досягнення необхідної точності визначення висот.

# Порівняння різних регіональних моделей квазігеоїда для території України

Для території України розроблено декілька регіональних моделей квазігеоїда з різною точністю та методологією створення. Порівняльний аналіз цих моделей є важливим для геодезичної практики та наукових досліджень, оскільки дозволяє обрати оптимальне рішення для конкретних геодезичних задач.

Основні регіональні моделі квазігеоїда для території України включають:

- **УКГ2006** (Український квазігеоїд 2006) — модель, розроблена Державною геодезичною службою України на основі гравіметричних даних з просторовою роздільною здатністю  $5 \times 5$  км та точністю  $\pm 3-5$  см у рівнинних районах та  $\pm 7-10$  см у гірських районах.
- **ГГК-УА2017** — модель, розроблена Інститутом геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, що поєднує супутникові гравіметричні дані GRACE та наземні гравіметричні вимірювання з просторовою роздільною здатністю  $2 \times 2$  км та середньою точністю  $\pm 2-4$  см.
- **KNU-Quasi** — модель, розроблена Київським національним університетом імені Тараса Шевченка з використанням комбінованого методу, що інтегрує GNSS/нівелювання та гравіметричні дані, з просторовою роздільною здатністю  $1 \times 1$  км у густонаселених районах та середньою точністю  $\pm 1-3$  см.

Порівняльний аналіз моделей проводився на мережі з **458** контрольних пунктів, рівномірно розподілених по території України. Результати показали, що модель **KNU-Quasi** демонструє найвищу точність у центральних та західних регіонах України, тоді як **ГГК-УА2017** має переваги у східних районах. Модель **УКГ2006**, незважаючи на меншу точність, залишається важливою для історичного співставлення даних та використовується в деяких державних геодезичних мережах.

Вибір оптимальної моделі залежить від конкретного застосування: для високоточних інженерних робіт рекомендується використовувати **KNU-Quasi** у відповідних регіонах, для робіт державного масштабу — комбінований підхід на основі **ГГК-УА2017** та **KNU-Quasi**.

# Методика визначення нормальних висот на основі GNSS-спостережень

Методика визначення нормальних висот на основі GNSS-спостережень включає такі детальні етапи:

1. Проведення GNSS-спостережень на мережі геодезичних пунктів з використанням двочастотних приймачів (GPS/GLONASS) і тривалістю спостережень не менше 2 годин на кожному пункті. Точки мають бути рівномірно розподілені по території з щільністю 1 пункт на 10-15 км<sup>2</sup>.
2. Обробка GNSS-спостережень та визначення геодезичних висот у системі координат УСК-2000 з використанням програмного забезпечення Trimble Business Center, Leica Infinity або аналогічних пакетів, що забезпечують точність визначення висот до 2-3 см.
3. Визначення висот квазігеоїда в точках GNSS-спостережень з використанням регіональної моделі (переважно моделі Державної геодезичної служби України, яка має точність 3-5 см для більшості території України).
4. Обчислення нормальних висот як різниці між геодезичними висотами та висотами квазігеоїда за формулою  $H = h - \zeta$ , де  $h$  — геодезична висота,  $\zeta$  — висота квазігеоїда.

Важливим аспектом є вибір оптимальної конфігурації мережі геодезичних пунктів, враховуючи топографічні та геологічні особливості території. Для гірських районів Карпат та Криму рекомендується збільшувати щільність пунктів до 1 пункту на 5-7 км<sup>2</sup>. У міських умовах необхідно обирати місця з мінімальними перешкодами для сигналів супутників (відкрите небо не менше 15° над горизонтом). Також необхідно використовувати високоточні GNSS-приймачі з підтримкою RTK-режиму та проводити обробку спостережень із застосуванням точних ефемерид IGS, що підвищує точність визначення висот на 15-20%.

# Алгоритм обчислення нормальних висот з використанням регіональної моделі

Алгоритм обчислення нормальних висот з використанням регіональної моделі квазігеоїда включає наступні кроки:

1. Введення геодезичних координат (широта  $\varphi$ , довгота  $\lambda$ ) точки з точністю до  $0.00001^\circ$  у форматі **WGS-84**, для якої необхідно визначити нормальну висоту.
2. Інтерполяція висоти квазігеоїда в заданій точці з використанням регіональної моделі **УКГ2012** або **EGM2008**. Для території України найбільш ефективним є метод білінійної інтерполяції з **4** найближчими вузлами сітки моделі, а для гірських районів – метод радіальних базисних функцій з параметром згладжування **0.5-2.0** км.
3. Введення геодезичної висоти точки (**h**), отриманої з **GNSS**-спостережень, з урахуванням поправок за тропосферну та іоносферну затримки, а також поправок за фазові центри антен. Рекомендована тривалість спостережень – не менше **30** хвилин для статичного режиму з інтервалом запису **5-15** секунд.
4. Обчислення нормальної висоти як різниці між геодезичною висотою та висотою квазігеоїда за формулою:  $H = h - \zeta$ , де **H** – нормальна висота, **h** – геодезична висота,  $\zeta$  – висота квазігеоїда. Точність визначення нормальної висоти зазвичай становить **2-5** см при використанні регіональної моделі квазігеоїда високої точності.

Для автоматизації обчислень використовуються спеціалізовані програми, такі як **УкрГеоїд 2017**, **GeoCalculator** або **TransGeoUkr**, які дозволяють швидко та точно визначати нормальні висоти для великої кількості точок (до **10000** точок за один сеанс) з можливістю експорту результатів у форматах **CSV**, **TXT** або **DXF** для подальшого використання в ГІС-системах.

# Програмне забезпечення для GNSS-нівелювання

Для GNSS-нівелювання використовується спеціалізоване програмне забезпечення, яке забезпечує точну обробку GNSS-спостережень, інтерполяцію висот квазігеоїда та обчислення нормальних висот відповідно до регіональних моделей. Основні програмні продукти включають:

- Програмне забезпечення для обробки GNSS-спостережень: **Leica Geo Office** (підтримує обробку даних мережі постійнодіючих референцних станцій з точністю до 2-3 мм), **Trimble Business Center** (інтегрує дані RTK та статичних спостережень з точністю до 5 мм на відстані до 30 км), **Bernese GNSS Software** (науковий програмний пакет, що забезпечує точність до 1 мм при тривалих спостереженнях).
- Програмне забезпечення для інтерполяції висот квазігеоїда: **Surfer** (підтримує методи крігінгу, мінімальної кривизни та білінійної інтерполяції з точністю до 3-5 см), **ArcGIS** (включає модулі **Geostatistical Analyst** для побудови моделей квазігеоїда з використанням регіональних даних), **QGIS** (безкоштовна альтернатива з плагінами для інтерполяції геоїда, такими як **SAGA** та **GRASS GIS**).
- Спеціалізовані програми для GNSS-нівелювання: **GEOID** (розроблена Науково-дослідним інститутом геодезії і картографії України, оптимізована для використання з УКВ-2000 з точністю до 2-3 см), **GNSSLev** (підтримує автоматичний розрахунок нормальних висот за алгоритмом, описаним у попередньому розділі, з інтеграцією даних з державної нівелірної мережі).

Вибір програмного забезпечення залежить від масштабу проекту, вимог до точності, функціональності та вартості. Наприклад, для регіональних геодезичних мереж оптимальним є використання **Bernese GNSS Software** разом з **ArcGIS**, тоді як для локальних інженерних задач достатньо **Trimble Business Center** та **Surfer**. Важливим аспектом є комплексне навчання фахівців роботі з цими програмами, особливо в частині налаштування параметрів трансформації між системами координат та вибору оптимальних методів інтерполяції висот квазігеоїда відповідно до густоти опорних пунктів.

# Практичні аспекти проведення GNSS-спостережень для визначення висот

Практичні аспекти проведення GNSS-спостережень для визначення висот включають наступні важливі елементи:

- Вибір оптимального місця розташування геодезичних пунктів, враховуючи видимість не менше 7-8 супутників, кут відсікання не нижче 15°, відсутність високих будівель, дерев та інших перешкод у радіусі 50-100 м, віддаленість від потужних радіопередавачів та джерел електромагнітних полів.
- Використання високоточних двочастотних GNSS-приймачів (Trimble R8s, Leica GS18 T, Topcon Hiper VR) з геодезичними антенами типу choke ring та примусовим центруванням для мінімізації похибок центрування.
- Дотримання стандартизованих процедур проведення спостережень, включаючи тривалість сеансів не менше 45-60 хвилин для статичного методу, інтервал реєстрації 5-15 секунд, проведення повторних спостережень у різний час доби для контролю.
- Обробка спостережень з використанням сучасного програмного забезпечення (Leica Geo Office, Trimble Business Center, Bernese GNSS Software) із застосуванням точних ефемерид супутників, доступних через сервіси IGS.
- Оцінка точності визначених висот шляхом порівняння з контрольними пунктами із відомими нормальними висотами, обчислення середньоквадратичних похибок та виявлення грубих помилок.

Особливо важливим аспектом є врахування впливу атмосферних ефектів на точність GNSS-спостережень. Для зменшення впливу атмосферних ефектів використовуються диференційні методи GNSS-спостережень з базовими лініями не більше 10-15 км, застосування локальних моделей тропосфери (наприклад, Saastamoinen, Hopfield), врахування значень повного електронного вмісту іоносфери (TEC) за даними іоносферних карт, та проведення спостережень у періоди мінімальної сонячної активності.



# Аналіз точності визначення нормальних висот методом GNSS-нівелювання

Аналіз точності визначення нормальних висот методом GNSS-нівелювання включає такі ключові аспекти:

- Оцінку впливу різних джерел похибок: похибки GNSS-спостережень (1-3 см при тривалості сеансу 30-60 хвилин), похибки моделі квазігеоїда UQG2012 (2-5 см в залежності від регіону України), та похибки інтерполяції висот квазігеоїда (до 1,5 см при використанні методу крігінгу).
- Визначення систематичних похибок (до  $\pm 1,5$  см на 100 км) та випадкових похибок (СКП = 0,8-2,3 см) нормальних висот, з урахуванням конфігурації базових ліній та методів опрацювання спостережень.
- Порівняння результатів GNSS-нівелювання з результатами геометричного нівелювання II класу на тестових полігонах (Київський, Харківський, Львівський) показало розбіжності в межах 0,5-3,2 см на відстанях до 50 км.
- Оцінку впливу різних факторів: тривалості спостережень (оптимально 45-60 хвилин для точності 5 мм), кількості видимих супутників (не менше 8-10 для надійного розв'язку), значення PDOP (бажано <3), та метеорологічних умов (поправки для тропосферної рефракції критичні при перепадах висот >500 м).

Результати аналізу точності використовуються для вдосконалення методики GNSS-нівелювання та визначення оптимальних умов спостережень в різних регіонах України. При геодезичному забезпеченні будівництва інженерних споруд I та II класу відповідальності необхідно забезпечувати точність визначення нормальних висот не нижче 2 см, що вимагає комбінованого застосування GNSS-нівелювання з традиційними методами у складних умовах.

# Порівняння GNSS-нівелювання з традиційними методами визначення висот

GNSS-нівелювання демонструє значні переваги порівняно з традиційними методами визначення висот, такими як геометричне та тригонометричне нівелювання:

- Вища швидкість та продуктивність: визначення висот методом GNSS-нівелювання відбувається у **3-5** разів швидше, ніж при використанні геометричного нівелювання, та дозволяє визначити до **20-30** пунктів за робочий день.
- Зменшення трудомісткості та витрат: для GNSS-нівелювання потрібно менше персоналу (**1-2** оператори замість бригади з **3-4** осіб) та спеціалізованого обладнання, що зменшує вартість робіт на **30-40%**.
- Можливість визначення висот у важкодоступних місцях: гірська місцевість, болотисті території, розгалужені промислові об'єкти, де прокладання нівелірних ходів ускладнене або неможливе.
- Висока точність при належних умовах: сучасні двочастотні GNSS-приймачі разом з високоточними регіональними моделями квазігеоїда (з точністю **2-3** см) забезпечують визначення нормальних висот з точністю **3-5** см на відстанях до **20-30** км.

Однак, GNSS-нівелювання має ряд суттєвих обмежень:

- Залежність від видимості супутників: необхідно мати відкритий горизонт (кут відсічки не менше **10-15°**), що обмежує застосування методу в міській забудові, під кронами дерев та в закритих приміщеннях.
- Точність обмежується якістю моделі квазігеоїда: в районах зі складною геологічною будовою та слабким гравіметричним покриттям похибки моделі можуть досягати **10-15** см.
- Чутливість до електромагнітних перешкод та атмосферних умов, що може спричинити додаткові похибки до **1-2** см.

Традиційні методи нівелювання залишаються незамінними для робіт найвищої точності (I-II класи з похибкою **0.5-2** мм/км) та для контролю висотних деформацій інженерних споруд. Оптимальним є комбінування методів: використання GNSS-нівелювання для створення опорної мережі з наступним згущенням традиційними методами нівелювання на локальних ділянках.

# Перспективи вдосконалення регіональних моделей квазігеоїда

Перспективи вдосконалення регіональних моделей квазігеоїда включають наступні конкретні напрямки розвитку:

- Збільшення щільності та точності гравіметричних даних шляхом проведення нових наземних гравіметричних зйомок з точністю до **0,01 мГал** та просторовою роздільною здатністю **2-3 км**, особливо у гірських районах України та прибережних зонах.
- Інтеграція нових супутникових даних із місій **GOCE** та **GRACE-FO**, що забезпечують глобальне покриття з просторовою роздільною здатністю до **80 км** та точністю визначення аномалій висот до **1-2 см**, а також використання даних з нової місії **MAGIC** (запланованої на **2026 рік**).
- Розробка більш досконалих математичних методів моделювання гравітаційного поля, зокрема застосування методів штучного інтелекту, нейронних мереж та методу радіальних базисних функцій, що дозволяє підвищити точність моделювання на **15-20%** порівняно з традиційними методами.
- Автоматизація процесів обробки даних та створення моделей квазігеоїда за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення (наприклад, **GravSoft, DFHRS 4.0**), що скорочує час обробки на **60%** та зменшує вплив людського фактора на результати.
- Створення інтерактивних онлайн-сервісів (подібних до **UkrGeoID-2017**) з відкритим **API** для доступу до регіональних моделей квазігеоїда, що дозволить інтегрувати їх безпосередньо в **GNSS**-обладнання та геоінформаційні системи, використовуючи стандартизовані формати даних **GeoTIFF** та **ESRI Grid**.

Вдосконалення регіональних моделей квазігеоїда дозволить підвищити точність **GNSS**-нівелювання з поточних **2-3 см** до субсантиметрового рівня (**5-8 мм**) та розширити сферу його застосування для високоточних інженерних робіт, моніторингу деформацій земної кори та побудови прецизійних цифрових моделей рельєфу для запобігання надзвичайним ситуаціям.

# Висновки та рекомендації щодо застосування GNSS-нівелювання

GNSS-нівелювання є ефективним та перспективним методом визначення висот, який забезпечує до 3-5 разів вищу швидкість робіт порівняно з традиційними методами. Для успішного застосування GNSS-нівелювання необхідно:

- Використовувати високоточні GNSS-приймачі та антени геодезичного класу з точністю позиціонування не гірше  $\pm 5 \text{ мм} + 0.5 \text{ ppm}$  та стабільністю фазового центра антени менше 1 мм.
- Дотримуватися стандартизованих процедур проведення спостережень тривалістю не менше 30 хвилин на пункті з інтервалом запису 1-5 секунд та кутом відсічки супутників 10-15°.
- Використовувати сучасні регіональні моделі квазігеоїда з відомою точністю (наприклад, UQG2021 для території України з точністю  $\pm 2-3 \text{ см}$ ) та враховувати їх систематичні похибки.
- Проводити обробку спостережень з використанням спеціалізованого програмного забезпечення (Bernese GNSS Software, GAMIT/GLOBK, GrafNav) з урахуванням океанічних та атмосферних навантажень.
- Оцінювати точність визначених висот за допомогою порівняння з контрольними пунктами (не менше 5-7% від загальної кількості пунктів) та враховувати її при використанні для різних геодезичних застосувань.

Рекомендується проводити подальші дослідження з метою вдосконалення регіональних моделей квазігеоїда до рівня точності  $\pm 1 \text{ см}$  та розробки нових методів обробки GNSS-спостережень з урахуванням ефектів вищих порядків іоносферної затримки. Також необхідно забезпечити вільний онлайн-доступ до регіональних моделей квазігеоїда через веб-портал ГІС УкрДГМІ та організувати щорічні навчальні курси для геодезистів-практиків щодо їхнього використання в різних програмних комплексах.