

СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ КОМБІНАЦІЙНОЇ СХЕМИ

Мета роботи: Вивчити метод аналітичної мінімізації, навчитися синтезувати комбінаційні схеми, навчитися будувати електричні принципові схеми та досліджувати їх роботу. Вивчити спеціалізований інструментарій програми Multisim для роботи з цифровою технікою.

Короткі теоретичні відомості

Для створення схем, що реалізують булеву функцію, необхідно мати її математичний вираз. Його можна одержати на основі нормальних форм представлення функції. Таких форм є дві: досконала диз'юнктивна нормальна форма (**ДДНФ**) і досконала кон'юнктивна нормальна форма (**ДКНФ**). Найбільш часто використовується **ДДНФ**. Згідно неї математичний вираз функції дорівнює диз'юнкції (сумі) добутків (кон'юнкцій) значень функцій на відповідні мінтерми:

$$F = \sum_{i=0}^{N-1} f_i \cdot M_i, \quad (4.1)$$

де f_i – i -те значення функції;

M_i – i -тий мінтерм;

$N = 2^n$, повне число значень функції при всіх сполученнях аргументів;

i – число аргументів в заданій функції (рахунок починається з $i = 0$).

Розкриваючи символ диз'юнкції, одержуємо:

$$F = f_0 M_0 + f_1 M_1 + f_2 M_2 + \dots + f_{N-2} M_{N-2} + f_{N-1} M_{N-1} \quad (4.2)$$

Якщо врахувати, що

- ◆ значення функції можуть бути рівні або нулю, або одиниці;
- ◆ при множенні на нуль відповідний мінтерм пропадає, а на одиницю – остання опускається, то в (5.2) лишаються тільки мінтерми, при яких функція приймає (має) одиничне значення.

Мінтерм дорівнює кон'юнкції (нульовому добутку) всіх аргументів, що взяті в прямому виді, якщо аргумент має одиничне значення, і в інверсному – якщо нульове. Найбільш просто сприйняти одержання мінтерму на основі таблиці істинності. Розглянемо приклад. Нехай функція трьох аргументів задана таблицею 4.1.

Таблиця 4.1

<i>X1</i>	0	1	0	1	0	1	0	1
<i>X2</i>	0	0	1	1	0	0	1	1
<i>X3</i>	0	0	0	0	1	1	1	1
<i>f_i</i>	1	0	1	1	0	0	*	1

У її перших трьох рядках наведені значення аргументів, в останньому – значення функції, що утворюється при сполученні значень аргументів, що стоять у колонці над функцією. Наприклад, при $X1 = 0, X2 = 0, X3 = 0$ $f_i \Rightarrow f_0 = 1$, а при $X1 = 1, X2 = 0, X3 = 0$ $f_i \Rightarrow f_1 = 0$. При сполученні аргументів $X1 = 0, X2 = 1, X3 = 1$ функція не визначена. У її клітці проставлений символ *. Тому що такий символ у булевій алгебрі відсутній (також в ній відсутнє й символічне позначення поняття *невизначеності*), то замість нього **повинне** бути проставлене значення або $f_6 = 0$, або $f_6 = 1$. Пояснення, на якому значенні переважніше зупинити вибір, буде зрозуміло з подальшого, а поки що визначення відкладемо.

Мінтермом буде добуток аргументів (чи їхніх інверсій) при кожнім f_i – тим значенні функції. Перший мінтерм, що позначається M_0 , дорівнює добутку інверсій аргументів, тому що усі аргументи дорівнюють нулю (див. другий стовпчик таблиці 4.1):

$$M_0 = \overline{X1} \overline{X2} \overline{X3}$$

Наступні мінтерми мають вигляд:

$$M_1 = X1 \overline{X2} \overline{X3}; \quad M_2 = \overline{X1} X2 \overline{X3}; \quad M_3 = X1 X2 \overline{X3}; \\ M_4 = \overline{X1} \overline{X2} X3; \quad M_5 = X1 \overline{X2} X3; \quad M_6 = \overline{X1} X2 X3; \quad M_7 = X1 X2 X3.$$

Сполучення значень аргументів, з яких буде утворено мінтерм, збігається зі значенням розрядів певних чисел, що виражені у двійковій системі числення. Якщо прийняти за старший розряд аргумент $X1$, то відповідність між мінтермами і числами, що написані символами десяткової системи, буде таким:

$$M_0 \Rightarrow 0; \quad M_1 \Rightarrow 4; \quad M_2 \Rightarrow 2; \quad M_3 \Rightarrow 6; \quad M_4 \Rightarrow 1; \\ M_5 \Rightarrow 5; \quad M_6 \Rightarrow 3; \quad M_7 \Rightarrow 7.$$

При більшій кількості аргументів зростає розрядність двійкового еквівалента мінтерму. Запис мінтермів у вигляді десяткових цифр скорочує довжину їх запису. Цим широко користуються при завданні булевих функцій. Подібним чином в таблиці 4.2 задані булеві функції, які необхідно реалізувати відповідно до даного завдання. В ній вказані десяткові цифри, що еквівалентні мінтермам, чий набір значень аргументів збігається з двійковим уявленням вказаних чисел. Наприклад, число 3 в п'ятирозрядному двоїчному коді має запис (00011), що відповідає

мінтерму $\overline{X1} \overline{X2} X3 X4 X5$. Аналогічно для числа 22 маємо $22 \Rightarrow (10110) \Rightarrow \overline{X1} X2 X3 X4 X5$ і т.п.

З урахуванням зроблених пояснень, математичний вираз функції, що задана таблицею 4.1, буде мати вигляд:

$$F = M_0 + M_2 + M_3 + f_6 M_6 + M_7 =$$

$$= \overline{X1} \overline{X2} \overline{X3} + \overline{X1} X2 \overline{X3} + X1 X2 \overline{X3} + f_6 (X1 X2 X3) + X1 X2 X3.$$

У виразі збережена функція f_6 , тому що поки що не визначене її значення. Після її визначення на основі отриманого виразу можна будувати схему, на виході якої будуть вироблятися сигнали, що відповідають заданій таблиці істинності. Наприклад, якщо прийняти $f_6 = 0$, то

(4.3)

$$\overline{F} = \overline{X1} \overline{X2} \overline{X3} + \overline{X1} X2 \overline{X3} + X1 X2 \overline{X3} + X1 X2 X3.$$

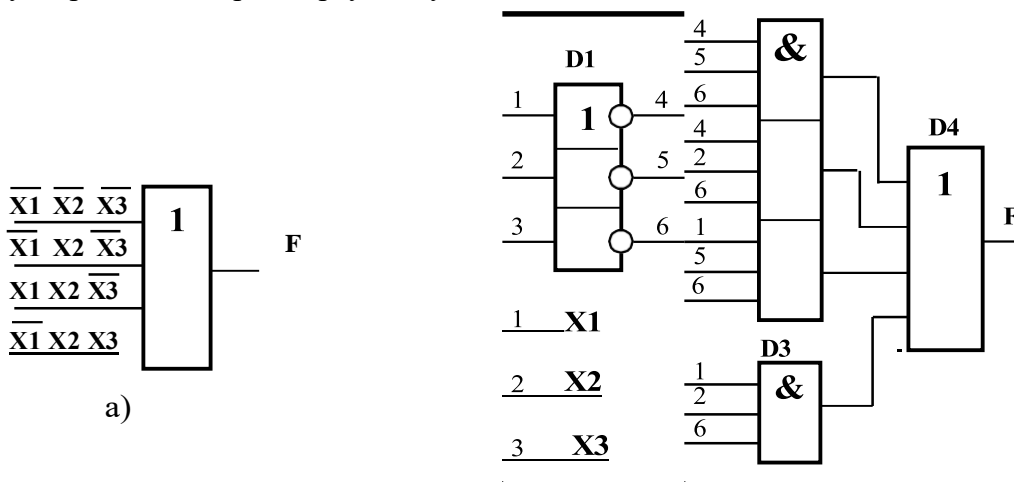
З нього видно, що функція може бути отримана як вихідний сигнал чотирьохвходового диз'юнктора (булевого суматора), на входи якого подаються сигнали, що відповідають мінтермам (рисунок 4.1,а).

Одержати останні можна за допомогою чотирьох трьохвходових кон'юнкторів (логічні елементи $D2$ і $D3$ рисунка 4.1,б), на які подаються сигнали вхідних аргументів у прямому чи інверсному виді. Інверсні сигнали аргументів утворюються на виході трьох інверторів (мікросхема $D1$, рисунок 4.1,б).

Однак такий підхід «швидкої» схемної реалізації математичного виразу не завжди є правильним. Обумовлюється це тим, що вираз, отриманий у формі $ДДНФ$ (чи $ДКНФ$), найчастіше має зайву, надлишкову інформацію. Необхідно спочатку проаналізувати можливість *спрощення (мінімізації)* математичного виразу, одержуючи при цьому і більш просту схему реалізації. Зокрема, рівняння (4.3) може бути спрощене в результаті використання закону склеювання:

$$F = X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 = X1 X3 (X2 + X2) + X1 X2 (X3 + X3) = X1 X3 + X1 X2. \quad (4.4)$$

Таким чином, замість досить складної схеми рисунка 4.1,б функція може бути отримана на виході двовходового диз'юнктора, на входи якого подаються сигнали від двох двовходових кон'юнкторів. Зменшується і число інверторів бо не треба утворювати інверсію аргументу $X2$.



б)
Рисунок 4.1

Але ще більш просте рівняння можна отримати, якщо при «визначенні невизначеності» прийняти $f_6 = 1$. Тоді вираз функції на основі $ДДНФ$ ускладниться:

$$F = X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3.$$

Однак шляхом математичних перетворень, виконаних на основі законів булевої алгебри, його можна значно спростити:

$$\begin{aligned} F &= X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 + X1 X2 X3 = \\ &= X1 X3 (X2 + X2) + X2 X3 (X1 + X1) + X2 X3 (X1 + X1) = \\ &= X1 X3 + X2 (X3 + X3) = X1 X3 + X2. \end{aligned}$$

В ході мінімізації двічі був використаний мінтерм $M_2 = X1 X2 X3$. Це припустимо, тому що $ДДНФ$ являє собою суму одиничних мінтермів, а додання будь-якого числа одиниць, відповідно до визначення логічного додавання, не повинне змінити «одиничний» результат цієї логічної операції.

Як видно з наведених виразів, «склеюються» мінтерми, значення аргументів яких відрізняються тільки значенням однієї змінної. Такі мінтерми називаються *сусідніми*, або *суміжними*. Результат склеювання називається *імплікантою*. Імпліканти також можуть бути суміжними і підлягти наступному склеюванню. Наприклад, у попередньому виразі після першого склеювання були отримані імпліканти $X_2 X_3$ і $X_2 \bar{X}_3$, що розрізняються тільки значенням аргументу X_3 . У результаті їхнього склеювання була отримана проста імпліканта X_2 .

Необхідно відзначити, що *при склеюванні «гинуть» аргументи, значення яких відрізняються*.

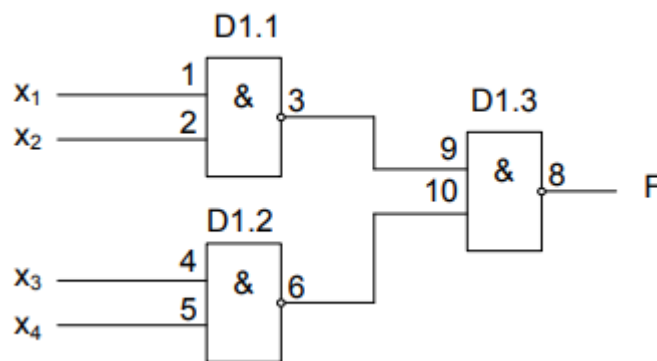
Приклад. Є булева функція чотирьох змінних, яка приймає одиничні значення на наборах 3,7,11,12,13,14,15 і нульові значення – на інших.

$$F = x_1 x_2 + x_3 x_4$$

Переведемо отриманий вираз в базис І-НІ

$$F = x_1 x_2 + x_3 x_4 = \overline{\overline{x_1 x_2} \cdot \overline{x_3 x_4}}$$

Будуємо електричну принципову схему (рис. 3.4).



D1 - K555ЛА3

Рис. 4.4. Електрична принципова схема

Спростити формування таблиці істинності дозволяє **Логічний перетворювач (Logic Converter)**, зображення якого, після його витягу з набору **Instrument** і розміщенні на полі екрану, надано на рис. 4.5.

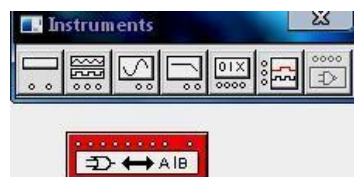


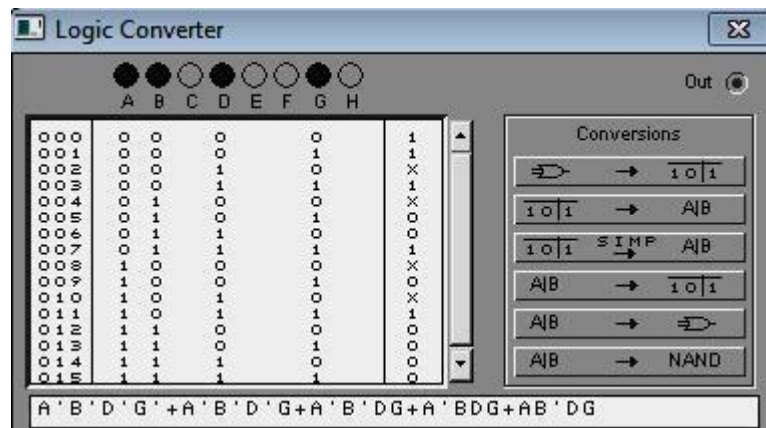
Рис. 4.5.

На перших 8 клеммах, розташованих зверху, генерується послідовність двійкових цифрових сигналів, які подаються на вузли схеми (приладу), що досліджується. Вони також використовуються у якості тестових сигналів при визначенні таблиці істинності.

Остання, дев'ята клем використовується у разі дослідження вже існуючої цифрової схеми. У цьому разі вона приєднується до виходу схеми, що досліджується. Приєднання вузлів схеми до клем **Логічного перетворювача** здійснюється при його початкових розмірах.

До роботи на екран можна вивести тільки один перетворювач. Зображення генератора не обертається. Враховуючи значну кількість можливих точок приєднання, необхідно ретельно вибирати місце розташування перетворювача на робочому полі програми **EWB**.

Для формування тестових сигналів і завдання аргументів логічної функції необхідно викликати на екран збільшене зображення перетворювача, яке виникає після подвійного клацання лівою кнопкою мишки на початковому зображенні перетворювача (рис. 4.5). У верхній частині виниклого зображення (рис. 4.6) розташовані круглі віконця, співпадаючі з клемми на початковому зображенні перетворювача. Під віконцями є літери, якими будуть позначатись аргументи у математичному виразі



функції.

Рис. 4.6

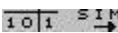
Введення таблиці починається з активації курсором клем **A, B, C, ... H**. Вибір кнопок при активації – на розсуд користувача. На рисунку активовані чотири клемми аргументів **A, B, D** і **G**. У лівій частині екрана перетворювача виникає послідовність звичайних десяткових чисел, а у центральній – їх двійкові еквіваленти. Вони той утворюють тестові сигнали аргументів. Значення виходу функції (третя колонка світлого поля) на цій стадії дорівнюють **0**. Можна ввести таблицю істинності на вісім аргументів (таблиця з 256 строчок).


Формування таблиці істинності здійснюється заміною нульових значень виходу на **1** або на *невизначеність*, яка позначається літерою **X** англійського алфавіту. Для введення курсор розміщується у стовбці виходу відповідного цифрового набору аргументів і з клавіатури вводиться цифра **1** або літера **X**. На рисунку одиниці введені при наборах аргументів, відповідних десятковим числам **0, 1, 3, 7** і **11**, а невизначеність – у числа **2, 4, 8** та **10**.



У правій частині зображення розміщений набір активних діалогових картинок (**Conversion**). Зображення забезпечує введення таблиці істинності. Цей режим виникає «по замовчуванню». Тому до введення таблиці істинності можна приступити негайно після отримання розширеного зображення перетворювача. Додаткова активація цього зображення ефективна у разі припинення роботи з попередньою таблицею і необхідності введення нової.

При активації кнопки у нижній стрічці перетворювача виникає *булевій*

вираз функції від аргументів та їх інверсій, який визначається введеною таблицею істинності. Інверсії позначаються штрихами у верхньому правому куті біля аргументу. Вираз пишеться у досконалій диз'юнктивній нормальній формі (ДДНФ). Мінтерми невизначеностей у виразі не відображаються.

Як вказувалось вище, вираз ДДНФ найчастіше може бути скорочений (спрощений, мінімізований). Мінімізація проводиться активацією кнопки . При цьому враховуються також введені невизначеності, які приймаються рівними **1**, якщо це приводить до більш компактного виразу. У приведеному $A'B' + A'DG + B'D$ вище прикладі скорочений вираз має вид $A'B + B'D$, що стало можливим при одиничних значеннях виходів у наборах аргументів за числами **3** та **11** і нульових – при наборах за числами **4** та **8**.

Натиснення картинки  може призвести до зменшення числа аргументів у таблиці істинності, якщо вони не відображаються у спрощеному виразі.

Активація кнопок  або  призводить до формування схем функції на логічних елементах повного базису (**I**, **АБО**, **НІ**) чи на елементах **I-НІ**. Їх недоліком є використання тільки ЛЕ з двома входами, що призводить до збільшення розмірів схеми. Наприклад, на рис. 4.7 надана схема на елементах **I-НІ**, яка реалізувала функцію $Y = \{0^*; 1; 5; 6^*; 9^*; 13^*; 14\}$, де функція задана десятковими еквівалентами мінтермів, а символами (*) позначені невизначеності.

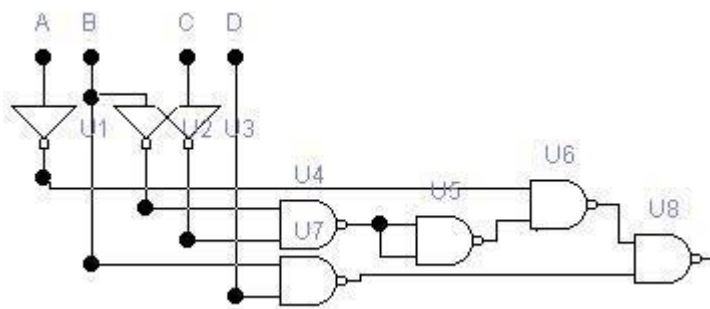


Рис. 4.7

Мінімізований вираз функції, отриманий за допомогою **Логічного перетворювача**

$$Y = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + BD.$$

При його перетворенні за допомогою правила де Моргана, що необхідно для переходу у базис елементів **I-НІ**, маємо:

$$Y = \overline{\overline{\overline{A} \overline{B} \overline{C} + BD}},$$

з якого видно, що для формування кон'юнктора на три входи використані аж три елемента **U4**, **U5** і **U6**. При використанні елемента **I-НІ** на три входи схема спрощується (рис.4.8):

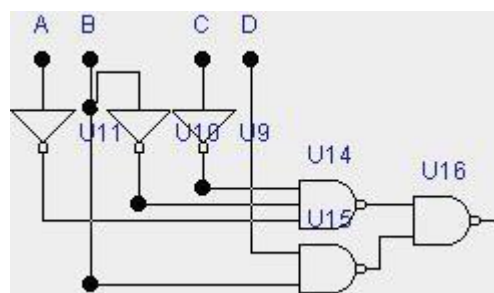


Рис. 4.8

При використанні **Логічного перетворювача** для формування таблиці істинності цифрового приладу чи схеми його клем приєднують до вузлів приладу (схеми), а вихід – до дев'ятої клем перетворювача. Активація клем аргументів, отримання математичних виразів функції – згідно описаної вище процедури.

Приклад дослідження на рис.4.9.

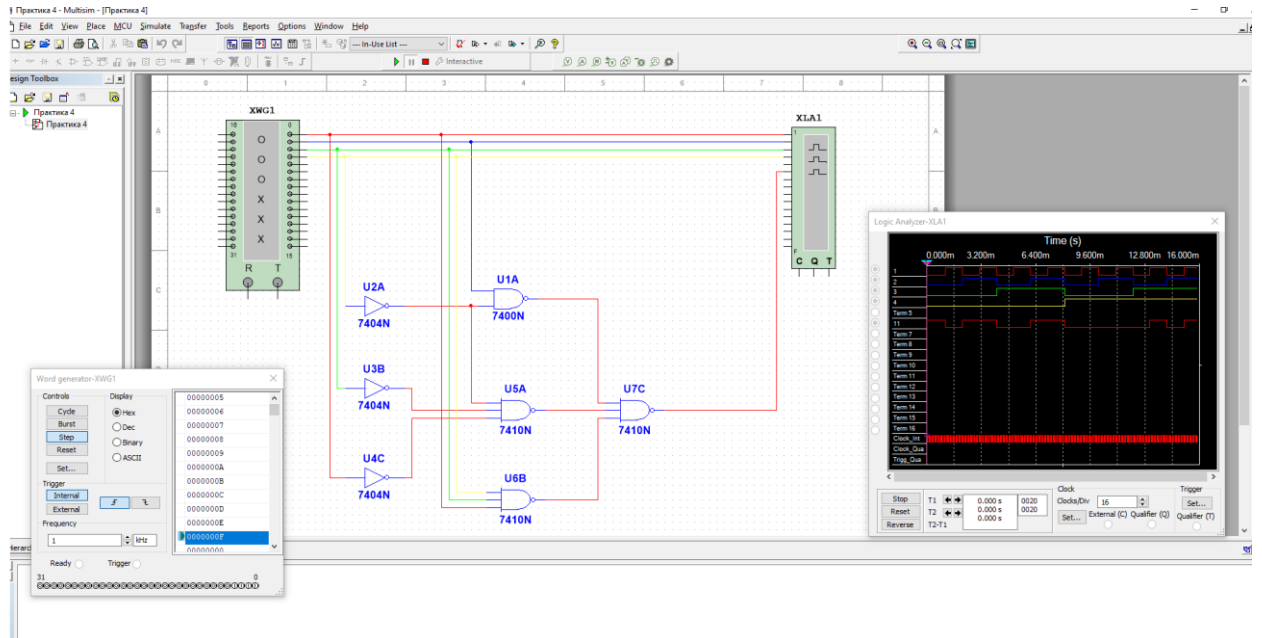


Рис. 4.9

Виконання роботи

1. Згідно з заданим викладачем варіантом вибрати логічну функцію F чотирьох змінних, яка задана таблицею істинності та записати індивідуальну таблицю вихідних даних відповідно до заданого варіанта таблиці 4.2.
2. Записати вираз для заданої логічної функції.
3. Виконати мінімізацію за аналітичним методом.
4. Перевести отриманий вираз в базис І-НІ для реалізації логічної функції.
5. Вибрати серію мікросхем і типи логічних елементів для реалізації логічної функції. При побудові схеми використовувати логічні елементи І-НІ.
6. На робочому полі програми Multisim побудувати схему для реалізації заданої функції на логічних елементах І-НІ (приклад – рис.4.9). Проаналізувати її роботу.
7. Дослідити роботу **Логічного перетворювача**, використовуючи данні заданого варіанту. Зробити скріншоти.
8. Дослідити роботу однієї зі схем, що синтезовані Логічним перетворювачем. Проаналізувати її роботу.
9. Порівняти результати п.6 та п.8. Зробити висновки.

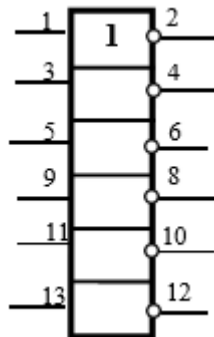
Таблиця 4.2. Таблиця істинності логічної функції F чотирьох змінних

Номер варіанту		Номер набору															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	F ₁	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
2	F ₂	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
3	F ₃	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
4	F ₄	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
5	F ₅	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
6	F ₆	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
7	F ₇	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
8	F ₈	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
9	F ₉	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
10	F ₁₀	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
11	F ₁₁	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
12	F ₁₂	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
13	F ₁₃	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
14	F ₁₄	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
15	F ₁₅	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
16	F ₁₆	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
17	F ₁₇	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
18	F ₁₈	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
19	F ₁₉	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
20	F ₂₀	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
21	F ₂₁	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
22	F ₂₂	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
23	F ₂₃	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
24	F ₂₄	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
25	F ₂₅	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
26	F ₂₆	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
27	F ₂₇	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
28	F ₂₈	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
29	F ₂₉	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
30	F ₃₀	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
31	F ₃₁	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
32	F ₃₂	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
33	F ₃₃	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
34	F ₃₄	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
35	F ₃₅	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
36	F ₃₆	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
37	F ₃₇	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
38	F ₃₈	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
39	F ₃₉	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
40	F ₄₀	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1

ПАРАМЕТРИ І ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛОГІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ СЕРІЙ СИСТЕМИ ТТЛ/ТТЛШ

У додатку приведені технічні дані на мікросхеми елементів, що можуть бути використані при рішенні завдань контрольної роботи. Мікросхеми узяті з найбільш розповсюджених серій **155 (К155, КМ155), К531, 555 (К555, КМ555), КР1531 та КР1533**. Цоколювка мікросхем в усіх серіях однакова.

Інвертори - елементи, що виконують логічну операцію **НИ**. В усіх зазначених серіях **ІМС** є мікросхема **ЛН1**, в якій мається набір з 6 інверторів. Її умовне зображення наведено на рисунку А1,а, типові параметри – в таблиці на рис.А3.1,б. Аналогічні параметри мають і більшість інших мікросхем, що наведені в подальшому.



Параметр	Серія		
	155	531	555
Час затримки поширення сигналу $t_{зтр}$, нс	22	5	15
Вихідний струм $I_{вих}^0$, мА	16	20	8
Максимальний струм споживання $I_{си}^*$, мА	11	2,2	18

Примітка. * – струм від джерела живлення, що споживається одним інвертором у стані напруги «0» на виході. При $U_{вих} = «1»$ струм споживання зменшується приблизно в 2,2 рази.

а)

б)

Рис.А3.1

Елемент Шеффера – елемент, що виконує логічну операцію **І-НИ**. Він є базовим для всіх серій системи **ТТЛ/ТТЛШ**. В межах серії вони відрізняються по числу входів. Їх цоколювка показана на рисунку А3.2.

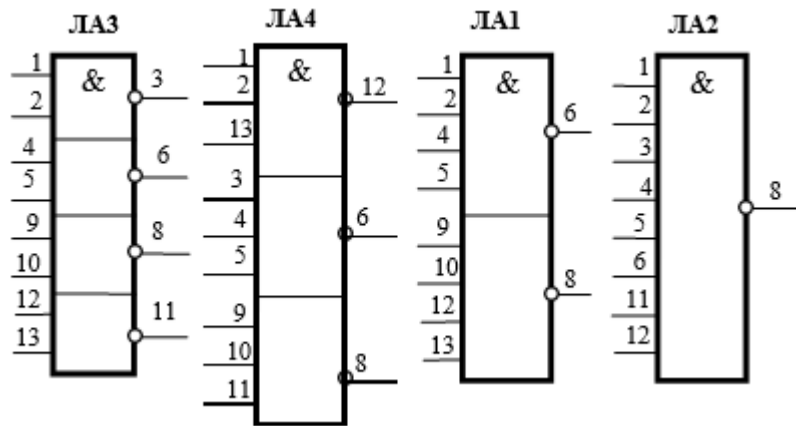
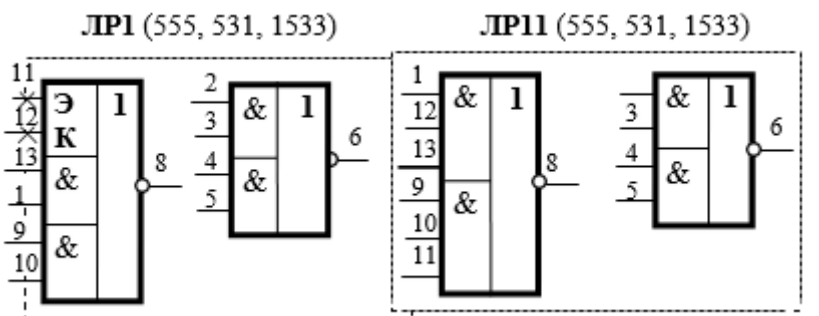
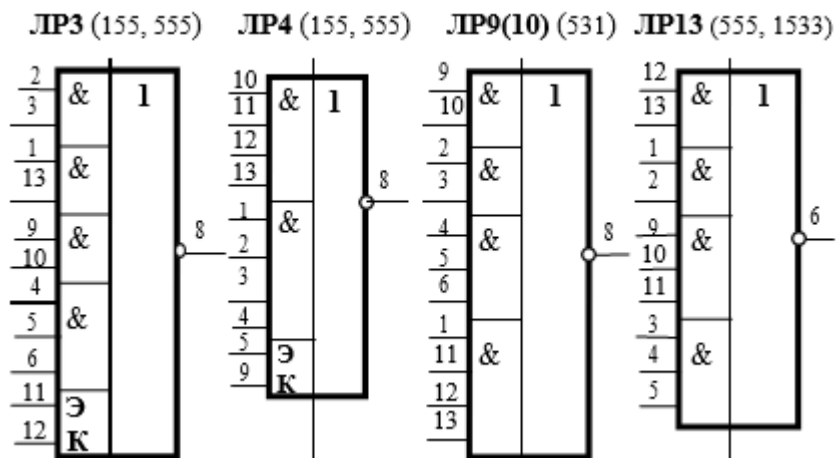


Рис.А3.2

Цоколювка *ІМС*, що виконують логічну операцію *І-АБО-НІ*, представлена на рисунку А3.3. В мікросхемах *ЛР1*, *ЛР3* і *ЛР4* елемент *АБО* має виходи колектора і емітера. Їх використовують для нарощування (розширення) числа входів. Для цього з'єднують ідентичні виводи декількох мікросхем.



а)



б)

Рис.3.3