

## Тема: ОПТИЧНІ ДЕТАЛІ ГЕОДЕЗИЧНИХ ПРИЛАДІВ

### 1. Плоскі та сферичні дзеркала

Плоске дзеркало – оптична деталь, що має плоску відбивну поверхню. Промені гомоцентричного пучка з центром у точці  $A$  падають на плоске дзеркало під різними кутами  $-i_1 - i_2$  (рис. 1.6). Оскільки відбиті промені віддаляються один від одного, здається, що вони поширюються з точки  $A'$ , яка є точкою перетину продовжень відбитих променів за площину дзеркала. Точка  $A$  розміщена на продовженні нормалі  $AO$  до поверхні дзеркала і є стигматичним зображенням точки  $A$ .

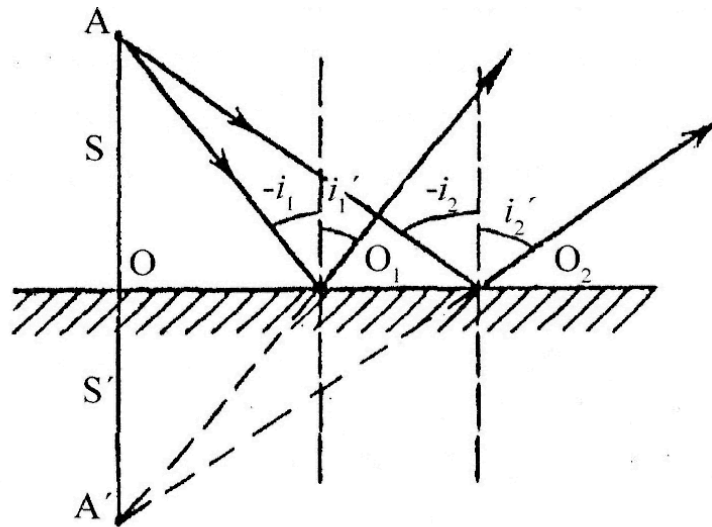


Рис. 1.6. Хід променів і зображення у плоскому дзеркалі

Зображення у плоскому дзеркалі уявне, розміри його дорівнюють розмірам предмета, воно однакове за формою, кольором та положенням, симетрично розташоване відносно дзеркальної поверхні, проте несумісне з предметом за будь-яких поворотів та переміщень в одній площині. Дзеркальне зображення може бути накладене на предмет. Його ще називають напівоберненим. У геодезичних приладах використовують поодинокі плоскі дзеркала, а також системи плоских дзеркал для зміни напрямку променя, паралельного зміщення його, для підсвічування шкал, у компенсаторах нахилу, відлікових оптичних системах, для побудови прямих кутів тощо. Приклади використання плоских дзеркал подано на рис. 1.7 – 1.9.

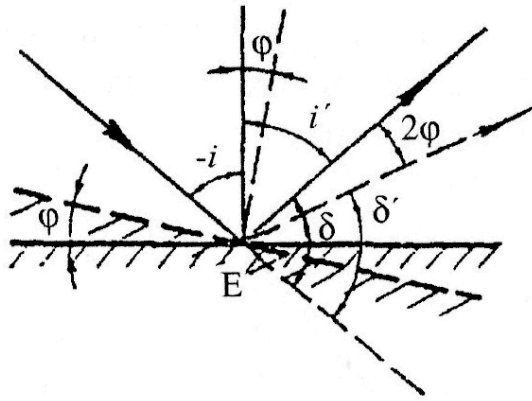


Рис. 1.7. Зміна напрямку відбитого променя внаслідок повороту дзеркала

Рис. 1.7 ілюструє зміну напрямку відбитого променя внаслідок повороту дзеркала на кут  $\varphi$ . Згідно з рис. 1.7 у початковому положенні дзеркала (до повороту)

$$\delta = 180^\circ - 2i \quad (1.7)$$

Якщо повернути дзеркало довкола точки  $E$  на деякий кут  $\varphi$ , відбитий промінь також повернеться, а його відхилення від напрямку променя, що падає, буде таким

$$\delta' = 180^\circ - 2(i + \varphi), \quad (1.8)$$

де  $(i + \varphi)$  – власне кут падіння променя на повернуте дзеркало.

Очевидно, що кут повороту відбитого променя можна визначити згідно з виразом

$$\delta - \delta' = (180^\circ - 2i) - [180^\circ - 2(i + \varphi)], \quad (1.9)$$

або

$$\delta - \delta' = 2\varphi. \quad (1.10)$$

Внаслідок повороту дзеркала на кут  $\varphi$  відбитий промінь повернеться на кут  $2\varphi$ . Цю властивість плоского дзеркала найчастіше використовують у конструкціях компенсаторів нахилу. У дзеркальному екері (рис. 1.9) два дзеркала встановлені так, що їхні площини утворюють кут  $45^\circ$ , тому відбитий екером промінь утворює з променем, що падає, кут  $90^\circ$ . За такого розташування дзеркал зображення, видиме у дзеркалі, залишається нерухомим, незважаючи на повороти екера. Останнє твердження є справедливим для всіх дзеркальних оптичних систем з парною кількістю відбивних поверхонь.

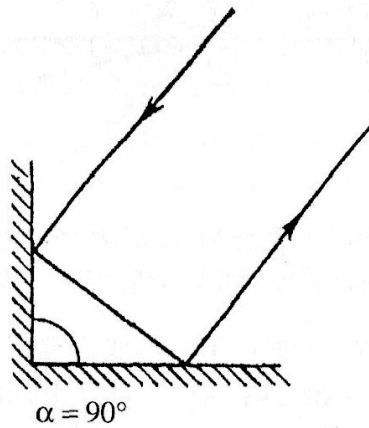


Рис. 1.8. Відбиття променя системою з двох дзеркал

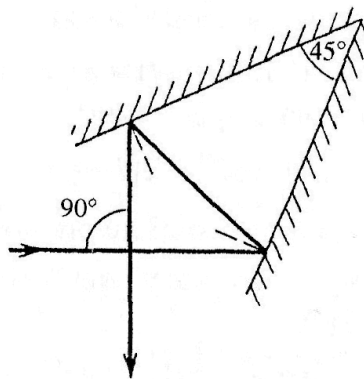


Рис. 1.9. Хід променя у дзеркальному екері

Закони відбиття від плоских дзеркал справедливі також для малих елементів дзеркал з криволінійною поверхнею, зокрема увігнутих та опуклих сферичних дзеркал. Нормаллю до поверхні дзеркала є перпендикуляр до неї у точці падіння променя. Пряма, що проходить через центр кривини дзеркала  $C$  та центральну точку його поверхні, тобто вершину  $O$ , є оптичною, або головною віссю дзеркала (рис. 1.10). Якщо промінь світла падає на увігнуте параболічне дзеркало паралельно до оптичної осі, після відбиття він потрапить у точку  $F$ , а кут падіння  $|i|$  дорівнює куту відбиття  $|i'|$ . З великою мірою достовірності це справедливо і для сферичного дзеркала. Всі промені, що падають на його поверхню паралельно до оптичної осі, після відбиття перетнуться в одній точці, яку називають фокусом дзеркала (рис. 1.11) і яка розміщена на оптичній осі. І навпаки, промені, що проходять через фокус дзеркала, після відбиття поширяться паралельно до оптичної осі. Відрізок  $FO$  називають фокусною віддаллю. Якщо  $r$  – радіус кривини дзеркала, то

$$f = \frac{r}{2}. \quad (1.11)$$

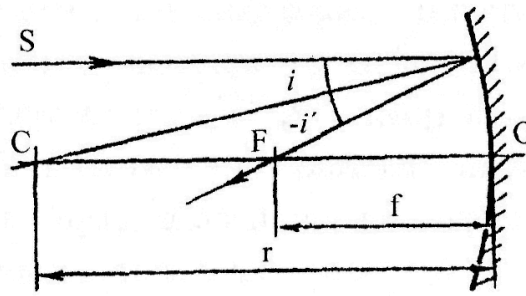


Рис. 1.10. Увігнуте сферичне дзеркало

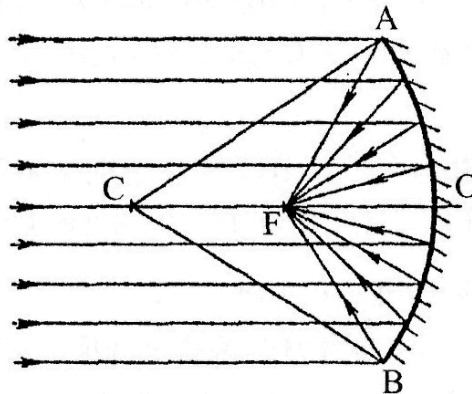


Рис. 1.11. Відбиття променів увігнутим сферичним дзеркалом

## 2. Призми відбиття

Загалом призма – оптична деталь, що має плоскі поверхні, які утворюють двогранні кути. Призми відбиття, або загального внутрішнього відбиття, – це прозорі багатогранники, що мають відбивні грані, найчастіше вкриті сріблом.

Порівняно з плоскими дзеркалами призми відбиття мають низку переваг. Однією призмою можна замінити декілька дзеркал; призму простіше й надійніше можна встановити в приладі, а кути між відбивними гранями гарантовано сталі; в них фактично відсутні втрати світла і не виникає подвоєння променя тощо.

В геодезичних приладах застосовують поодинокі призми відбиття, складні призми та системи призм. Призми із парною кількістю відбивних граней дають конгруентне зображення предмета, а з непарним – дзеркальне. Винятком є "дах"-призма.

На рис. 1.12 подано приклади призми із однією (рис. 1.12, а), двома (рис. 1.12, б, в, г) та трьома (рис. 1.12, є) відбивними гранями. Залежно від кількості відбивних поверхонь призми діють, наприклад, як плоске дзеркало з його особливостями (рис. 1.12, а), тобто відхиляють відбитий промінь на подвійний кут повороту призми, або, як, наприклад, з двома відбивними поверхнями, повертають відбитий промінь на кут  $180^\circ$ , але не змінюють напрямку відбитого променя, незважаючи на кут повороту призми. Призма на рис. 1.12, в діє як плоско-паралельна платівка.

Дія пентапризми (рис. 1.12, г) зрозуміла з рисунка. Система з двох призм (рис. 1.12, д) та "дах"-призма (рис. 1.12, е) повністю (на  $180^\circ$ ) обертають зображення.

"Дах"-призма має форму тетраедра, грані якого  $ABD$  і  $ACD$  та грані  $ABC$  і  $DBC$  утворюють одна з одною попарно кути по  $90^\circ$ . Ті самі пари граней утворюють кути у  $45^\circ$  з ребрами  $CB$  і  $AD$  відповідно. Промені, які проходять призмою, двічі заломлюються і двічі відбиваються.

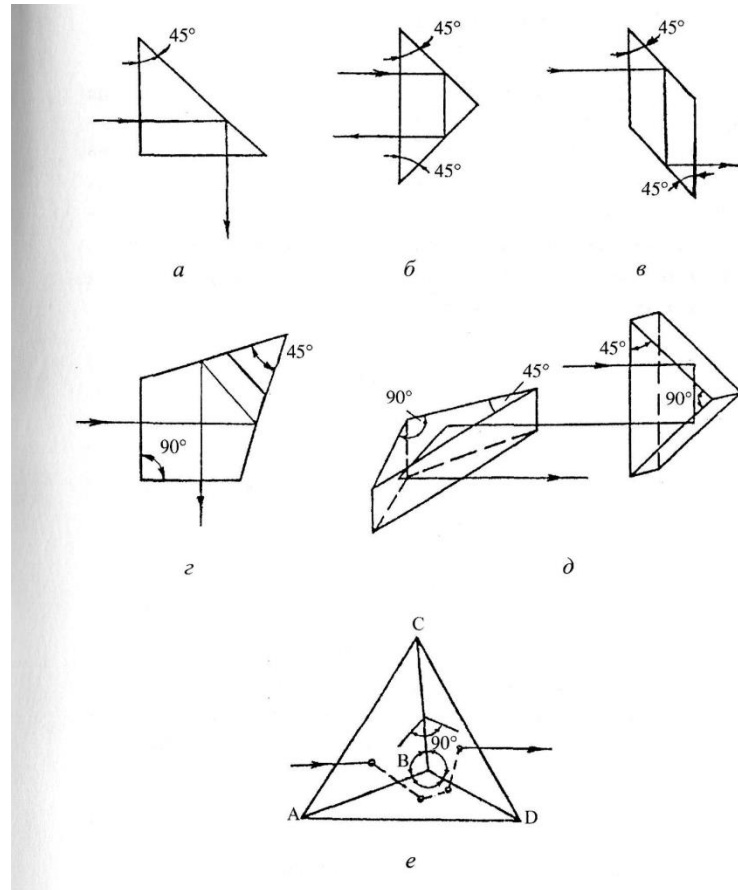


Рис. 1.12. Призми відбиття: а – з однією відбивною гранню; б, в-з двома відбивними гранями; г – пентапризма; д – система з двох призм; е – дах-призма

### 3. Плоскопаралельна платівка, призми заломлення

В геодезичних приладах поширені випадки заломлення променів двома плоскими поверхнями у вигляді плоско-паралельної платівки (рис. 1.13). Коли на одну з поверхонь платівки падає промінь (із повітряного середовища) під кутом  $i_1$  він заломиться, увійде у платівку, поширяться у ній прямолінійно, утворюючи з нормалями до поверхонь кути  $i'_1$  та  $i_2$ . Після переходу із скла до повітря кут заломлення променя становитиме  $i'_2$ . Оскільки  $i'_1 = i_2$ , то й  $i_1 = i'_2$ .

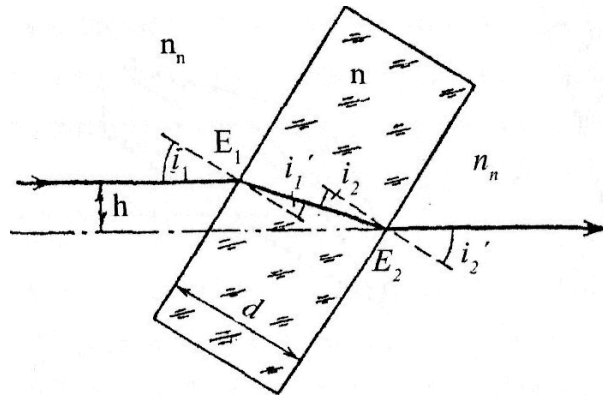


Рис. 1.13. Проходження променем плоскопаралельної платівки

Отже, після проходження плоскопаралельної платівки промінь світла лише зміщується паралельно до самого себе, не змінюючи напрямку. Величина цього паралельного зміщення із урахуванням товщини платівки  $d$

$$h = \frac{d \cdot \sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}, \quad (1.12)$$

Точна формула для визначення  $h$  має вигляд

$$h = d \cdot \operatorname{tg} i \left( \cos i - \frac{\cos^2 i}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} \right). \quad (1.13)$$

Здебільшого для розрахунків користуються наближеними залежностями

$$h = d \frac{n-1}{n} \operatorname{tg} i, \quad (1.14)$$

або

$$h = d \frac{n-1}{n} \cdot \frac{i}{\rho}. \quad (1.15)$$

У залежностях (1.13) – (1.15)  $n$  – показник заломлення скла платівки. Точні формули вживають, коли  $i > 10^\circ$ .

У геодезичних приладах плоскопаралельні платівки застосовують для точного відрахування шкал, вимірювання малих інтервалів, наприклад, у мікрометрах нівелірів або в оптичних мікрометрах теодолітів тощо.

Призма заломлення – це оптична деталь, що має плоскі заломлювальні поверхні, які розташовані під кутом одна до одної (рис. 1.14).

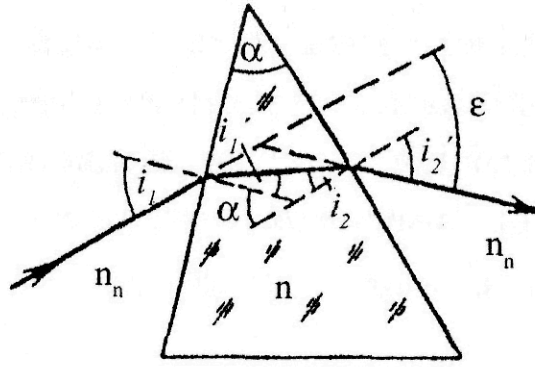


Рис. 1.14. Проходження променем призми

Кут між заломлювальними поверхнями призми  $\alpha$  називають кутом заломлення. Призми, що мають кут заломлення  $\alpha \leq 6^\circ$ , зазвичай називають оптичними клинами.

Промінь світла, що падає на поверхню призми, після подвійного заломлення (повітря-скло, скло-повітря) вийде з призми, відхилившись від початкового напрямку на кут  $\varepsilon$ . Величина кута  $\varepsilon$  залежить від показника заломлення скла призми  $n$ , кута заломлення  $\alpha$  та кута падіння  $i_1$ . Згідно з рис. 1.14

$$\varepsilon = i_1 - i_1' + i_2' - i_2, \quad (1.16)$$

а з урахуванням того, що  $\alpha = i_1' + i_2$

$$\varepsilon = i_1 + i_2' - \alpha. \quad (1.17)$$

Згідно із законом заломлення

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n \cdot \sin i_1', \quad (1.18)$$

а також

$$n \cdot \sin i_2 = n_2 \cdot \sin i_2', \quad (1.19)$$

де  $n_1$  – показник заломлення повітря ( $n_1 = 1$ ).

Враховуючи, що  $i_2 = \alpha - i_1'$ , а  $i_2' = \alpha + \varepsilon - i_1$ , залежність (1.19) можна записати у вигляді

$$n \cdot \sin(\alpha - i_1') = \sin[(\varepsilon + \alpha) - i_1] \quad (1.20)$$

В оптичних клинів кути  $\alpha$  та  $\varepsilon$  малі за величиною і без значної похибки синуси цих кутів можна замінити відповідними дугами у радіанній мірі, а косинуси можна прийняти такими, що дорівнюють одиниці. Тому після перетворень, враховуючи (1.18), одержимо  $n \cdot \alpha \cdot \cos i_1' = \cos i_1(\varepsilon + \alpha)$ , або

$$\varepsilon = \alpha \left( \frac{n \cdot \cos i_1'}{\cos i_1} - 1 \right). \quad (1.21)$$

Для оптичних клинів, що застосовують у геодезичних приладах, кут падіння  $i_1$  також, зазвичай, дуже малий. У такому разі можна вважати, що відношення  $\frac{\cos i_1'}{\cos i_1}$  приблизно дорівнює одиниці, тому залежність (1.21) спроститься до вигляду

$$\varepsilon = (n - 1)\alpha. \quad (1.22)$$

Цю залежність використовують, коли кути падіння променів не перебільшують  $\pm 1^\circ$ . Загалом оптичному клину притаманні властивості гомоцентричності пучка променів та стигматичності зображення. Після проходження пучка променів через оптичний клин зображенням точки  $A'$  буде точка  $A$  (рис 1.15). Відносно точки  $A'$  воно зміщене на величину відрізка  $h = \frac{\varepsilon}{\rho}l$ .

У геодезичних приладах оптичні клини найчастіше використовують в оптичних мікрометрах.

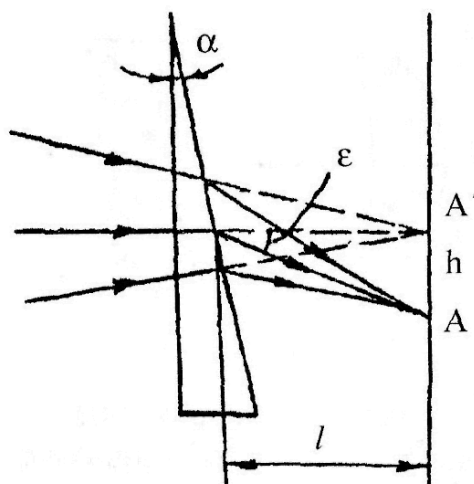


Рис. 1.15. Відхилення та зміщення променя оптичним клином

#### 4. Лінзи

Тіло, яке виготовлене з прозорого матеріалу, звичайно скла, обмежене двома сферичними або сферичною та плоскою поверхнями, називають оптичною лінзою. Лінзу можна подати такою, що складається з великої кількості малих призм (рис. 1.16) із різними, змінними кутами заломлення, величини яких збільшуються від середини лінзи до її країв. Коли кількість таких елементарних призм є незмінною, утворюється лінза.

Залежно від того, більша чи менша товщина лінзи посередині, ніж біля країв, розрізняють лінзи збирні (рис. 1.17, а, б, в) та розсіювальні (рис. 1.17, г, д, е).

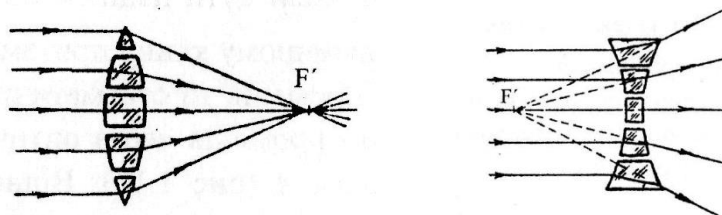
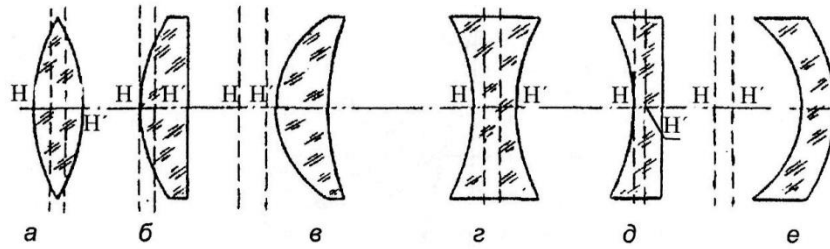


Рис. 1.16. Схематичне зображення збирної (а) та розсіювальної (б) лінз у вигляді елементарних призм





*Рис. 1.17. Форми лінз:*

*збирні лінзи: а – подвійно-опукла;*

*б – плоско-опукла; в – увігнуто-опукла;*

*розсіювальні лінзи: з – подвійно-увігнута;*

*д – плоско-увігнута; е – опукло-увігнута*

Лінію, що з'єднує центри кривини  $s_1$  і  $s_2$  обох сферичних поверхонь, які обмежують власне лінзу (рис. 1.18, рис. 1.19), називають її оптичною віссю, а  $r_1$  і  $r_2$  – радіусами кривини. Паралельний пучок променів після проходження збирною лінзою збігається (рис. 1.18), а розсіювальною – розбігається (рис. 1.19). Після проходження збирною лінзою параксіальні промені, паралельні її оптичній осі, збігаються в одній точці, яку називають фокусом (рис. 1.18). Стосовно розсіювальної лінзи, то в одній точці перетинаються зворотні продовження заломлених променів, що вийшли з лінзи (на рис. 1.19 пунктирні лінії). Промінь, що збігається з оптичною віссю лінзи, проходить через неї, як крізь плоскопаралельну платівку, коли йде перпендикулярно до її поверхні, тобто не змінюючи свого напрямку.

Кожна лінза має два фокуси, які деколи називають "переднім" та "заднім" згідно з напрямком поширення променів або фокусом простору предметів та фокусом простору зображень відповідно. Фокус простору зображень (задній фокус)  $F'$  є зображенням безмежно віддаленої точки, розташованої на оптичній осі лінзи. Для збирної лінзи це зображення дійсне (рис. 1.18), для розсіювальної – уявне (рис. 1.19). Передній фокус, або фокус простору предметів  $F$ , є точкою на оптичній осі, зображення якої розташоване у нескінченності. Віддалі від середньої площини лінзи, а товщиною тонких лінз зазвичай нехтують, до її фокусів називають передньою  $f$  та задньою  $f'$  фокусними віддальми відповідно. Для тонких лінз  $|f| = |f'|$ . Площини, які перпендикулярні до оптичної осі лінзи і проходять через її фокуси, називають

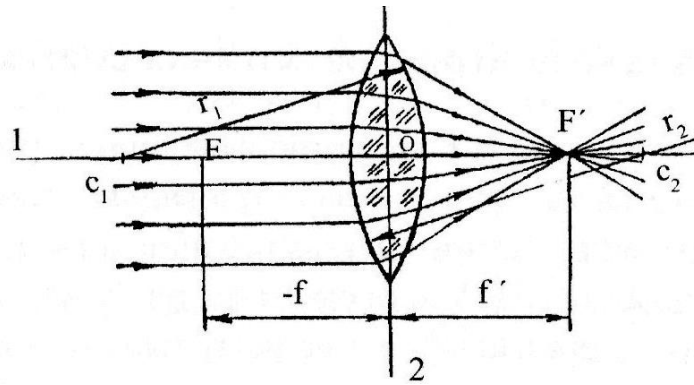


Рис. 1.18. Проходження променями збирної лінзи:  
1 - оптична вісь; 2 - середня площина лінзи

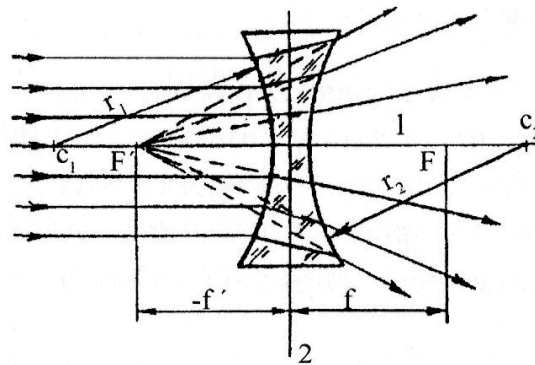


Рис. 1.19. Проходження променями розсіювальної лінзи: 1 - оптична вісь; 2 - середня площина лінзи

фокусними площинами лінз. Залежно від розташування предмета на віддалі  $a$  у просторі предметів від збирної лінзи вона по-різному буде його зображення у просторі зображень на віддалі  $a'$  від неї.

Коли предмет розташований у просторі предметів на віддалі  $a > 2f$  від лінзи, зображення його буде дійсним, перевернутим і зменшеним. Воно буде розміщуватись у просторі зображень на віддалі  $2f > a' > f$  від лінзи. Коли віддаль від лінзи до предмета  $2f > a > f$ , зображення його буде дійсним перевернутим і збільшеним на віддалі  $a' > 2f$  від лінзи. Якщо предмет розташований на віддалі  $a < f$  від лінзи, його зображення буде прямим, збільшеним та уявним на віддалі  $a' > a$  від лінзи. Розсіювальна лінза буде уявне, пряме та зменшене зображення предмета.