

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»

протокол від серпня 202_ р.
№ ____

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ **для самостійної роботи здобувачів вищої освіти** **з навчальної дисципліни** **«Математичні методи аналізу економіки»**

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 051 «Економіка»
освітньо-професійна програма «Цифрова економіка»
факультет бізнесу та сфери обслуговування
кафедра фінансів та цифрової економіки

Рекомендовано на засіданні
кафедри фінансів та цифрової
економіки
26 серпня 2024 р.,
протокол № 08

Розробник: к.е.н., доцент кафедри фінансів та цифрової економіки,
ОВАНДЕР Наталія

Житомир
2024

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 2

ЗМІСТ

1. Задача лінійного програмування.....	3
2. Транспортна задача.....	5
3. Задача цілочислового програмування.....	8
4. Задачі нелінійного програмування.....	9
5. Динамічне програмування. Задача оптимального розподілу фінансових ресурсів між інвестиційними проектами.....	11

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 3

1. ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Підприємство виготовляє 4 або 3 (залежно від варіанту) види продукції А; В; С; D. (А; В; С), використовуючи для цього три види ресурсів: трудові, сировину та обладнання. Відома ціна одиниці продукції кожного виду: для А – C_A ; для В – C_B ; для С – C_C ; для D – C_D . (у.о.). Запаси ресурсів відповідних ресурсів позначимо F_1 – трудові; F_2 – сировина; F_3 – обладнання.

Норми витрат ресурсів на одиницю продукції кожного виду (в умовних одиницях), запаси ресурсів та ціни на продукцію згідно кожного з варіантів наведені в таблиці 1.

Завдання:

а) Формалізувати задачу та побудувати до неї двоїсту.

б) Визначити оптимальний план виробництва продукції в умовах обмеженості ресурсів, який дасть виробництву найбільший прибуток. Завдання розв'язати за допомогою електронних таблиць EXCEL.

Таблиця 1

Вихідні дані

№ варіанту	Ресурс	A	B	C	D	C_A	C_B	C_C	C_D	F_1	F_2	F_3
1	Трудові	18	15	12	-	9	10	16	-	360	192	180
	Сировина	6	4	8	-							
	Обладнання	5	3	3	-							
2	Трудові	4	2	1	-	10	14	12	-	180	210	244
	Сировина	3	1	3	-							
	Обладнання	1	2	5	-							
3	Трудові	2	1	1	1	4	3	6	7	280	80	250
	Сировина	1	0	1	1							
	Обладнання	1	5	1	0							
4	Трудові	6	1	2	4	4	2	3	4	300	200	90
	Сировина	5	2	2	4							
	Обладнання	2	3	1	1							
5	Трудові	3	2	1	2	27	10	15	28	200	500	400
	Сировина	3	1	3	4							
	Обладнання	1	1	1	3							
6	Трудові	2	1	1	3	8	3	2	1	300	70	340
	Сировина	1	0	2	1							
	Обладнання	1	2	1	0							
7	Трудові	1	0	2	1	9	6	4	7	180	250	800
	Сировина	0	1	3	2							
	Обладнання	4	2	0	4							
№ варіанту	Ресурс	A	B	C	D	C_A	C_B	C_C	C_D	F_1	F_2	F_3

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015									Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024		
	Екземпляр № 1									Арк 14 / 4		

8	Трудові	1	2	2	1	3	2	5	4	300	600	200
	Сировина	3	0	2	2							
	Обладнання	1	4	0	1							
9	Трудові	2	1	2	-	2	3	4	-	120	200	120
	Сировина	3	1	2	-							
	Обладнання	2	2	1	-							
10	Трудові	3	1	3	4	27	10	15	28	200	500	400
	Сировина	3	2	1	2							
	Обладнання	1	1	1	3							
11	Трудові	6	4	8	-	9	10	16	-	360	192	180
	Сировина	18	15	12	-							
	Обладнання	5	3	3	-							
12	Трудові	12	15	18	-	16	10	9	-	180	192	360
	Сировина	8	4	6	-							
	Обладнання	3	3	5	-							
13	Трудові	1	2	4	-	12	14	10	-	244	210	180
	Сировина	3	1	3	-							
	Обладнання	5	2	1	-							
14	Трудові	1	1	1	2	7	6	3	4	250	80	280
	Сировина	1	1	0	1							
	Обладнання	0	1	5	1							
15	Трудові	4	2	1	6	4	3	2	4	90	300	200
	Сировина	4	2	2	5							
	Обладнання	1	1	3	2							
16	Трудові	2	5	2	4	2	4	3	4	250	280	80
	Сировина	1	6	2	4							
	Обладнання	3	2	1	1							
17	Трудові	3	1	1	2	1	2	3	8	340	70	300
	Сировина	1	2	0	1							
	Обладнання	0	1	2	1							
18	Трудові	2	1	2	-	4	3	2	-	120	200	120
	Сировина	2	1	3	-							
	Обладнання	1	2	2	-							
19	Трудові	6	4	8	-	9	10	16	-	360	192	180
	Сировина	5	3	3	-							
	Обладнання	18	15	12	-							
20	Трудові	5	2	1	-	12	14	10	-	244	210	180
	Сировина	1	2	4	-							
	Обладнання	3	1	3	-							

2. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА

Розв'язати транспортне завдання: скласти оптимальний план перевезень однорідного вантажу від постачальників до споживачів, при якому сумарні

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 5

транспортні витрати були б мінімальними. Вартість перевезення одиниці вантажу, потреби та наявності вантажу задана таблицею 1.

Таблиця 1

Вартість перевезення одиниці вантажу, потреби та наявності вантажу

Постачальники (A_i)	Споживачі (B_j)					Запаси вантажу
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	$c_{11}=$	$c_{12}=$	$c_{13}=$	$c_{14}=$	$c_{15}=$	$a_1=$
A_2	$c_{21}=$	$c_{22}=$	$c_{23}=$	$c_{24}=$	$c_{25}=$	$a_2=$
A_3	$c_{31}=$	$c_{32}=$	$c_{33}=$	$c_{34}=$	$c_{35}=$	$a_3=$
Потреба у вантажі	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	

Числові значення витрат за перевезення одиниці продукції від i -го постачальника до j -го споживачеві, потреб, запасів вантажу згідно кожного з варіантів знаходяться у таблиці 2.

Таблиця 2

Вихідні дані

№ варіанту	Постачальники, (A_i)	Споживачі (B_j)					Запаси вантажу, (a_i)
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
1	A_1	1	2	3	4	4	25
	A_2	3	5	6	4	3	25
	A_3	6	2	1	2	3	55
	A_4	4	4	3	5	6	40
	A_5	4	3	6	2	4	55
	Потреба у вантажі, (b_j)	40	30	25	15	35	
2	A_1	3	1	2	1	-	40
	A_2	1	4	1	3	-	55
	A_3	2	2	2	3	-	60
	Потреба у вантажі, (b_j)	20	65	20	50	-	
3	A_1	2	9	6	7	3	50
	A_2	5	4	2	3	5	50
	A_3	4	9	2	9	6	85
	A_4	7	3	5	4	2	20
	A_5	3	5	4	9	3	85
	Потреба у вантажі, (b_j)	20	75	15	25	70	
4	A_1	2	8	5	1	3	240
	A_2	6	4	7	6	9	320
	A_3	3	6	1	4	5	180
	Потреба у вантажі, (b_j)	100	120	160	210	150	
№ варіанту	Постачальники, (A_i)	Споживачі (B_j)					Запаси вантажу, (a_i)
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
5	A_1	7	6	5	6	2	10
	A_2	4	3	1	5	3	10
	A_3	6	8	7	6	5	25

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015					Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024	
	Екземпляр № 1					Арк 14 / 6	

	A ₄	6	2	4	3	1	45
	A ₅	5	3	6	8	2	25
	Потреба у вантажі, (b _i)	45	65	40	10	20	
6	A ₁	2	5	8	4	6	25
	A ₂	5	7	5	3	1	25
	A ₃	5	9	2	5	8	50
	A ₄	4	5	6	7	5	70
	A ₅	3	1	5	9	6	50
	Потреба у вантажі, (b _i)	70	85	30	40	65	
7	A ₁	12	18	8	16	-	90
	A ₂	17	11	9	12	-	115
	A ₃	10	15	14	7	-	205
	Потреба у вантажі, (b _i)	95	150	15	80	-	
8	A ₁	4	2	3	5	4	25
	A ₂	3	5	7	4	3	25
	A ₃	6	2	4	2	3	40
	A ₄	5	4	3	5	7	65
	A ₅	4	3	6	2	4	40
	Потреба у вантажі, (b _i)	65	10	35	40	15	
9	A ₁	3	1	2	1	-	55
	A ₂	1	4	1	3	-	40
	A ₃	1	2	2	3	-	60
	Потреба у вантажі, (b _i)	65	20	50	20	-	
10	A ₁	5	8	6	9	1	65
	A ₂	2	4	7	3	5	65
	A ₃	8	5	5	8	6	15
	A ₄	9	1	2	4	7	20
	A ₅	3	5	8	5	1	15
	Потреба у вантажі, (b _i)	20	35	40	75	10	
11	A ₁	27	36	35	31	29	250
	A ₂	22	23	26	32	35	250
	A ₃	36	42	38	32	39	200
	Потреба у вантажі, (b _i)	120	130	100	160	140	
12	A ₁	6	9	4	3	1	30
	A ₂	5	6	8	5	7	30
	A ₃	1	4	6	9	4	10
	A ₄	3	1	5	6	8	25
	A ₅	5	7	1	4	1	10
	Потреба у вантажі, (b _i)	25	45	15	60	10	
№ варіанту	Постачальники, (A _i)	Споживачі (B _j)					Запаси вантажу, (a _i)
		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
13	A ₁	4	5	6	4	-	20
	A ₂	3	2	3	4	-	40

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 7

	A ₃	2	2	3	2	-	90
	Потреба у вантажі, (b _i)	60	50	20	20	-	
14	A ₁	4	6	9	4	5	20
	A ₂	7	6	8	4	9	20
	A ₃	3	2	4	6	9	85
	A ₄	4	5	7	6	8	45
	A ₅	4	9	3	2	5	85
	Потреба у вантажі, (b _i)	45	15	35	65	55	
15	A ₁	3	1	2	4	-	45
	A ₂	2	2	3	3	-	35
	A ₃	2	1	3	4	-	70
	Потреба у вантажі, (b _i)	25	35	45	45	-	
16	A ₁	2	5	3	6	8	50
	A ₂	5	9	6	4	5	50
	A ₃	2	1	2	5	3	40
	A ₄	6	8	5	9	6	35
	A ₅	4	5	2	1	8	40
	Потреба у вантажі, (b _i)	35	10	75	45	40	
17	A ₁	9	6	1	2	-	10
	A ₂	10	4	3	5	-	60
	A ₃	8	7	12	11	-	30
	Потреба у вантажі, (b _i)	40	20	10	30	-	
18	A ₁	7	5	3	1	5	35
	A ₂	9	8	6	2	4	35
	A ₃	5	7	7	5	3	40
	A ₄	1	5	9	8	6	15
	A ₅	2	4	5	7	5	40
	Потреба у вантажі, (b _i)	15	20	35	30	10	
19	A ₁	1	2	1	3	-	50
	A ₂	1	2	2	1	-	30
	A ₃	2	2	1	2	-	70
	Потреба у вантажі, (b _i)	25	40	25	60	-	
20	A ₁	19	17	15	5	-	115
	A ₂	11	9	10	12	-	90
	A ₃	13	18	14	14	-	205
	Потреба у вантажі, (b _i)	95	150	85	85	-	

3. ЗАДАЧА ЦІЛОЧИСЛОВОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Знайти оптимальний розв'язок задачі цілочислового лінійного програмування:

№ варіанту	Завдання	№ варіанту	Завдання
------------	----------	------------	----------

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 8

1	$F = 6x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 \leq 5 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$	6	$F = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$
2	$F = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 8 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$	7	$F = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 12 \\ 4x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$
3	$F = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_2 \leq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$	8	$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$
4	$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$	9	$F = x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3 \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 20 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$
5	$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$	10	$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 - \text{цілі}$

4. ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Умови задач нелінійного програмування

№ варіанту	Завдання 1 – розв’язати задачу квадратичного (нелінійного) програмування	Завдання 2 – розв’язати задачу дробово- лінійного програмування
1	2	3
1	$F = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 + 3x_2}{2 + x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
2	$F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ 10x_1 - x_2 \leq 8 \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - x_2 - 3}{x_1 + 2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3	$F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 - 2x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 7 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 10

Продовження табл. 1

1	2	3
4	$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ x_1 x_2 \geq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5	$F = x_1 x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - 3x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
6	$F = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
7	$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$	$F = \frac{3x_1 - x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
8	$F = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 16 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{5x_1 - 3x_2}{x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 6x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 11

Продовження табл. 1

1	2	3
9	$F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 4 \\ x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$F = \frac{-5x_1 + 4x_2}{-2x_1 - 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
10	$F = 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$F = \frac{3x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 12

5. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ. ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ФІНАНСОВИХ РЕСУРСІВ МІЖ ІНВЕСТИЦІЙНИМИ ПРОЕКТАМИ

Для збільшення випуску продукції підприємство може виділити інвестиції розміром $x=200$ млн. грн. своїм чотирьом проектам на певний період. Приріст продукції, який може отримати підприємство за кожним з проектів, при виділенні йому відповідних інвестицій, представлений у таблицях за варіантами. Потрібно знайти оптимальний варіант вкладів інвестицій і дати економічний аналіз ефективності проведених заходів.

Варіант 1

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	50	60	65	70
100	105	90	85	110
150	160	155	170	145
200	210	205	235	240

Варіант 2

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	50	55	60	65
100	100	100	90	109
150	165	170	175	162
200	220	225	230	240

Варіант 3

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	40	65	55	75
100	110	90	80	110
150	170	160	165	150
200	215	220	225	235

Варіант 4

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 13

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	45	70	60	65
100	115	115	85	105
150	165	175	170	155
200	225	230	235	245

Варіант 5

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	55	60	55	70
100	120	90	85	105
150	170	165	175	155
200	210	215	225	230

Варіант 6

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	35	60	55	70
100	112	90	85	105
150	158	165	175	155
200	215	235	240	250

Варіант 7

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	55	60	65	70
100	120	105	90	105
150	170	155	175	155
200	200	215	225	255

Варіант 8

Розмір	Приріст продукції, млн.грн.			
--------	-----------------------------	--	--	--

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.05- 05.02/3/051.00.1/Б/ ОК.19- 2024
	Екземпляр № 1	Арк 14 / 14

інвестицій млн. грн., x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	55	60	55	70
100	120	90	85	105
150	170	165	175	155
200	210	215	225	240

Варіант 9

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	55	60	55	70
100	120	90	85	105
150	170	165	175	155
200	210	215	225	250

Варіант 10

Розмір інвестицій млн. грн., x	Приріст продукції, млн.грн.			
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
50	55	60	65	70
100	125	105	95	115
150	160	170	175	160
200	205	210	220	255