

Лабораторна робота 8

Перехідні процеси в колах першого і другого порядків

1. Мета роботи

Практичне знайомство з перехідними процесами в колах першого і другого порядку. Дослідження імпульсних і перехідних характеристик.

2. Основні теоретичні положення

У сталому режимі струми і напруження всіх гілок електричного кола змінюються за гармонійним законом (якщо коло знаходиться під гармонійним впливом) або зберігають постійні значення (якщо коло знаходиться під впливом постійної напруги або струму). Будь-яка зміна топології кола або параметрів елементів, які входять до неї (підключення або відключення гілок, зміна параметрів пасивних елементів або параметрів джерел енергії) призводить до порушення усталеного режиму і називається комутацією. З плином часу (теоретично через нескінченно великий проміжок часу) коло перейде в новий сталий режим. Процеси, які відбуваються в колі при переході від одного сталого режиму до іншого, називаються перехідними.

Комутація здійснюється миттєво, а початок відліку часу перехідного процесу поєднують з моментом комутації $t = 0$. Якщо в момент комутації не відбуваються зміни значень індуктивностей і ємностей, то справедливі закони комутації:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \text{ і } u_C(0_+) = u_C(0_-), \quad (4.1)$$

де $i_L(t)$ – миттєве значення струму в індуктивності, $u_C(t)$ – миттєве значення напруги на ємності, $t = 0_+$ – момент часу безпосередньо після комутації, $t = 0_-$ – момент часу безпосередньо перед комутацією.

Завдання аналізу перехідних процесів полягає у визначенні законів зміни струмів і напруг після комутації ($t \geq 0$). Для аналізу перехідних процесів може

використовуватися класичний або операційний метод. Класичний метод заснований на складанні і вирішенні диференціального рівняння(ДР) кола після комутації ($t \geq 0$), яки має вигляд:

$$a_n \cdot \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \cdot \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t) \quad (4.2)$$

де $y(t)$ – шукана реакція кола (струм або напруга), $a_0 \dots a_n$ – коефіцієнти, що залежать від параметрів елементів, n – порядок кола, що дорівнює числу реактивних елементів, $f(t)$ – функція, що описує вплив. Для однозначного визначення реакції $y(t)$ необхідно знати її значення і значення $(n - 1)$ її похідних в початковий момент часу $t = 0_+$. Для цього необхідно задати початкові умови.

Незалежні початкові умови являють собою струми в індуктивностях $i_{L0} = i_L(0) = i_L(0_+)$ і напруги на ємностях $u_{C0} = u_C(0) = u_C(0_+)$ в початковий момент часу після комутації. Вони знаходяться з аналізу кола до комутації (при $t < 0$) і законів комутації (4.1). До залежних початкових умов відносять струми і напруги в інших гілках і їх похідні в момент часу $t = 0_+$, вони знаходяться за допомогою незалежних початкових умов і рівнянь електричної рівноваги, складених для моменту часу $t = 0_+$.

Операторний метод заснований на застосуванні перетворення Лапласа. При цьому всі струми $i(t)$, напруги $u(t)$, ЕРС $e(t)$ при $t \geq 0$ замінюються їх зображеннями $I(p), U(p), E(p)$ відповідно, а ідеалізовані пасивні елементи замінюють операторними схемами заміщення (рис. 4.1). величини

$$Z_R(p) = R, Z_L(p) = pL, Z_C(p) = \frac{1}{pC} \quad (4.3)$$

називаються операторними опорами відповідно опору, індуктивності, ємності.

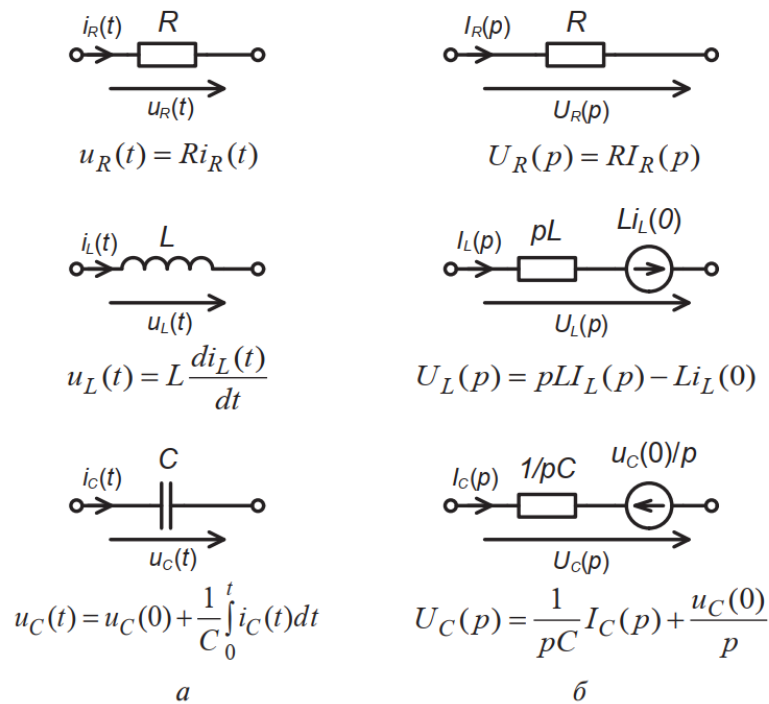


Рис.4.1 – Схеми заміщення ідеалізованих пасивних елементів:

а – для миттєвих значень, б – операторні

Далі складають рівняння електричної рівноваги для зображень за допомогою законів Ома і Кірхгофа в операторній формі або методів розрахунку, аналогічних методам розрахунку кіл при гармонійному впливі. В результаті вирішення цих рівнянь знаходять зображення потрібних струмів $I(p)$ і напруг $U(p)$ та потім відновлюють оригінали $i(t)$ і $u(t)$. Як правило, для пошуку зображень і оригіналів використовують властивості і таблиці прямого і зворотного перетворення Лапласа.

Для радіотехнічних кіл більш характерний режим, коли топологія кола незмінна, а зовнішній вплив змінюється за довільним законом. У цьому випадку має місце кілька комутацій, викликаних зміною параметрів впливу. При цьому потрібно кілька разів вирішувати завдання аналізу перехідних процесів класичним або операційним методом, кожен раз поєднуючи початок відліку часу з моментом комутації. Значно зручніше вирішити таке завдання, знаючи певні характеристики кола.

Перехідною характеристикою $g(t)$ електричного кола називають реакцію $y(t)$ на вплив $x(t)$ у вигляді функції включення (функції Хевісайда)

$1(t)$, див. рис.4.2, при нульових початкових умовах:

$$g(t) = y(t)|_{x(t)=1(t), П.У.=0} \quad (4.4)$$

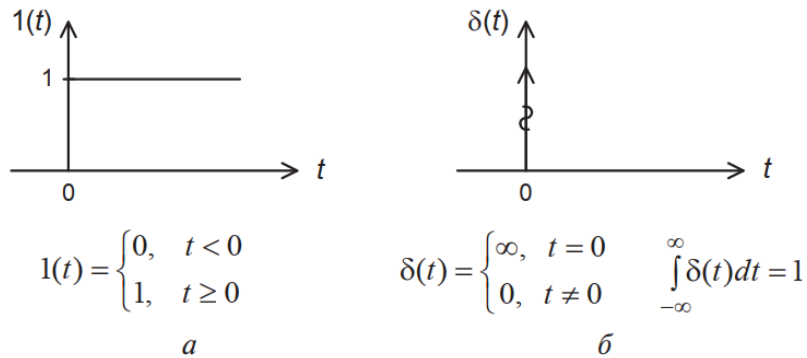


Рис.4.2 – Спеціальні функції:

а – функція включення (Хевісайда), *б* – дельта-функція (Дірака)

Імпульсною характеристикою $h(t)$ електричного кола називається реакція $y(t)$ на вплив $x(t)$ у вигляді дельта-функції (функції Дірака) $d(t)$, див. рис.4.2, при нульових початкових умовах:

$$h(t) = y(t)|_{x(t)=\delta(t), П.У.=0} \quad (8.5)$$

Якщо вплив $x(t)$ є складною функцією, яку можна представити у вигляді сукупності функцій включення: $x(t) = \sum_k X_k 1(t - t_k)$,

відповідно до теореми про суперпозицію, реакція лінійного електричного кола буде являти собою сукупність перехідних характеристик:

$$Y(t) = \sum_k X_k g(t - t_k)$$

Наприклад, якщо вплив являє собою послідовність прямокутних імпульсів (рис. 4.3),

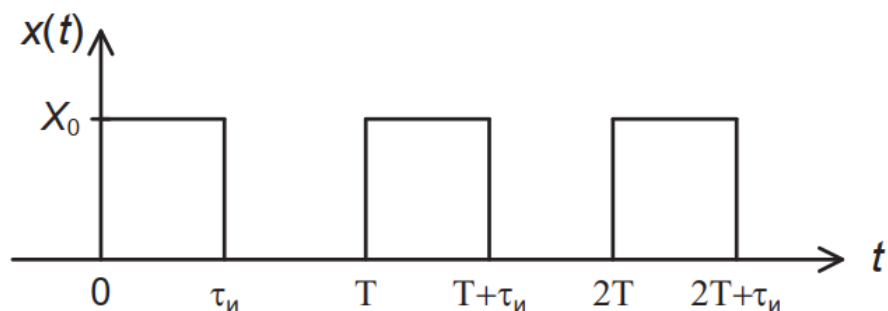


Рис.4.3 – Послідовність прямокутних імпульсів

то його можна описати таким чином:

$$x(t) = X_0 1(1) - X_0 1(1 - \tau_i) + X_0 1(t - T) - X_0 1[t - (T + \tau_i)] \\ + X_0 1(t - 2T) - X_0 1[t - (2T + \tau_i)]. \quad (4.5)$$

В такому випадку реакція

$$y(t) = X_0 g(1) - X_0 g(1 - \tau_i) + X_0 g(t - T) - X_0 g[t - (T + \tau_i)] \\ + X_0 g(t - 2T) - X_0 g[t - (2T + \tau_i)].$$

У разі довільного впливу $x(t)$, заданого при $t \geq 0$, реакція лінійного електричного кола за його перехідною характеристикою визначають за допомогою інтеграла накладення (інтеграла Дюамеля):

$$y(t) = x(0)g(t) + \int_0^t \frac{dx(\theta)}{d\theta} g(t - \theta) d\theta. \quad (4.6)$$

Якщо уявити вплив у вигляді сукупності дельта-функцій:

$$x(t) = \sum_k S_k \delta(t - t_k)$$

то, відповідно до теореми про суперпозицію і визначенню імпульсної характеристики (4.5), реакція лінійного кола

$$x(t) = \sum_k S_k \delta(t - t_k)$$

У разі довільного впливу $x(t)$, заданого при $t \geq 0$, реакція кола за його імпульсною характеристикою визначають за допомогою інтеграла згортки:

$$y(t) = \int_0^t x(\theta) h(t - \theta) d\theta. \quad (4.7)$$

Інтеграл накладення і інтеграл згортки складають суть часового методу аналізу проходження сигналів через лінійні кола.

Для визначення перехідної і імпульсної характеристик можна подати на вхід кола тестовий вплив $x(t)$ у вигляді функції включення $1(t)$ або дельта-функції $d(t)$ та вирішити завдання аналізу перехідних процесів класичним або операторним методом при нульових початкових умовах. Реакцією кола $y(t)$ в цьому випадку буде відповідна часова характеристика. На практиці дані характеристики частіше знаходять за операторною характеристикою

кола:

$$H(p) = \left. \frac{Y(p)}{X(p)} \right|_{\text{П.У.}=0} \quad (4.8)$$

де $Y(p)$ – зображення по Лапласу реакції $y(t)$, $X(p)$ – зображення по Лапласу впливу $x(t)$, П. У. – початкові умови. Операторна характеристика $H(p)$ має властивості, аналогічні властивостям комплексної частотної характеристики $H(j\omega)$ і пов'язана з нею співвідношенням:

$$H(j\omega) = H(p)|_{p=j\omega} \quad (4.9)$$

Операторну характеристику знаходять за операторною схемою заміщення кола, складеної при нульових початкових умовах. Часові характеристики пов'язані з операторною характеристикою наступними співвідношеннями:

$$g(t) = L^{-1} \left\{ \frac{H(p)}{p} \right\}, h(t) = L^{-1} \{ H(p) \}, \quad (4.10)$$

де $g(t)$ – перехідна, $h(t)$ – імпульсна характеристики, L^{-1} – оператор зворотного перетворення Лапласа.

Крім того, часові характеристики мають властивість:

$$g(t) = 0, h(t) = 0 \text{ при } t < 0, \quad (4.11)$$

і пов'язані між собою наступними співвідношеннями:

$$g(t) = \int_0^t h(t) \text{ та } h(t) = g(0) \cdot \delta(t) + \frac{d}{dt} [g(t)]. \quad (4.12)$$

Наприклад, для послідовного RC-кола (рис. 4.4, а) якщо вважати $u_{\text{вх}}(t)$ впливом, а $u_{\text{вих}}(t)$ реакцією, то операторна характеристика $H(p)$ буде мати сенс операторного коефіцієнта передачі по напрузі і визначають наступним чином:

$$H_{RC}(p) = \left. \frac{U_{\text{вих}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} \right|_{\text{П.У.}=0} = K_U(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{1/pC}{R + 1/pC} = \frac{1/RC}{p + 1/RC}$$

Використовуючи співвідношення (4.10) і таблиці перетворення Лапласа,

знаходимо імпульсну характеристику:

$$h_{RC}(t) = \frac{1}{RC} e^{-t/RC} = \frac{1}{RC} e^{-t/\tau_{RC}},$$

де $\tau_{RC} = RC$ – стала часу RC-кола. Використовуючи співвідношення (4.12), знаходимо перехідну характеристику:

$$g_{RC}(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t e^{-t/\tau_{RC}} dt = \frac{-\tau_{RC}}{RC} e^{-t/\tau_{RC}} \Big|_0^t = 1 - e^{-t/\tau_{RC}}.$$

Аналогічно можна визначити часові характеристики послідовної CR-кола (рис. 4.4, б). операторна характеристика

$$H_{CR}(p) = \frac{U_{\text{вих}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} \Big|_{\text{п.у.}=0} = \frac{R}{1/pC + R} = \frac{p}{p + 1/RC}$$

Перехідна характеристика

$$g_{CR}(t) = L^{-1} \left\{ \frac{H(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p + 1/RC} \right\} = e^{-t/\tau_{RC}},$$

та імпульсна

$$h_{CR}(t) = g(0) \cdot \delta(t) + \frac{d}{dt} [g(t)] = \delta(t) - \frac{1}{\tau_{CR}} e^{-t/\tau_{RC}}.$$

Таким же чином визначають часові характеристики послідовного RLC-кола (рис. 4.4, в).

$$H_{RCL}(p) = \frac{U_{\text{вих}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} \Big|_{\text{п.у.}=0} = \frac{1/pC}{R + pL + 1/pC} = \frac{1/LC}{p^2 + \left(R/L \right) p + 1/LC}$$

Позначивши через $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансну частоту та $\alpha = R/2L$ –

коефіцієнт загасання, отримуємо

$$H_{RCL}(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{(p - p_1)(p - p_2)} = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2},$$

де p_1 і p_2 – корені полінома знаменника, які рівні:

$$p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \text{ та } p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (4.13)$$

A_1 і A_2 – постійні коефіцієнти, $A_1 = -A_2 = \frac{\omega_0^2}{p_1 - p_2}$

Відповідно до (4.10) і таблицями перетворення Лапласа імпульсна характеристика

$$h_{\text{RCL}}(t) = \frac{\omega_0^2}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \quad (4.14)$$

Характер перехідного процесу в RLC-колі залежить від співвідношення між величинами α і ω_0 в виразах (4.13), яке в свою чергу залежить від співвідношення параметрів елементів кола. Якщо сумарний опір втрат $R > R_{\text{кр}}$, де $R_{\text{кр}}$ – критичний опір, який розраховують за формулою:

$$R_{\text{кр}} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8.15)$$

то перехідний процес має аперіодичний характер, в цьому випадку $\alpha > \omega_0$, корені p_1 , p_2 (4.13) дійсні різні і імпульсна характеристика описується виразом (8.14).

Якщо $R = R_{\text{кр}}$, то $\alpha = \omega_0$, і $p_1 = p_2$, в цьому випадку перехідний процес називають критичним

$$h_{\text{RCL}}(t) = \lim_{p_1 \rightarrow p_2} \frac{\omega_0^2}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) = \omega_0^2 \cdot t \cdot e^{-\alpha t}$$

Якщо $R < R_{\text{кр}}$, то $\alpha < \omega_0$, то корені p_1 , p_2 , комплексно-спряженні

$$p_1 = -\alpha + j\omega_{\text{вк}}, p_2 = -\alpha - j\omega_{\text{вк}}$$

де $\omega_{\text{вк}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ – частота вільних коливань. У цьому випадку має місце коливальний перехідний процес, і вираз (4.14) для імпульсної характеристики перетвориться до виду:

$$h_{\text{RCL}}(t) = \frac{\omega_0^2}{2j\omega_{\text{вк}}} e^{-\alpha t} (e^{j\omega_{\text{вк}} t} - e^{-j\omega_{\text{вк}} t}) = \frac{\omega_0^2}{\omega_{\text{вк}}} e^{-\alpha t} \sin(\omega_{\text{вк}} t)$$

Тобто імпульсна характеристика являє собою синусоїду з згасаючою амплітудою, стала часу кола в цьому випадку характеризує швидкість

згасання коливань і визначається наступним чином:

$$\tau_{RCL} = \frac{1}{\alpha} = \frac{2L}{R} \quad (4.16)$$

Перехідну характеристику $g_{RCL}(t)$ послідовного RLC-кола можна знайти, якщо про інтегрувати імпульсну характеристику за формулами (4.12).

Теоретично перехідний процес триває нескінченно довго, але, з огляду на, що $e^{-3} \approx 0,05$, а $e^{-5} \approx 0,007$, на практиці тривалість перехідного процесу приймають рівною $(3 - 5) \tau_{\text{кола}}$.

3. Розрахункова частина

Дані для розрахунків знаходяться в таблиці в лабораторії.

3.1. Розрахувати імпульсні і перехідні характеристики кіл, схеми яких наведені на рис.4.4, а, б (RC і CR). Результати розрахунків подати у вигляді графіків в єдиному масштабі.

3.2. Розрахувати постійні часу RC і CR-кіл τ_{RC}

3.3. Для схеми на рис. 4.4, в (RLC) розрахувати:

– опір втрат $R_{кр}$, що відповідає межі аперіодичного і коливального режимів;

– постійну часу τ_{RLC} при $R = 0,5R_{кр}$, де R – опір втрат кола;

– частоту вільних коливань $\omega_{вк}$ при $R = 0,5R_{кр}$.

3.4. Для RLC-кола (рис. 4.4, в) розрахувати і побудувати в єдиному масштабі імпульсні і перехідні характеристики при $R = 0,5R_{кр}$ та $R = 2R_{кр}$.

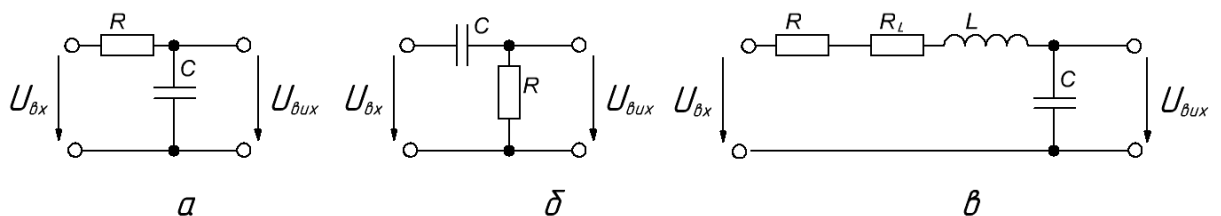


Рис.4.4 – Схеми досліджуваних кіл

3.5. Для схем на рис.4.4, а, б (RC і CR) розрахувати і побудувати часові діаграми напруг на виході $U_{вих}(t)$, якщо на вхід кола в момент часу $t = 0$ подається послідовність прямокутних відеоімпульсів (рис. 4.3) тривалістю

$\tau_{\text{імп}}$ і з періодом $T = 2\tau_{\text{імп}}$. Розрахунок і побудову графіків виконати на інтервалі $t [0, 3T]$ для двох випадків: $\tau_{\text{імп}} = 0,5\tau_{\text{RC}}$ та $\tau_{\text{імп}} = 5\tau_{\text{RC}}$. Початкові умови вважайте нульовими.

3.6. Для RLC-кола (рис. 4.4, в) розрахувати і побудувати часову діаграму напруги на виході $U_{\text{вих}}(t)$, якщо на вхід кола в момент часу $t = 0$ подається послідовність прямокутних відеоімпульсів (рис. 4.3) тривалістю $\tau_{\text{імп}} = 10\tau_{\text{RC}}$ з періодом $T = 2\tau_{\text{імп}}$. Початкові умови нульові. Розрахунок і побудову графіків виконати для $R = 0,5R_{\text{кр}}$ та $R = 2R_{\text{кр}}$ на інтервалі часу $t [0, 3T]$.

3.7. Вивчити методику і порядок виконання роботи.

4. Експериментальна частина

4.1. За допомогою універсального вольтметра виміряти опори R , R_L , порівняйте із заданими.

4.2. Зібрати схему для дослідження перехідних процесів (рис. 4.5).

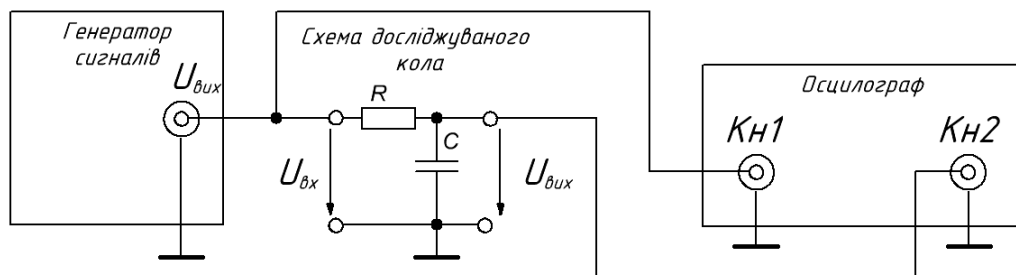


Рис.4.5 – Схема стенду для дослідження перехідних процесів

4.3. Після перевірки схеми викладачем увімкнути живлення приладів і лабораторного стенду. Встановити на генераторі наступні параметри – сигнал прямокутної форми «меандр», частота $f_1 = 1 / 10\tau_{\text{RC}}$, ручку «AMPL» встановити в середнє положення. Встановити наступні режими осцилографа: режим роботи «MODE» – «DUAL», режим синхронізації «MODE» – «AUTO», джерело синхронізації «TRIGGER SOURCE» – «CH1». Переконайтеся, що в каналі 1 осцилографа (на вході кола) присутні прямокутні імпульси, а в каналі 2 (на виході кола) імпульси, відповідні розрахунковим. Ручкою «Рівень» генератора сигналів стенду встановити

амплітуду прямокутних імпульсів на вході кола 5 В (імпульси однополярні). Розмістити вхідний сигнал у верхній частині екрану осцилографа, а вихідний – в нижній, масштаби обрати таким чином, щоб кожен сигнал займав 30-50% екрану і спостерігалось 2-4 періоду.

4.4. Замалювати осцилограму напруги на виході кола, виміряти його основні параметри – амплітуду, період, тривалість наростання, тривалість спаду.

4.5. Повторити пп. 4.4. для частот генератора $f_2 = 1 / 4\tau_{RC}$, і $f_3 = 1 / \tau_{RC}$. Осцилограми для кожної частоти необхідно замальовувати на окремому малюнку.

4.6. Зменшити R вдвічі. Повторити пп. 4.4. для частоти f_1 . Замалювати осцилограму на одному малюнку з осцилограмою для номінального значення R для частоти f_1 . За графіками визначити постійну часу τ_{RC} кола для двох значень R.

4.7. Повторіть пп. 4.2–4.4 для CR - кола (рис. 4.4, б).

4.8. Підключити до виходу генератора сигналів RLC-коло (рис.4.4, в). Встановити частоту генератора $f_4 = 1 / 20\tau_{RCL}$, де τ_{RCL} – стала часу RLC-кола, розрахована для $R = 0,5R_{кр}$. Ручкою «Рівень» генератора сигналів стенду встановити амплітуду прямокутних імпульсів на вході кола 5 В (імпульси однополярні).

4.9. Замалювати осцилограми напруги на виході RLC-кола і виміряти основні параметри (амплітуду, період, тривалість наростання, тривалість спаду, частоту вільних коливань) при $R_i + R_L + R = 2R_{кр}$ та $R_i + R_L + R = 0,5R_{кр}$, де $R_i \approx 10$ Ом – внутрішній опір генератора імпульсів. Величину опору R виміряти універсальним вольтметром, попередньо відключивши його від схеми і встановити таким чином, щоб виконувалися зазначені рівності.

5. Обробка результатів

У звіті повинні бути приведені графіки, розраховані при підготовці до

роботи і отримані в ході експерименту.

Експериментальні графіки для кожної кола для кожної частоти будуються на окремому малюнку. На графіках відображають вхідні і вихідні сигнали, вказуються масштаби по осях, і основні данні вимірювань сигналу. Далі формулюються висновки.

6. Контрольні питання

1. Що називається комутацією, перехідним процесом?
2. Поясніть зміст і фізичний зміст законів комутації.
3. Дайте визначення перехідного і усталеного режимів роботи.
4. Що таке початкові умови, як визначаються, де використовуються?
5. У чому полягає класичний метод аналізу перехідних процесів?
6. У чому полягає операторний метод аналізу перехідних процесів?
7. Дайте визначення перехідної характеристики. Вкажіть її властивості, способи знаходження.
8. Дайте визначення імпульсної характеристики. Вкажіть її властивості і способи знаходження.
9. Що таке перехідна характеристика? Вкажіть її властивості, спосіб визначення і як вона пов'язана з часовими характеристиками.
10. Як визначити реакцію кола на довільний зовнішній сигнал по перехідній характеристиці?
11. Как визначити реакцію кола на довільне зовнішнє сигнал по імпульсній характеристиці?
12. Як визначити постійну часу RC, RL, RLC -кіл:
а) за відомими параметрами кіл; б) по перехідній характеристиці?
13. Який характер може мати перехідний процес в RLC-колі і від чого він залежить?
14. Что таке частота вільних коливань? Як пов'язана частота вільних коливань з резонансною частотою RLC-кола?

