

## 1. ФОРМА ТА РОЗМІРИ ЗЕМЛІ

Поверхня Землі, яку прийнято називати фізичною або топографічною, представлена поєднанням водних просторів Світового океану та материків складних обрисів. Океани і моря займають майже 71 % поверхні планети, суша – лише 29 %. Поверхня Світового океану практично рівна, а суша має нерівності різних форм і розмірів. Найвищою горою на суходолі є Еверест (8848 м), а середня висота суші над рівнем океану становить лише 875 м. Проте усі нерівності земної поверхні незначні порівняно з її площею. Зважаючи на це, під загальним виглядом Землі, тобто під її теоретичною формою, прийнято розуміти випуклу поверхню, яка збігається з поверхнею Світового океану у стані повного спокою. Це підтверджують і знімки Землі, зроблені з космічних апаратів. Середні рівні окремих океанів і морів мають різні висоти, однак їхні різниці не перевищують одного метра і не мають істотного значення для вирішення питання про загальну форму та розміри Землі.

Завдяки рідкому агрегатному стану водних мас Світового океану, його поверхня легко змінюється, займаючи рівноважне положення до сили тяжіння Землі, відцентрової сили обертання та притягання Сонця і Місяця. Тому поверхню Світового океану у стані повного спокою та рівноваги називають *рівневою поверхнею*. Рівневу поверхню характеризують дві властивості: 1) потенціал сили тяжіння в усіх її точках має однакове значення; 2) прямовисні лінії (лінії, які збігаються з напрямком дії сили тяжіння) перпендикулярні до рівневої поверхні у будь-якій її точці. Таких поверхонь можна провести безліч через довільну точку фізичної поверхні, а також над або під нею.

*Фігуру Землі, утворену рівневою поверхнею, яка збігається з поверхнею Світового океану у стані повного спокою та уявно продовжена під материки, називають геоїдом*. Це поняття в науку ввів у 1873 р. німецький фізик і математик В. Лістінг. Форма уявної поверхні геоїда залежить від розподілу на поверхні Землі сили тяжіння, яка, у свою чергу, залежить від розподілу мас. Вимірюючи значення і напрямки сили тяжіння на поверхні Землі, можна визначити вигляд рівневої поверхні, а отже, і фігуру Землі.

Геоїд є геометрично неправильною фігурою, оскільки внутрішня будова Землі неоднорідна і напрямки дії сили тяжіння не збігаються з напрямками, які вони мали б за однорідної будови планети. Унаслідок цього рівнева поверхня, залишаючись перпендикулярною у кожній точці до прямовисних ліній, набуває складної та неправильної форми. Сучасні дані геології та геофізики свідчать

також про те, що розподіл мас у надрах Землі не є постійним, змінюється швидкість обертання та положення осі обертання планети, що зумовлює постійні зміни уявної поверхні геоїда. Форма та розміри такої фігури не підлягають визначенню, на неї неможливо переносити вимірювання, зроблені на фізичній поверхні Землі, а також складати за ними точні топографічні карти. Усе це змусило відмовитися від використання геоїда для геодезичних розрахунків. Перед наукою постало питання про заміну його такою геометричною фігурою, поверхня якої має постійну кривизну і може бути описана відомими математичними формулами. Оскільки форму геоїда великою мірою визначає обертання Землі з постійною швидкістю навколо її осі, то для вирішення практичних задач його поверхню замінено поверхнею еліпсоїда обертання. Центр еліпсоїда зіставляють з центром тяжіння Землі, площина екватора збігається з площиною екватора Землі, а мала його вісь – з полярною віссю обертання Землі  $PP'$  (рис. 1).

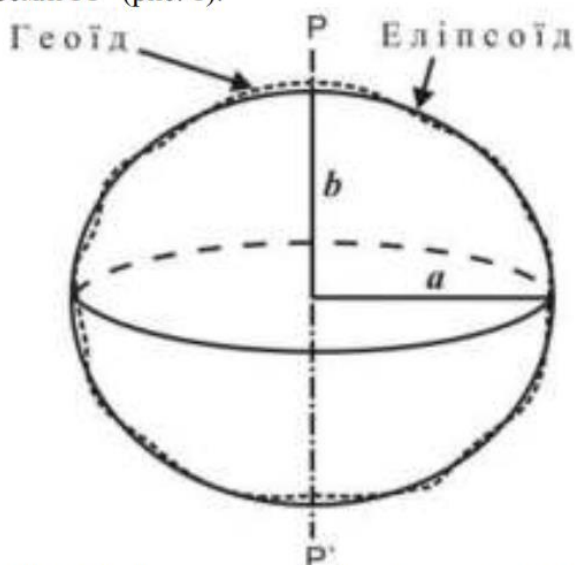


Рис. 1. Геоїд, земний еліпсоїд обертання та його велика  $a$  і мала  $b$  півосі

Під час вимірювань із космічних апаратів і виконання гравіметричних досліджень виявлено, що південний полюс на 44 м 70 см ближче до центру, ніж північний, а екватор Землі має форму еліпса, один із діаметрів якого більший від другого на 200 м. Крім того, південний полюс розташований на 25 м 80 см нижче від поверхні еліпсоїда, а північний полюс виступає на 18 м 90 см. На цій підставі форму планети іноді також ототожнюють із грушоподібним тілом, яке називають *аніоїдом*.

На поверхню еліпсоїда обертання уявно проектують точки й елементи фізичної поверхні Землі, використовуючи прямовисні лінії та нормалі (лінії, перпендикулярні до поверхні еліпсоїда). На практиці згадана процедура зведена до розрахунків координат проєкцій точок місцевості (зокрема, пунктів опорної геодезичної мережі), які будуть трохи відрізнятися між собою, залежно від способу проєктування. Зумовлено це тим, що у точках земної поверхні напрямки прямовисних ліній і нормалей не збігаються, утворюючи певний кут, який називають *схиленням прямовисної лінії* ( $\xi$ ) (рис. 2).

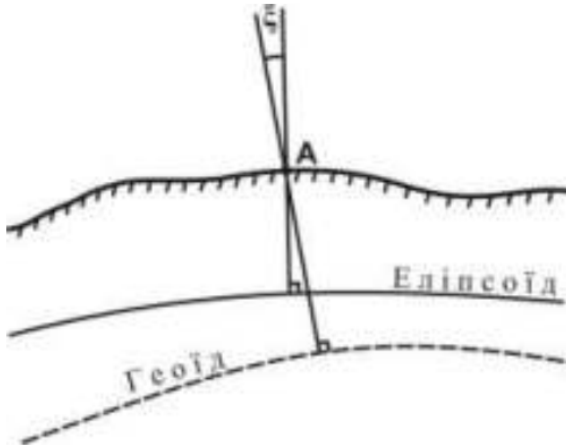


Рис. 2. Схилення прямовисної лінії

Для математичної обробки результатів геодезичних вимірювань на поверхні еліпсоїда треба знати його розміри. Сучасна наука для визначення форми та розмірів Землі використовує астрономо-геодезичний, геофізичний (гравіметричний) і космічний методи. Перші визначення розмірів планети зроблено астрономо-геодезичним методом ще у другій половині III ст. до н. е. видатним математиком і географом Ератосфеном. Суть цього методу полягає у вимірюванні лінійного значення одного градуса дуги меридіана та паралелі на різних широтах. Однак виконати безпосередні вимірювання протяжних відстаней із належною точністю на нерівній земній поверхні надто складно. Вирішена ця проблема була у XVII ст. голландським астрономом і математиком В. Снелліусом, який розробив метод триангуляції. За цим методом відстані між точками місцевості розраховують через тригонометричні функції за вимірними горизонтальними кутами й довжиною вихідної лінії. Триангуляційні роботи для визначення дуг меридіанів і паралелей виконували вчені різних країн (табл. 1).

Таблиця 1

Параметри еліпсоїдів за різними дослідниками

Еліпсоїд	Рік визначення	Велика піввісь $a$ , м	Мала піввісь, $b$ , м	Стиснення	Країни, які використовують
Красовського	1940	6 378 245	6 356 863	1:298,3	Україна, Росія та ін.
Евереста	1830	6 377 299	6 356 098	1:300,8	Індія
Ейрі	1830	6 377 563	6 356 257	1:299,3	Великобританія
Бесселя	1841	6 377 397	6 356 079	1:299,2	Європа, Японія
Кларка	1866	6 378 206	6 356 584	1:295	Північна Америка
Кларка	1878	6 378 190	6 356 456	1:293,5	Північна Америка
Кларка	1880	6 378 249	6 356 515	1:293,5	Франція, Африка
Гайфорда	1910	6 378 388	6 356 912	1:297	США
Національний австралійський	1966	6 378 160	6 356 775	1:298,3	Австралія
Південноамериканський	1969	6 378 160	6 356 775	1:298,3	Південна Америка
NAD83	1983	6 378 137	6 356 752	1:298,3	Північна Америка

Ще у XVIII ст. було виявлено, що один градус дуги меридіана біля полюса довший, ніж біля екватора. Такі параметри властиві для еліпсоїда, стиснутого вздовж осі обертання. Це підтвердило гіпотезу І. Ньютона (1643–1727) про те, що Земля відповідно до законів гідродинаміки повинна мати форму еліпсоїда обертання, сплюсненого біля полюсів. Велике значення мали градусні вимірювання, виконані за участю Ж. Деламбра. За результатами цих вимірювань 1/1 000 000 частина чверті паризького меридіана була прийнята за одиницю довжини метричної системи мір – один метр. Суттєвим доповненням до градусних визначень став гравіметричний метод, який ґрунтується на вимірюванні потенціалу сили тяжіння та його розподілу на поверхні Землі. Гравіметричні дослідження започатковані у 1743 р. французьким ученим А. Клеро (1713–1765), який припускав, що поверхня Землі має вигляд сфероїда, складеного зі сферичних оболонок, густина яких збільшу-



ється до спільного центру. З початком освоєння космічного простору перед геодезією постали нові завдання та з'явилися нові можливості вивчення поверхні Землі. Виникла, зокрема, потреба у визначенні просторових координат космічних апаратів і виявленні відхилень їхніх реальних орбіт від розрахованих, які мали місце внаслідок нерівномірного розподілу мас у надрах Землі.

Розміри еліпсоїда визначають довжини його півосей  $a$ ,  $b$  та значення полярного стиснення  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{(a-b)}{a} \quad (1.1)$$

У нашій країні прийнято розміри еліпсоїда, обчислені в 1940 р. радянськими вченими-геодезистами Ф.М. Красовським та О.О. Ізотовим. Цей еліпсоїд має такі параметри:

- екваторіальний радіус (велика піввісь) –  $a = 6\,378\,245$  м;
- полярний радіус (мала піввісь) –  $b = 6\,356\,863$  м;
- полярне стиснення –  $\alpha = 1:298,3$ ;
- довжина меридіана –  $40\,008\,550$  м;
- довжина екватора –  $40\,075\,696$  м;
- площа –  $510,3$  млн км<sup>2</sup>;
- об'єм –  $1,083 \cdot 10^{12}$  км<sup>3</sup>.

Схилення прямої (кут  $\xi$ ) для еліпсоїда Красовського змінюється у межах 3–4" (лише в окремих районах сягає 1'), а максимальне відступання його поверхні від геоїда по висоті не перевищує 100–150 метрів.

Для того, щоб земний еліпсоїд найкраще підходив до геоїда, його треба відповідно розташувати у тілі Землі або, інакше кажучи, зорієнтувати. *Еліпсоїд обертання з визначеними параметрами, орієнтований у тілі Землі таким чином, щоб відхилення його поверхні від геоїда для певної території було мінімальним, називають **референц-еліпсоїдом***. Орієнтування залежить від вибору точки земної поверхні, у якій нормаль зіставляють з прямою лінією. Для прив'язання референц-еліпсоїда до окремої території використовують ***вихідні геодезичні дати*** – координати і вихідний азимут у початковому пункті геодезичної мережі та висоту поверхні референц-еліпсоїда над поверхнею геоїда в цьому пункті. У табл. 2 наведено окремі вихідні геодезичні дати, які прийняті або раніше використовували деякі країни. Для наших територій у 1946 р. еліпсоїд Красовського прийнятий як референц-еліпсоїд для виконання геодезичних і картографічних робіт. Точка орієнтування – круглий зал Пулковської обсерваторії (Росія).

Таблиця 2

Координати вихідних пунктів референц-еліпсоїдів деяких країн

Країна	Еліпсоїд, вихідний пункт	Широта	Довгота
Україна, Росія	Красовського, 1940; Пулково (Росія)	+59°46'15,4''	+30°19'28,3''
Франція	Кларка 1880; Париж	+48°50'46,5''	+2°20'48,6''
Канада, США, Мексика	Кларка 1866; Мідс-Ренч (США, штат Канзас)	+39°13'26,7''	-98°32'30,5''
Великобританія	Ейрі; Гринвіч	+51°28'39,7''	0°00'00''
Китай	Бесселя; Нанкін	+32°03'26,4''	+118°46'56''
Індія, Пакистан	Евереста; Каліанпур	+24°07'11,3''	+77°39'17,6''
Алжир, Туніс	Кларка 1880; Карфаген	+36°51'60,5''	+10°19'20,6''

У другій половині ХХ ст. у зв'язку з розвитком космонавтики, розробкою планетарних навігаційних систем постала потреба у визначенні параметрів еліпсоїда, який би найкраще узгоджувався з поверхнею геоїда загалом. Щоб зорієнтувати у тілі Землі загальноземний еліпсоїд, необхідно виконати такі вимоги:

- центр еліпсоїда має збігатися з центром маси Землі;
- мала вісь еліпсоїда має збігатися з віссю обертання Землі;
- об'єм еліпсоїда має дорівнювати об'єму геоїда;
- сума квадратів відступання геоїда від загальноземного еліпсоїда має бути на всій Землі найменшою з усіх можливих ( $\sum h^2 = \min$ );
- сума квадратів відхилення прямовисних ліній має бути для всієї поверхні Землі найменшою з усіх можливих ( $\sum U^2 = \min$ ).

Для орієнтування загальноземного еліпсоїда, на відміну від референц-еліпсоїда, відпадає потреба вводити вихідні геодезичні дати. Оскільки вимоги до загальноземного еліпсоїда на практиці дотримують із певними умовностями, то в геодезії та суміжних науках використовують кілька його модифікацій, вибираючи найточнішу для конкретних цілей. Параметри таких еліпсоїдів подібні, але не збігаються (табл. 3). Серед сучасних *загальноземних еліпсоїдів* розрізняють:

➤ GRS80 (Geodetic Reference System 1980) розроблений Міжнародною Асоціацією Геодезії та Геофізики (International Union of Geodesy and Geophysics – IUGG) і рекомендований для геодезичних робіт. Цей еліпсоїд точно зорієнтований для території

Європи на основі лазерної локації штучних супутників Землі й інтерферометрів із наддовгими базами і, згідно з резолюцією спеціальної підкомісії EUREF (European Reference Frame), прийнятий як європейський референц-еліпсоїд під час міжнародного симпозіуму в Берні у 1992 р.;

➤ WGS84 (World Geodetic System 1984) використовують у системі супутникової навігації GPS;

➤ IERS96 (International Earth Rotation Service 1996) рекомендований Міжнародною службою обертання Землі;

➤ ПЗ-90 (Параметры Земли 1990 года) використовують на території Росії для геодезичного забезпечення орбітальних польотів і в системі супутникової навігації ГЛОНАСС.

Таблиця 3

Параметри загальноземних еліпсоїдів

Назва	Рік	Велика піввісь	Мала піввісь	Країна/організація
WGS72	1972	6 378 135	6 356 750,5	США
GRS80	1979	6 378 137	6 356 752,3	IUGG
WGS84	1984	6 378 137	6 356 752,3	GPS
ПЗ-90	1990	6 378 136		Росія (ГЛОНАСС)
IERS96	1996	6 378 136,5	6 356 751,3	IERS
IERS2003	2003	6 378 136,6	6 356 751,9	IERS

Для вирішення багатьох практичних задач достатньо прийняти форму Землі за кулю, площа поверхні якої дорівнює площі еліпсоїда, а радіус – 6371,11 км.