

2. ОСНОВИ ТЕОРЕТИЧНОЇ ГЕОДЕЗІЇ

Тема 2.1: Сучасні поняття про фігуру Землі.

1. Сучасні поняття про фігуру Землі та її зовнішнє гравітаційне поле

1. Сучасні поняття про фігуру Землі та її зовнішнє гравітаційне поле

Теоретична геодезія – займається розробкою теорій та методів розв’язування основних наукових проблем та задач вищої геодезії, використовуючи для цих цілей весь комплекс сучасних астрономо-геодезичних, гравіметричних, супутникових та інших видів високоточних вимірювань, що виконуються по опорним пунктам геодезичних мереж та при необхідності поповнюються в тому чи іншому об’ємі через визначені проміжки часу.

Розміри Землі і форма її поверхні як в цілому, так і окремих частин є предметом вивчення різних дисциплін (фізична геодезія або теорія фігури Землі, фізика Землі, теоретична геофізика тощо), в яких ці питання розглядаються з неоднакових позицій і різними методами, що обумовлено своїми специфічними задачами. Поняття “фігура Землі” є неоднозначним і має різне трактування в залежності від використання отримуваних даних.

З фізичної геодезії відомо, що *потенціал сили ваги* Землі W визначається як сума *потенціалу притягання* Землі V і *потенціалу відцентрової сили* Φ . Відповідно, *потенціал притягання* в теорії фігури Землі це є потенціал сили притягання одиничної маси в довільній точці простору $V(P) = V(x, y, z) = G \iiint_v \frac{dm}{l}$ всіма масами планети Земля, а *потенціал відцентрової сили* Землі – це потенціал сили, яка виникає під час обертання Землі навколо своєї осі і діє на одиничну масу на поверхні планети або навколо її $V' = V'(P) = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$.

У цих виразах: $P(x, y, z)$ позначає точку, в якій V обчислюється, Q – змінна точка всередині тіла Землі, яка приймає зміст центра мас елемента dm , l – відстань між P і Q (просторова пряма лінія), G – Ньютонова гравітаційна стала ($G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$), ω – кутова швидкість обертання Землі. Отже,

$$W(x, y, z) = V(x, y, z) + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2). \quad (2.1)$$

Якщо позначити силу ваги або прискорення сили ваги через g і знати потенціал сили ваги W даної точки, то можна обчислити складові сили ваги по осях координат

$$g_x = -\partial W / \partial x, \quad g_y = -\partial W / \partial y, \quad g_z = -\partial W / \partial z,$$

а, знаючи складові сили ваги легко можна визначити модуль вектора прискорення сили ваги

$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2},$$

та його напрям

$$\cos(g, x) = g_x / g, \quad \cos(g, y) = g_y / g, \quad \cos(g, z) = g_z / g.$$

Фізична поверхня Землі в межах континентальної частини з її відносними підвищеннями та пониженнями не є правильною математичною поверхнею і не може бути виражена яким-небудь математичним рівнянням. Звідси виникла задача встановлення поняття і вибору математичної поверхні Землі.

Оскільки фізична поверхня Землі складається переважно із поверхні морів та океанів (загальна площа материків складає приблизно лише четверту частину всієї поверхні Землі, а їх середня висота над рівнем Світового океану дорівнює тільки десятитисячній частині земного радіуса), то в свій час за математичну поверхню Землі умовно була прийнята поверхня Світового океану в стані рівноваги води.

Поверхня води Світового океану як рідка маса, що знаходиться тільки під дією сили земного притягання та відцентрової сили обертання Землі, є однією з рівневих поверхонь потенціалу сили ваги. Ця поверхня характеризується тією основною властивістю, що на ній потенціал прискорення сили ваги всюди має одне і теж постійне значення, тобто в кожній її точці напрям нормалі до неї збігається з напрямом дії сили ваги або з прямовисною лінією. Якщо рівневу поверхню Світового океану продовжити під материками так, щоб вона всюди перетинала напрям прямовисної лінії під прямим кутом, то тоді отримується деяка замкнута поверхня, яка і буде характеризувати математичну фігуру Землі.

Вказана властивість будь-якої рівневої поверхні може бути виражена математичним рівнянням,

$$W = W(x, y, z) = C \quad (2.1')$$

в якому потенціал сили ваги є функцією від координат її поточної точки та розподілу маси всередині тіла, обмеженого заданою рівневою поверхнею. В такій редакції рівнева поверхня, яка збігається з поверхнею Світового океану в стані рівноваги і відповідним чином продовжена під материками, є математичною поверхнею. Проте вигляд або форма цієї поверхні залежать від розподілу сили ваги на ній або внутрішньої будови Землі.

Згодом остаточно з'ясувалося, що фігура Землі, утворена рівневою поверхнею, яка збігається з поверхнею Світового океану і відповідним чином продовжена під материками, має досить складну форму. Це пояснюється нерівномірним розподілом сили ваги на поверхні Землі і залежить від структури земної кори. Вказана математична поверхня не може бути представлена повністю якою-небудь правильною геометричною фігурою, що має просте математичне рівняння. Для математичної фігури Землі у вказаному її розумінні в 1873 р. був запропонований термін "геоїд", який закріпився в геодезичній науці до сьогодення часу.

Результати астрономо-геодезичних робіт підтвердили висновки про те, що вказана вище математична поверхня, хоч і відповідає фізичній природі Землі, проте може значно відрізнятися від правильної математичної фігури – загального земного сфероїда – фігури, яка найкращим чином представляє Землю як в гравітаційному так і в геометричному відношенні.

Отже, через те, що дійсне поле сили ваги є математично дуже складним, виділяють (в якості референцного) *нормальне поле сили ваги* простої аналітичної природи. В загальному, нормальний потенціал сили ваги U вибирається так, що референц-еліпсоїд є екіпотенціальною поверхнею для U :

$$U(x, y, z) = U_0 = const,$$

а геоїд – екіпотенціальною поверхнею дійсного потенціала сили ваги W :

$$W(x, y, z) = W_0 = const.$$

Відмінність потенціалу сили ваги реальної Землі W від потенціалу сили ваги Нормальної Землі U носить назву збурюючого потенціалу, тобто $T = W - U$.

Для обчислення нормальної сили ваги γ на еліпсоїді служить замкнута формула Сомільяна

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 B + b\gamma_p \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}, \quad (2.1'')$$

де a і b – параметри еліпсоїда, γ_e і γ_p позначають нормальну силу ваги на екваторі і полюсі відповідно.

Отже, найбільш відомою узагальненою фігурою Землі є загальний земний сфероїд, точніше рівневий еліпсоїд обертання, який ще називають Нормальна Земля. Під цим терміном розуміється узагальнена модель Землі як планети в цілому, яка з однієї сторони відтворює її основні властивості в усередненому вигляді, а з другої – найбільш просто представляє її для математичного опису.

Нормальна Земля при розв'язуванні наукових і практичних задач виконує двояку роль: вона застосовується або як правдоподібна модель Землі, яка з достатньою точністю замінює реальну Землю (в астрономії, геофізиці, картографії, навігації тощо), або там, де вимагається більш висока точність, як досить добре її перше наближення (в геодезії, гравіметрії, космічній геодезії тощо).

Чисто теоретично при вивченні фігури Землі у відношенні її виду та розмірів можна було би розглядати будь-яку із її рівневих поверхонь, оскільки від одної із них можна теоретично перейти до іншої рівневої поверхні. Для переходу від даної або вихідної рівневої поверхні C до другої нескінченно близької до неї рівневої поверхні $C + dC$, розташованої на висоті dh , можна було би застосувати наступну формулу

$$dW = -gdh = dC. \quad (2.2)$$

Але для переходу від одної рівневої поверхні до другої, як показує формула (2.2), необхідно знати закон зміни сили ваги g з висотою. Оскільки закон зміни сили ваги з висотою всередині земної маси точно не відомий, то теоретична можливість переходу від одної рівневої поверхні до другої рівневої поверхні Землі не може бути здійснена строго у практичному відношенні.

Вибір і вивчення довільної рівневої поверхні для того, щоб потім визначати відносно неї елементи конкретно заданої рівневої поверхні теж не може бути абсолютно умовним. Для геодезії особливе значення має вивчення вигляду і розмірів безпосередньо тієї рівневої поверхні, яка проходить близько до фізичної поверхні Землі та найкращим чином характеризує її дійсну фігуру. Зрозуміло, що вона має бути вибрана у повній відповідності до будови і характеру зовнішньої поверхні Землі як планети в цілому. Це означає, що нормальний потенціал U необхідно встановити так, щоб збурюючий потенціал T був гармонійною функцією з високою точністю наближення.