**ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ВАРІАНТАМИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

**РОЗДІЛ «СТАТИКА»**

**Практичне заняття №5**

**Тема «Рівновага тіла при наявності тертя.»**

***План проведення практичного заняття***

1. ***Обговорення основних положень теми та питань самостійного вивчення:***

1. Де прикладена і як спрямована сила тертя ковзання при спокої?

2. Сформулюйте закони тертя ковзання спокою.

3. Як визначається статичний коефіцієнт тертя, які його властивості?

4. Чому дорівнює і як спрямована сила тертя ковзання при русі?

5. Як визначається динамічний коефіцієнт тертя, які його властивості?

6. Де прикладена, як спрямована і чому дорівнює сила тертя кочення?

7. Як визначається коефіцієнт тертя кочення? Вкажіть його розмірність.

8. Чому дорівнює момент тертя кочення?

1. ***Індивідуальне тестування.***
2. ***Практичні завдання.***

**Тертя. Види тертя**

(короткі теоретичні відомості)

Тертям називається опір, який чиниться при русі або намаганні рухати одне тіло уздовж поверхні іншого. В області контакту тіл виникають сили тертя, як складові сил реакцій, що виникають в області контакту тіл. Причиною цього виду тертя є механічне зачеплення і деформації виступів на контактуючих поверхнях та інші чинники.

У залежності від характеру можливого або реалізуємого руху тіла сили тертя поділяються на сили тертя ковзання, кочення і вертіння. Тертя поділяється також на сухе тертя і тертя зі змащенням. Спочатку розглядаються закони сухого тертя.

**Тертя ковзання**

Сили тертя ковзання виникають при намаганні ковзати одне тіло по поверхні іншого. Сили тертя поділяються на тертя ковзання при спокої, або рівновазі тіла і тертя ковзання при русі одного тіла уздовж шорсткої поверхні іншого з деякою відносною швидкістю. При спокої тіла сили тертя ковзання залежать лише від активних сил.

Модуль і напрямок сил тертя ковзання при спокої тіла визначаються класичними законами Г. Амонтона і Ш. Кулона, які встановлено у 1781 році.

1. Сили тертя ковзання зводяться до рівнодійної. Напрямок рівнодійної сил тертя ковзання спокою протилежний до напрямку можливого руху тіла, який виник би під дією прикладених до тіла активних сил при відсутності тертя. Рівнодійна сил тертя ковзання знаходиться у спільній дотичній площині до поверхонь, що труться.

2. Величина рівнодійної сил тертя ковзання спокою залежить від активних сил, що прикладені до тіла і може приймати значення від нуля до свого максимального значення, тобто

3.Максимальне значення сили тертя ковзання пропорційне нормальній реакції поверхні, тобто

де – коефіцієнт тертя ковзання спокою.

4.Коефіцієнт тертя ковзання не залежить від нормальної реакції поверхні, а залежить від матеріалу і фізичного стану поверхонь, що труться. Коефіцієнт тертя ковзання визначається експериментально.

При русі тіла рівнодійна сил тертя ковзання напрямлена проти руху тіла і дорівнює добутку динамічного коефіцієнта тертя на нормальну реакцію поверхні, тобто

де *f* – динамічний коефіцієнт тертя.

Зазвичай, ***f < f0***.

Коефіцієнт тертя ковзання (динамічний) залежить від відносної швидкості ковзання. Для більшості матеріалів коефіцієнт тертя зменшується при збільшенні відносної швидкості ковзання. Виняток складають деякі матеріали, наприклад тертя шкіри з металом.

У наближених технічних розрахунках вважається, що коефіцієнт тертя ковзання не залежить від відносної швидкості ковзання.

Середні значення коефіцієнтів тертя ковзання для різних матеріалів, які отримані дослідним шляхом, тобто емпіричні значення f , наведено у табл. 5.0.

Таблиця 5.0

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Матеріали тіл, що контактують | Коефіцієнт тертя | |
| руху | спокою |
| Сталь - сталь | 0,1 | 0,15 |
| Сталь - чавун | 0,3 | 0,18 |
| Сталь - бронза | 0,15 | 0,15 |
| Чавун - дуб | 0,65 | 0,3-0,5 |
| Дерево - дерево | 0,4-0,6 | 0,2-0,5 |
| Шкіра - чавун | 0,3-0,5 | 0,6 |

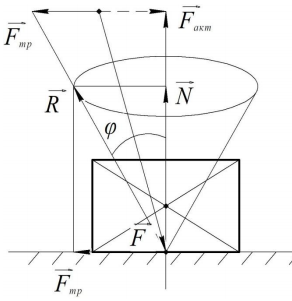
Розв'язуючи аналітично задачі граничної рівноваги тіл з урахуванням сил тертя, реакцію шорсткої поверхні зображають двома складовими і тер. Потім складають рівняння рівноваги і приєднують до них рівність

З одержаної системи рівнянь визначають шукані величини.

*Сила тертя спокою*

– при перевищенні активною силою починається рух тіла (тертя у русі).

– рівнодійна сил і , нова реакція поверхні в’язі на тверде тіло.

Кут **– кут тертя**

Геометричним місцем усіх можливих напрямів граничної реакції ‘ є поверхня конуса – ***конуса тертя.***

Простір у середині конуса тертя утворює область тертя.

Якою б великою за інтенсивністю не була активна сила F, лінія дії якої розташована в середині області тертя, вона не може привести в рух тіло, що спирається на поверхню вязі.

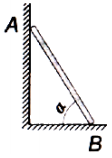
**Тертя кочення**

|  |  |
| --- | --- |
| а) стан спокою | б) стан руху (кочення) |
|  |  |

– коефіцієнт тертя кочення.

**Приклад розв’язування задач.**

**Приклад 1.** Драбина вагою G = 100 Н спирається на горизонтальну підлогу і вертикальну стіну. Стіна гладка, коефіцієнт тертя драбини об підлогу f = 0,4.

Під яким кутом α потрібно поставити драбину, щоб по ній могла б піднятися наверх людина вагою G1 = 800 Н ?

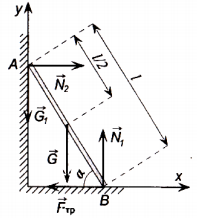
**Дано:** G=100H; f = 0,4; G1 =800 Н.

**Знайти:** α

Складемо розрахункову схему. Покажемо на схемі сили, діючі на драбину з людиною: сила тяжіння драбини G, сила тяжіння людини G1, нормальні реакції N1 і N2 в точках А і В і сила тертя FTp, спрямована в бік протилежний можливого руху сходів.

***Розв’язання***

Сили, що діють на сходи, утворюють довільну плоску систему сил, рівновагу якої можна записати у вигляді:



Позначимо довжину драбини ***l*** і складемо рівняння рівноваги.

Рівняння (3) розділимо , і воно набуде вигляду:

(4)

Для граничного стану рівноваги, відповідного мінімального значення кута α, сили тертя відповідно до закону Кулона дорівнює:

З рівнянь (1), (2) і (4) отримаємо:

.

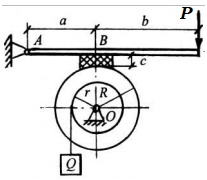
Підставами числові значення:

Звідки шуканий кут α дорівнює:

.

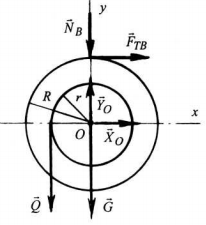
**Приклад 2.** Визначити мінімальне значення сили Р і реакції опор системи (рис.), яка знаходиться у рівновазі, якщо коефіцієнт тертя спокою між барабаном вагою G = 2 кН і гальмовою колодкою дорівнює f = 0,25.

Вага вантажу, який підвішений до канату на барабані Q = 10 кН, а = 0,2 м, b = 0,3 м, с = 0,04 м, r = 0,3 м, R = 0,5 м. Вагу рукояті, гальмової колодки та канату не враховувати, а тертям в осях знехтувати.

**Розв’язання**

Розглянемо спочатку рівновагу сил, які прикладені до барабана (рис.). Для цього відкидаємо накладені на нього в’язі, замінюючи їх силами – реакціями в’язей. Дію вантажу на барабан замінюємо силою Q, а реакцію опори в точці О розкладаємо на дві складові Х0 і Y0, які напрямлені вздовж координатних осей. Враховуючи шорсткість поверхні між гальмовою колодкою і барабаном, дію рукояті на барабан замінюємо силою, яка розкладається на дві складові – нормальний тиск NB та силу тертя FТB (рис. 35).

За напрямом сила тертя протидіє силі Q, яка прагне повернути барабан в напрямі проти ходу годинникової стрілки. Таким чином сили, що діють на барабан (задані і реакції в’язей), утворюють довільну плоску систему сил, під дією якої барабан знаходиться у рівновазі. Тому повинні виконуватись три рівняння статики. Складаємо їх:



До цих рівнянь додаємо додаткове рівняння, яке встановлює залежність між силою тертя FТB та нормальним тиском NB:

Розв’язуючи одержану систему рівнянь, знаходимо:

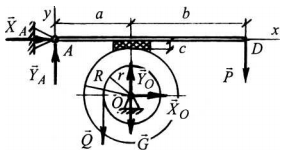
Тоді реакція опори в точці О

Далі розглянемо рівновагу сил, які прикладені до рукояті. На неї діють: сила Р, яку слід визначити, реакція шарнірного закріплення в точці А, яку розкладаємо на дві складові ХА і УA та сили NВ і FTB (сили дії барабана на рукоять в точці В). Ці сили утворюють довільну плоску систему сил, під дією якої рукоять знаходиться у рівновазі, тому повинні виконуватись три рівняння статики. Складаємо їх:

Розв’язуючи ці рівняння одержимо:

Тоді реакція шарнірної опори в точці А

Для перевірки одержаних результатів складаємо рівняння моментів відносно точки А, розглядаючи рівновагу сил, які діють на конструкцію в цілому ( рис. 36).



Підставляючи в це рівняння значення заданих та одержаних при розв’язанні задачі величин, матимемо:

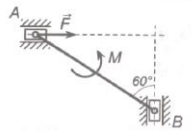
Таким чином задачу розв’язано вірно.

**Завдання.** **Задачі на рівновагу просторової системи довільно розташованих сил**

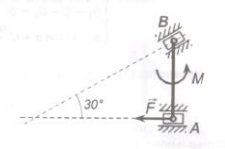
**Завдання 5:**. Механізм, що складається з однорідного тонкого стрижня АВ довжиною ***l*** , вагою ***G*** і двох невагомих повзунів А і В, які можуть переміщатися по напрямних, розташований у вертикальній площині. Коефіцієнт тертя повзуна А по направляючої становить ***f*** , тертя у повзуна В відсутня. на стрижень АВ діє пара сил з моментом ***М***. Визначити значення сили F, при якій механізм буде перебувати в рівновазі.

Числові значення параметрів для розрахунку вибрати з табл. 5.1.

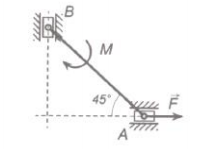
Варіант вибирати по табл. 5.2 згідно списку в журналі групи.



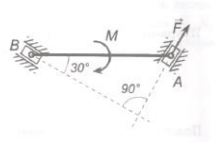
**Рис. 5.1**



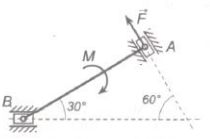
**Рис. 5.2**



**Рис. 5.3**



**Рис. 5.4**



**Рис. 5.5**

Таблиця 5.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер умови | Довжина стрижня АВ  ***l***, м | Вага  стрижня АВ  ***G***, kH | Коефіцієнт тертя ковзання  ***f*** | Момент пари сил, що діє на стрижень АВ  ***М***, кН·м |
| 0 | 0,5 | 1,5 | 0,05 | 20 |
| 1 | 1,0 | 3,0 | 0,10 | 15 |
| 2 | 1,5 | 4,5 | 0,15 | 10 |
| 3 | 2,0 | 6,0 | 0,20 | 5,0 |
| 4 | 2,5 | 7,5 | 0,25 | 2,5 |
| 5 | 3,0 | 9,0 | 0,30 | 12 |
| 6 | 3,5 | 12,0 | 0,35 | 9,0 |
| 7 | 4,0 | 15,0 | 0,40 | 18 |
| 8 | 4,5 | 17,5 | 0,45 | 8,0 |
| 9 | 5,0 | 20 | 0,50 | 13 |

Таблиця 5.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант | Рисунок | Номер умови | Варіант | Рисунок | Номер умови |
| 1 | 5.1 | 0 | 16 | 5.1 | 5 |
| 2 | 5.2 | 1 | 17 | 5.2 | 6 |
| 3 | 5.3 | 2 | 18 | 5.3 | 7 |
| 4 | 5.4 | 3 | 19 | 5.4 | 8 |
| 5 | 5.5 | 4 | 20 | 5.5 | 9 |
| 6 | 5.1 | 5 | 21 | 5.1 | 0 |
| 7 | 5.2 | 6 | 22 | 5.2 | 1 |
| 8 | 5.3 | 7 | 23 | 5.3 | 2 |
| 9 | 5.4 | 8 | 24 | 5.4 | 3 |
| 10 | 5.5 | 9 | 25 | 5.5 | 4 |
| 11 | 5.1 | 0 | 26 | 5.1 | 5 |
| 12 | 5.2 | 1 | 27 | 5.2 | 6 |
| 13 | 5.3 | 2 | 28 | 5.3 | 7 |
| 14 | 5.4 | 3 | 29 | 5.4 | 8 |
| 15 | 5.5 | 4 | 30 | 5.5 | 9 |

**Завдання для самостійної роботи:**

1. Опрацюйте конспекти лекцій №3 і №2 та рекомендовану літературу для обговорення теоретичних питань теми на практичному занятті.

2. Розв’яжіть тестові завдання.

**1.** **Двосторонніми називаються такі в’язі, що**

**А.** обмежують переміщення тіла, як в одному, так і в прямо пропорційному напрямку

**В.** обмежують свободу руху тіла в одному напрямку

**С.** обмежують свободу руху тіла в двох напрямках

**D.** не обмежують свободу руху тіла

**2. Операція геометричного складання векторів будь-якого класу (сил, швидкостей тощо) зводиться до побудови**

**А.** векторного трикутника

**В.** векторного багатокутника

**С.**  векторної площадки

**D.** векторної сітки

**3. Одним з головних понять теоретичної механіки є поняття**

**А.** плече сили

**В.** силовий багатокутник

**С.** момент сили

**D**. векторний момент

**4. Числове значення вектор-момента дорівнює добутку**

**А.** сили на плече сили

**В**. площі на плече сили

**С**. сили на момент сили

**D**. сили на вектор

**5.** **Момент пари сил – це вільний вектор, направлений перпендикулярно до площини дії пари в той бік, звідкіля обертання тіла під дією пари сил відбувається**

А. за рухом годинникової стрілки

В. проти руху годинникової стрілки

С. в протилежний бік від дії сили

D. в протилежні сторони руху головної прикладеної сили

**6.** **Систему двох рівних за модулем паралельних між собою сил, які напрямлені у протилежні боки вздовж різних прямих, називають**

**А**. парою сил

**В**. модулем сил

**С.** плечем сили

**D**. модулем вектору рівноваги

**7.** **Дві пари сил еквівалентні одна одній, коли їх**

А. віктор-моменти рівні

В. добуток дорівнює нулю

С. добуток не дорівнює нулю

D. віктор-моменти дорівнюють 0

**8. Плече пари сил**

**А.** площина пари

**В.** момент сили

**С.** найкоротша відстань між лініями дії сил

**D.** момент руху

**9.** **Пара сил, що дії на матеріальний об’єкт, може бути зрівноважена тільки іншою**

А. парою моментів

В. парою сил

С. парою модулів

D. парою векторів

**10. Момент пари сил**

**А**. найкоротша відстань між лініями дії сил

**В** вільний вектор

**С**. перпендикуляр

**D**. момент руху

**11. Головним вектором довільної системи сил називають**

**А.** суму алгебраїчних моментів усіх сил відносно цього центра

**В**. суму геометричних моментів усіх сил відносно цього центра

**С**. суму векторних моментів усіх сил відносно цього центра

**D.** суму тригонометричних моментів усіх сил відносно цього центра

**12. Будь-яку довільну систему сил, що діють на абсолютно тверде тіло, в загальному випадку можна звести**

А. до однієї сили і пари сил

В. до пари сил

С. до нуля

D. до векторного моменту пари сил

**13. Для рівноваги довільної системи сил, прикладених до твердого тіла, необхідно, щоб**

**А.** головний вектор і головний момент цієї системи відносно будь-якого центра зведення були рівними нулю

**В**. головний момент цієї системи був рівним нулю

**С.** головний вектор відносно будь-якого центра зведення дорівнював нулю

**D.** головний вектор дорівнював сумі геометричних моментів усіх сил відносно цього центра

**14. Коефіцієнт тертя ковзання має розмірність**

**А.** одиниці довжини

**B.** одиниці сили.

**C**. одиниці маси

**D**. безрозмірна величина

**15**. **Коефіцієнт тертя ковзання має розмірність**

**А**. одиниці довжини

**B.** одиниці сили.

**C.** одиниці маси

**D.** безрозмірна величина

**Рекомендована література при вивченні заданої теми:**

1. Павловський М.А. Теоретична механіка. – К. : Техніка, 2002.

2. Воронков И.М. Курс теоретической механики. – М.: Наука, 1989.

3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1988.

4. Мещерский И.В. спарники задач по теоретической механике. – М.: Наука, 1990.

**Рекомендована література при вивченні дисципліни «Теоретична механіка»**

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.

2. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін.; За ред. М.А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.

3. Теоретична механіка. Статика. Кінематика: Конспект лекцій для студентів 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» інженерно-хімічного факультету / Укладачі: Штефан Наталія Іллівна, Апостолюк Олександр Семенович. – 100 с.; <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/514>.

4. 9-10-353.pdf : Теоретична механіка. Динаміка та аналітична механіка [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» інженерно-хімічного факультету / НТУУ «КПІ» ; уклад. О. С. Апостолюк, Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,30 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.ntukpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/413>

5. 10-11-090.doc : Теоретична механіка. Кінематика. Динаміка та аналітична механіка [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Г. Я. Міщук, Н. І. Стефан ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 108.4 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/859>

6. 10-11-174.doc :Теоретична механіка [Електронний ресурс] : методичні вказівки для самостійної роботи над тестами для студентів інженерних спеціальностей / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,40 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/769>

7. 9-10-171.rtf: Теоретична механіка. Предмет теоретичної механіки [Електронний ресурс] : методичні вказівки до самостійної роботи студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Н. І. Штефан, Н. В. Гнатейко − Електронні текстові дані (1 файл: 707 Кбайт). - Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана. - Доступ: <http://library.ntukpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/478>

8. 9-10-148.docx : Теоретична механіка. Кінематика точки [Електронний ресурс] : методичні вказівки для самостійної роботи студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 222 Кбайт). - Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.ntu-kpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/442>

9. 11-12-190.doc : Теоретична механіка. Найпростіші рухи твердого тіла. Складний рух точки [Електронний ресурс] : методичні вказівки до проведення практичних занять та самостійної роботи студентів технічних напрямів підготовки / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан, Н. В. Гнатейко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,81 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – Назва з екрана. - Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/1886>

10. Теоретична механіка. Статика. Кінематика [Електронний ресурс] : методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів технічних напрямів підготовки денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан, В. М. Федоров. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,45 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – 57 с. – Назва з екрана. – Доступ: http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/2482