**ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ВАРІАНТАМИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

**РОЗДІЛ «СТАТИКА»**

**Практичне заняття №2**

**Тема «Визначення сил реакції опор балки.»**

***План проведення практичного заняття***

1. ***Обговорення основних положень теми та питань самостійного вивчення:***
2. Наведіть приклади зосереджених і розподілених сил.
3. Що називається рівнодіючої системи сил?
4. Яка сила називається зрівноважучою?
5. Дайте визначення зовнішньої і внутрішньої сили.
6. Сформулюйте аксіому про рівновагу двох сил.
7. Що таке система сил?
8. Які системи сил називаються еквівалентними?
9. Що таке рівнодіюча і зрівноважуюча сила?
10. Які системи сил називаються статично еквівалентними?
11. У чому подібність між рівнодіючої і зрівноважуючою силами і чим вони одна від одної відрізняються?
12. Сформулюйте першу, другу, третю і четверту аксіоми статики.
13. Назвіть основні види вязей для яких лінії дії реакцій відомі?
14. ***Індивідуальне тестування.***
15. ***Практичні завдання.***

**Приклади розв’язування задач на рівновагу плоскої системи сил**

При розв’язанні задач на рівновагу сил, які прикладені до твердого тіла, слід дотримуватись такого алгоритму:

1. Виділити тіло, рівновага якого розглядається.

2. Прикласти до нього всі задані сили, включаючи і вагу самого тіла, якщо вона задається.

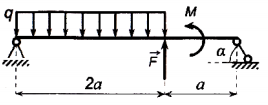
3. Користуючись аксіомою про звільнення від в’язей, відкинути в’язі, а їх дію замінити силами-реакціями в’язей.

4. Застосовуючи відповідні умови рівноваги, скласти рівняння рівноваги.

5. Розв’язати отримані рівняння відносно шуканих реакцій в’язей.

6. Провести аналіз одержаного розв’язку.

**Приклад 1.** Визначення сил реакції опор балки. Невагома балка закріплена так, як показано на кресленні. Визначити сили реакції опор, якщо на балку діють зосереджена сила F=60 Н, рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю q = 15 Н/м і пара сил з моментом М = 40 Нм; відстань а = 1 м.



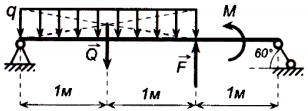
**Дано**: F=60 Н; q =15 Н/м; М= 40 Нм; а= 1 м. **Знайти:** (не заповнюється!)

***Розв’язання***

Розглянемо рівновагу навантаженої і закрапленої балки.

Виконаємо розрахункову схему, зобразивши на ній задані активні навантаження (сила F, розподілені сили інтенсивністю q і пара сил з моментом М).

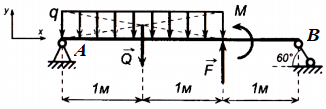
Замінимо розподілене навантаження зосередженою силою Q, зобразивши її в центрі фігури, і підрахуємо її модуль.



Модуль зосередженої сили Q дорівнює:

*.*

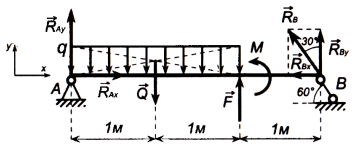
Виберемо осі координат ху, розташувавши їх найбільш зручним способом. Виявимо зв'язку, які утримують балку, замінимо їх силами реакції зв'язків і зобразимо їх.



У точці А балка кріпиться за допомогою нерухомого шарніра, в точці В – з допомогою невагомого стержня. Шарнірно-нерухому опору А замінимо двома силами реакції: RAx і RAy, спрямованими по координатним осях. Невагомий стержень В замінимо силою реакції RB, спрямованої уздовж стрижня.

Заповнимо графу «Знайти».

**Дано**: F=60 Н; q =15 Н/м; М= 40 Нм; а= 1 м. **Знайти**: RAx, RAy, RВ



Встановимо вид системи сил, що діють на балку.

З розрахункової схеми видно, що на балку діє довільна плоска система сил. Запишемо умови рівноваги довільної плоскої системи сил. Для складання рівняння моментів виберемо точку А, в якій прикладено дві невідомі сили реакції: RAx і RAy.

Умови рівноваги балки під дією довільної плоскої системи сил мають вид:

Встановимо, чи є завдання статично визначної.

У задачі потрібно визначити три невідомих опорних реакції: RAx, RAy, RB. Умови рівноваги довільної плоскої системи сил містять три незалежних рівняння рівноваги. Завдання є статично визначної, так як число невідомих опорних зусиль дорівнює числу рівнянь рівноваги.

Складемо рівняння рівноваги балки під дією довільної плоскої системи сил, що складається із заданих активних сили і невідомих сил реакції зв'язків.

Алгебраїчні моменти сил беремо зі знаком плюс, якщо вони спрямовані проти ходу годинникової стрілки і зі знаком мінус, якщо вони спрямовані по ходу годинникової стрілки. При обчисленні моменту сили реакції RB застосуємо теорему Варіньона:

Рівняння рівноваги балки з урахуванням даних завдання мають вигляд:

Вирішуємо отриману систему рівнянь і визначаємо з них шукані опорні реакції RAx, RAy, RB. З рівняння (3) отримуємо:

Підставимо числові значення і обчислимо значення RB:

З рівняння (1) знаходимо:

Підставимо числові значення і обчислимо RAX:

З рівняння (2) визначаємо:

Підставами числові значення і обчислимо RAy:

**Перевірка рішення**

Складемо додаткове рівняння рівноваги моментів щодо центру В і виконаємо перевірку отриманих результатів.

Підставимо числові значення всіх відомих і обчислених сил з отриманими знаками:

тобто, .

**Висновок**: шукані сили реакції визначені вірно.

Запишемо відповідь.

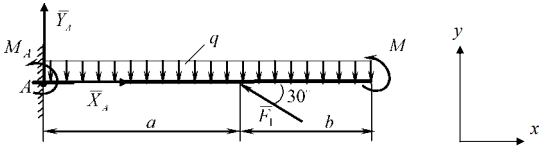
**Відповідь**: RAX = - 2 5 Н, RAY = 13,3 Н, RB = -50,0 Н.

Сила реакції RAX, що має позитивне значення, спрямована так, як показано на кресленні.

Сили реакції RAY і RB, отримані зі знаком мінус, мають напрямки, протилежні тим, які показані на кресленні.

**Приклад 2.** Тверде тіло (балка, рис.) жорстко закріплене в точці А й навантажене рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивністю q, силою F1 та парою сил з моментом М = 25 кН·м.

Геометричні розміри а = 3 м, b = 2 м. Визначити реакції опори .



***Розв'язання***

За умовами задачі тіло (рис.) жорстко закріплене в точці А. Реакція жорсткого затиснення складається з трьох складових. Виберемо осі х, у (рис.) і покажемо на схемі складові реакції опори А: ХА, YA, МА. Рівномірно розподілене навантаження замінюємо зосередженою силою Q, яка дорівнює Q = q(a + b). Задане навантаження і реакції опори в точці А утворюють довільну плоску систему сил, під дією якої балка знаходиться у рівновазі. Тому повинні виконуватись три рівняння статики. Складаємо їх

Кожне з цих рівнянь містить по одній невідомій, тому з рівняння (1) визначимо складову реакції ХА

З рівняння (2) знаходимо

З рівняння (3) визначимо величину реактивного моменту МА:

**Перевірка рішення**

Складемо додаткове рівняння рівноваги моментів щодо правого кінця балки В і виконаємо перевірку отриманих результатів.

**Висновок**: шукані сили реакції визначені вірно.

**Відповідь**:

Оскільки всі визначені реакції мають додатне значення, то їх напрямок співпадає з напрямком, вказаним на рисунку.

**Завдання.** ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР ТВЕРДОГО ТІЛА (ПЛОСКА СИСТЕМА СИЛ)

*Короткі відомості з теорії*

Завдання базується на теоретичних засадах статики твердого тіла, зокрема на умовах рівноваги довільної плоскої системи сил.

Зазначена система сил характеризується тим, що всі сили системи діють в одній площині, але не мають спільної точки перетину їх ліній дії і не паралельні одна одній.

Для рівноваги такої системи сил необхідно і достатньо, щоб суми проекцій всіх сил системи на дві взаємно перпендикулярні осі в площині дії сил дорівнювали нулю і щоб при цьому дорівнювала нулю сума алгебраїчних моментів сил відносно будь-якої точки цієї площини:

де *i=1,2,3,…,n;*

*n – кількість сил в системі;*

*А – довільна точка в площині дії сил.*

Це перша (основна) форма аналітичних умов рівноваги довільної плоскої системи сил. Крім неї існують ще дві форми, а саме:

де А та В – довільні точки в площині дії сил;

X – вісь в площині дії сил, яка не перпендикулярна прямій АВ;

де А,В,С – точки в площині дії сил, які не лежать на одній прямій.

Застосувавши будь-яку з зазначених форм умов рівноваги, можна визначити не більше трьох невідомих опорних реакцій твердого тіла, навантаженого тією чи іншою заданою системою сил, довільно розташованих в одній площині.

На схемах (рис 1-30) приведені варіанти кріплення твердого тіла (конструкції) та навантаження її зовнішніми силами. Знайти опорні реакції тіла . Дані для розрахунку приведені в таблиці 1.

**Приклад.**

**Дано:** M=10кНм; q=2кН/м; a=3м; b=2м; c=2м; α=450 .

**Знайти**: опорні реакції балки (рис. а).

***Розв'язання***

Розглянемо систему врівноважених сил, діючих на балку.

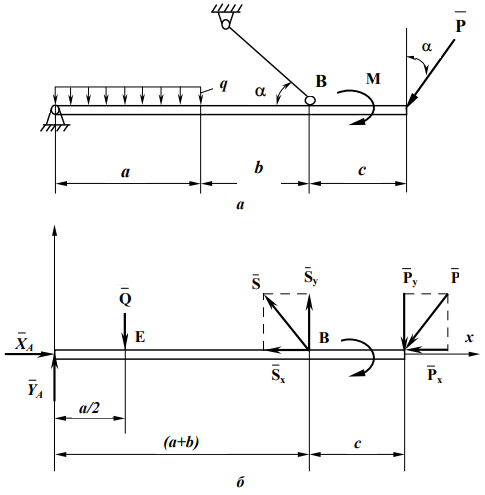
Відкинемо в’язі: шарнірно-нерухому опору А та невагомий двохшарнірний стрижень ВС. Дію в’язей замінимо іх реакціями (Рис. б).

Зважаючи на те, що реакція опори А невідома не лише за величиною, але і за напрямком, розкладемо її на складові уздовж осей координат, що визначають площину дії сил, XA та YA.

Вважаючи стрижень ВС розтягненим, спрямуємо його реакцію S уздовж стрижня в напрямку від В до С.

Спростимо систему сил, діючих на балку.

Розподілене навантаження з інтенсивністю q, що діє на частину балки довжиною а, замінимо рівнодійною Q, прикладеною посередині навантаженого відрізку балки. Її модуль визначаємо як площу епюри розподіленого навантаження:



Силу розкладаємо на складові - та , визначимо їх модулі:

,

Реакцію також розкладаємо на складові - та . Їх величини визначаємо через S:

Для плоскої довільної системи сил, діючих на балку, запишемо три рівняння рівноваги, з яких визначаємо три невідомих – ХА, УА, S. Для спрощення цих рівнянь виберемо другу форму умов рівноваги:

або з урахуванням значень та :

З рівняння (5):

З рівняння (4):

З рівняння (6):

Знак плюс при значенні S вказує на те, що вектор в дійсності спрямований саме так, як зображено на рисунку б, тобто стрижень ВС в дійсності є розтягненим.

Маючи значення XA та YA, можна визначити модуль та напрямок реакції RA:

Таким чином, вектор RA і за величиною, і за напрямком майже співпадає з вектором XA, тому на рисунку б він не зображений.

Таблиця 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Варіант* | *М, кН×м* | *q, kH/m* | *P, kH* | | *a, м* | *b,м* | *c,м* | *α, град* |
| 1 | 20 | 5 | 2 | | 3 | 5 | 1 | 30 |
| 2 | 18 | 4 | 4 | | 2 | 4 | 2 | 45 |
| 3 | 16 | 3 | 6 | | 1 | 3 | 3 | 60 |
| 4 | 14 | 2 | 8 | | 2 | 2 | 4 | 30 |
| 5 | 12 | 1 | 10 | | 3 | 1 | 5 | 45 |
| 6 | 10 | 2 | 12 | | 4 | 5 | 1 | 60 |
| 7 | 8 | 3 | 14 | | 5 | 4 | 2 | 30 |
| 8 | 6 | 4 | 16 | | 1 | 3 | 3 | 45 |
| 9 | 4 | 5 | 18 | | 2 | 2 | 4 | 60 |
| 10 | 6 | 4 | 16 | | 3 | 1 | 5 | 30 |
| 11 | 8 | 3 | 14 | | 5 | 5 | 1 | 45 |
| 12 | 10 | 2 | 12 | | 4 | 4 | 2 | 60 |
| 13 | 12 | 1 | 10 | | 1 | 3 | 3 | 30 |
| 14 | 14 | 2 | 8 | | 2 | 2 | 4 | 45 |
| 15 | 16 | 3 | 6 | | 3 | 1 | 5 | 60 |
| 16 | 18 | 4 | 4 | | 4 | 5 | 1 | 30 |
| 17 | 20 | 5 | 2 | | 5 | 4 | 2 | 45 |
| 18 | 18 | 1 | 18 | | 4 | 3 | 3 | 60 |
| 19 | 16 | 2 | 16 | | 3 | 2 | 4 | 45 |
| 20 | 14 | 3 | 14 | | 2 | 1 | 5 | 30 |
| 21 | 12 | 4 | 12 | | 1 | 2 | 4 | 60 |
| 22 | 10 | 5 | 10 | | 2 | 3 | 3 | 45 |
| 23 | 8 | 4 | 8 | | 3 | 4 | 2 | 30 |
| 24 | 6 | 3 | 6 | | 4 | 5 | 1 | 45 |
| 25 | 4 | 2 | 4 | | 5 | 4 | 2 | 60 |
| 26 | 6 | 1 | 2 | | 4 | 3 | 3 | 45 |
| 27 | 8 | 2 | 4 | | 3 | 2 | 4 | 30 |
| 28 | 10 | 3 | 6 | | 2 | 1 | 5 | 45 |
| 29 | 12 | 4 | 8 | | 1 | 2 | 4 | 60 |
| 30 | 14 | 5 | 10 | | 2 | 3 | 3 | 45 |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Завдання для самостійної роботи:**

1. Опрацюйте конспекти лекцій №1 і №2 та рекомендовану літературу для обговорення теоретичних питань теми на практичному занятті.

2. Розв’яжіть тестові завдання.

**1.Система сил**

**А.** числове значення

**В.** сукупність сил, що діють на тіло

**С.** кількісна міра взаємодії матеріальних тіл

**D.** матриця сил

**2.Кількісна міра взаємодії матеріальних тіл, що визначає інтенсивність та напрям цієї взаємодії**

**А.** сила

**В.** система сил

**С.** матриця сил

**D.** комплекс сил

**3.Сили, які входять до складу даної системи, називаються**

**А.** складовими системи сил

**В.** діючими сил

**С.** направляючими сили

**D.** простими силами

**4.Сукупність сил, що діють на матеріальну точку або тіло, утворюють**

**А.** систему сил

**В.** матрицю сил

**С**. площину сил

**D.** сітку сил

**5.Системи сил бувають**

**А.** розбіжними

**В.** збіжними

**С.** непаралельними

**D.** просторовими

**6.Плоска система сил – це коли лінії дії всіх сил системи**

**А.** лежать в одній площині

**В.** розташовані в просторі

**С.** перетинаються в одній точці

**D**. перетинаються в двох точках

**7.Просторова система сил – це коли лінії дії всіх сил системи**

**А.** лежать в одній площині

**В.** розташовані в просторі

**С.** перетинаються в одній точці

**D**. перетинаються в двох точках

**8.Збіжна система сил – це коли лінії дії всіх сил системи**

**А.** лежать в одній площині

**В.** розташовані в просторі

**С.** перетинаються в одній точці

**D.** перетинаються в двох точках

**9.Як називається система сил, коли лінії дії всіх сил системи лежать в одній площині**

**А.** плоска

**В.** просторова

**С.** збіжна

**D.** розбіжна

**10.Як називається система сил, коли лінії дії всіх сил розташовані в просторі**

**11.А**. плоска

**В**. просторова

**С**. збіжна

**D**. проста

**Рекомендована література при вивченні заданої теми:**

1. Павловський М.А., Акінфієва Л.Ю., Юрокін A.I., Свістунов С.Я.Кінематика та динаміка точки. – Київ: Либідь, 1993.

2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Ф., Курс теоретической механіки,т.1, 2 М., 1979.

3. Сборник задач для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. А.А. Яблонского. – М.: Высшая школа, 1989.

**Рекомендована література при вивченні дисципліни «Теоретична механіка»**

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.

2. Теоретична механіка: Збірник задач / О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін.; За ред. М.А. Павловського. - К.: Техніка, 2007. – 400 с.

3. Теоретична механіка. Статика. Кінематика: Конспект лекцій для студентів 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» інженерно-хімічного факультету / Укладачі: Штефан Наталія Іллівна, Апостолюк Олександр Семенович. – 100 с.; <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/514>.

4. 9-10-353.pdf : Теоретична механіка. Динаміка та аналітична механіка [Електронний ресурс] : конспект лекцій для студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» інженерно-хімічного факультету / НТУУ «КПІ» ; уклад. О. С. Апостолюк, Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,30 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.ntukpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/413>

5. 10-11-090.doc : Теоретична механіка. Кінематика. Динаміка та аналітична механіка [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Г. Я. Міщук, Н. І. Стефан ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 108.4 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/859>

6. 10-11-174.doc :Теоретична механіка [Електронний ресурс] : методичні вказівки для самостійної роботи над тестами для студентів інженерних спеціальностей / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,40 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/769>

7. 9-10-171.rtf: Теоретична механіка. Предмет теоретичної механіки [Електронний ресурс] : методичні вказівки до самостійної роботи студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Н. І. Штефан, Н. В. Гнатейко − Електронні текстові дані (1 файл: 707 Кбайт). - Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана. - Доступ: <http://library.ntukpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/478>

8. 9-10-148.docx : Теоретична механіка. Кінематика точки [Електронний ресурс] : методичні вказівки для самостійної роботи студентів напрямів підготовки 6.050502 «Інженерна механіка», 6.050503 «Машинобудування» / НТУУ «КПІ» ; уклад. Н. І. Штефан. – Електронні текстові дані (1 файл: 222 Кбайт). - Київ : НТУУ «КПІ», 2010. - Назва з екрана.- Доступ: <http://library.ntu-kpi.kiev.ua:8080/handle/123456789/442>

9. 11-12-190.doc : Теоретична механіка. Найпростіші рухи твердого тіла. Складний рух точки [Електронний ресурс] : методичні вказівки до проведення практичних занять та самостійної роботи студентів технічних напрямів підготовки / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан, Н. В. Гнатейко. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,81 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – Назва з екрана. - Доступ: <http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/1886>

10. Теоретична механіка. Статика. Кінематика [Електронний ресурс] : методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи для студентів технічних напрямів підготовки денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад. В. Г. Савін, Н. І. Штефан, В. М. Федоров. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,45 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2012. – 57 с. – Назва з екрана. – Доступ: http://library.kpi.ua:8080/handle/123456789/2482