**Лекція 11**

**11.1 Метод кінетостатики**

Для розв’язання першої задачі динаміки невільної матеріальної точки, коли заданий її рух і треба визначити силу, дуже ефективним є метод кінетостатики. Цей метод особливо зручний, коли треба визначити при заданих активних силах та законі руху точки.

Як відомо, закони, що встановлені Ньютоном, стосуються руху вільної матеріальної точки. Якщо додати до них аксіому про звільнення від в’язей, то питання про дослідження руху невільної матеріальної точки зведеться до питання про рух вільної матеріальної точки, на яку діють активні сили і .

Принцип, про який буде йти мова, еквівалентний ІІ-му закону Ньютона та аксіомі про звільнення від в’язей. Цей принцип називається принципом Д’Аламбера, хоча правільніше було б його назвати принципом Германа-Ейлера-Д’Аламбера. Петербурзькі академіки Герман і Ейлер встановили цей принцип раніше від Д’Аламбера: Герман – у 1716 р., Ейлер – у 1737 р., а Д’Аламбер – у 1743 р.

***12.2. Принцип Д’Аламбера для матеріальної точки***

Нехай на матеріальну точку діє активна сила і реакція в’язі . Тоді, згідно з рівнянням динаміки для невільної матеріальної точки, маємо

звідки

 (1)

Доданок називається даламберовою силою інерції і позначається через .

Тоді з виразу (1) отримаємо

 (2)

Рівняння (2) виражає принцип Д’Аламбера: *для невільної матеріальної точки в кожний момент часу сума активних сил, реакцій в’язей і сил інерції дорівнює нулю.*

Зазначимо, що поняття „сила інерції” є формальним, не пов’язаним з реальними силами, якими є лише активні сили, реакції в’язей і сили протидії. Реальні фізичні сили виражають міру взаємодії тіл у природі й можуть бути різними за своїм характером.

Метод кінетостатики є лише формальним способом зведення рівнянь динаміки до рівнянь статики, проте для розв’язання ряду практичних задач такий спосіб зручний.

Зазначимо також, що сила інерції завжди напрямлена в бік, протилежний прискоренню, тобто = *−ma* , а не руху (див. рисунок).



Якщо матеріальна точка вільна, то вираз (2) спрощується і набуває вигляду:

 (3)

***11.3 Динаміка відносного руху матеріальної точки***

***1. Основне рівняння динаміки відносного руху матеріальної точки***

До цих пір вивчався рух матеріальної точки в інерціальній системі відліку. Якщо рух будь-якої системи відліку по відношенню до інерціальної не є поступальним і прямолінійним, тоді така система відліку називається *неінерціальною системою відліку*.

*Спостерігач, що знаходиться в неінерціальній системі відліку і який вважає, що на точку маси m діє сила , виявляє, що добуток маси на прискорення, виміряний в неінерціальній системі відліку, не дорівнює силі, що діє на дану точку.*

Знайдемо рівняння руху матеріальної точки в неінерціальній системі відліку. Ця задача може бути зведена до встановлення законів перетворення прискорень і сил при переході від інерціальної системи відліку до неінерціальної.

Збережемо прийняті в класичній механіці постулати про абсолютність простору і часу.

*Абсолютність простору* – незмінність відстані між двома будь-якими точками як в інерціальній, так і в неінерціальній системі відліку.

*Абсолютність часу* – однаковість проміжків часу між двома подіями в різних системах відліку.

Назвемо нерухомою будь-яку інерціальну систему відліку.

Рух матеріальної точки по відношенню до цієї системи відліку назвемо абсолютним.

Рух неінерціальної системи відліку (або, що те ж саме, твердого тіла, яке незмінно зв’язане з неінерціальною системою відліку) відносно інерціальної системи відліку назвемо *переносним*.

*Відносний* рух матеріальної точки – це її рух в неінерціальній системі відліку.

Розглянемо дві системи відліку: інерціальну **K** → Aξηζ (нерухому) і неінерціальну Kω →*Oxyz* (рухому). Проміжна система відліку **K′** → Oξʹηʹζʹ є рухомою і інерціальною.

Тоді має місце таке співвідношення між радіус-векторами (див. рисунок):

, (4)

а оскільки , матимемо

. (5)



Якщо ввести матрицю напрямних косинусів між осями систем координат Oξʹηʹζʹ та *Oxyz*

,

тоді координати т. М у нерухомій системі координат набудуть вигляду

 (6)

Звідси можна знайти координати т. М в рухомій системі координат:

,

або

 (7)

Співвідношення (6) і (7) є формулами перетворення коорднат т. M при переході від рухомої системи координат до нерухомої і навпаки. Коефіцієнти в цих формулах є *напрямними косинусами*, тобто косинусами кутів між осями рухомої і нерухомої систем координат. Відмітимо, що при переході від однієї інерціальної системи відліку ( **K** ) до іншої ( K′ ) ці коефіцієнти є сталими, тобто .

Оскільки одиничні вектори (орти) не змінюють своєї величини і напрямку по відношенню до ортів , тому це відбивається на перетворенні прискорень при переході від однієї інерціальної системи до іншої: існує незмінність прискорень для однієї і тієї ж точки, розглядуваних в різних інерціальних системах відліку, тобто .

За теоремою про прискорення точки при її складному русі (теоремою Коріоліса) для абсолютного прискорення матимемо такий вираз

,

складові якого мають наступний вигляд:

* прискорення переносного руху
* прискорення відносного руху ;
* прискорення Коріоліса .

В свою чергу кутова швидкість і кутове прискорення переносного руху можуть бути записані у вигляді

,

.

Абсолютний рух точки в інерціальній системі координат підкоряється рівнянню

, (8)

тоді, зважаючи на теорему Коріоліса, матимемо

, (9)

звідки, розкриваючи дужки і залишаючи зліва *mr* , отримаємо

. (10)

Якщо ввести наступні позначення:

 (11)

перше з них () називається *переносною силою інерції*, а друге () – *коріолісовою силою інерції*. Обидві ці сили разом називаються *ейлеровими силами інерції.*

З позначеннями (11) рівняння (10) набуває вигляду

. (12)

Це є *основне рівняння динаміки відносного руху* вільної матеріальної точки.

Порівняємо зараз вирази (8) і (12). Їхні ліві частини являють собою добутки маси точки на прискорення, яке вимірюється в різних системах відліку: неінерціальній для (5) і в інерціальній для (12). Права частина в (5) – сила , що діє на точку; в (12) – деяка вислідна сила (), яка діє на точку в неінерціальній системі відліку. Сила є результатом механічної взаємодії точки з тілами, що її оточують, вона постійна і не змінюється при переході до інших систем відліку.

Ейлерові сили інерції не є результатом взаємодії даної точки з іншими тілами, вони виникають в результаті руху неінерціальної системи відліку **Kω**. Сили e і c змінюються при переході від однієї неінерціальної системи відліку до іншої такої ж системи. Вони зникають при переході до інерціальної системи відліку (ІСВ).

Ейлерові сили інерції не підлягають вимірюванню, вони не мають джерел свого виникнення, тому вони є фіктивними силами.

Формула (10) може бути прочитана наступним чином: *добуток маси точки на прискорення її відносного руху дорівнює векторній сумі ньютонових сил та ейлерових сил інерції.*

Для ***невільної*** матеріальної точки маємо

, (13)

а оскільки , - отримаємо

, (14)

що в проекціях на осі рухомої системи координат *Oxyz* записується наступним чином:

 (15)

***2. Приватніі випадки руху вільної матеріальної точки***

1) Точка рухається рівномірно і прямолінійно в системі координат *Oxyz*, тоді

**.**  (16)

2) Точка знаходиться в спокої в системі координат *Oxyz*, тоді

**.** (17)

3) Нехай система координат *Oxyz* здійснює поступальний рух по відношенню до Aξηζ , тоді матимемо

(18)

4) Припустимо, що система **Kω** є інерціальною, тоді отримаємо

 (19)

Якщо матеріальна точка є ***невільною***, тоді наведені вище рівняння зміняться наступним чином:

з (16) матимемо (20)

з (17) випливає (21)

з (18) отримаємо (22)

з (19) матимемо (23)

Звернемо увагу на рівняння (21). Воно виражає *умову відносного* *спокою*: при відносному спокої точки векторна сума всіх активних сил, що діють на точку, реакцій в’язей і переносної сили інерції дорівнює **нулю**.

З аналізу рівнянь (18) і (23) приходимо до **висновку**, що механічні прояви у всіх інерціальних системах однакові. Це складає зміст принципа відносності класичної механіки Галілея.

Зауважимо, що для інерціальних систем відліку умова означає, що точка знаходиться в спокої, або в рівномірному і прямолінійному русі. В неінерціальній системі відліку умова (21) є умовою спокою точки, а умова (23) – її рівномірного і прямолінійного руху.

**Завдання для самостійної роботи:**

 *порівняти математичні вирази, що характеризують*:

* ***стан спокою точки в інерціальній та неінерціальній системах відліку;***
* ***умови прямолінійного та рівномірного руху точки в тих самих системах відліку***.

***Зробити висновки***.