

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 25

Лабораторна робота 3

Складні лінійні електричні кола

1. Мета роботи

Освоєння і порівняння методів розрахунку складних електричних кіл при гармонійному впливі: методів контурних струмів, вузлових потенціалів (напруг) і методу накладення. Експериментальна перевірка методів.

2. Основні теоретичні положення

Метод контурних струмів. Метод контурних струмів базується на важливій топологічній особливості електричних кіл: струми всіх гілок кола можуть бути виражені через струми головних гілок.

Для визначення струмів головних гілок (контурних струмів) складають систему із контурних рівнянь.

На практиці контурні рівняння формують не вдаючись до написання основної системи рівнянь електричної рівноваги за законами Кірхгофа, тому застосування цього методу дозволяє спростити і складання та рішення рівнянь електричної рівноваги кола.

У матричній формі систему контурних рівнянь записують в наступному вигляді:

$$[Z_k] \cdot [I_k] = [\dot{E}_k],$$

де $[Z_k]$ – матриця опорів контурів, $[I_k]$ – матриця контурних струмів, $[\dot{E}_k]$ – матриця контурних ЕРС.

$$[Z_k] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}, [I_k] = \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ \dots \\ I_{nn} \end{bmatrix}, [\dot{E}_k] = \begin{bmatrix} \dot{E}_{11} \\ \dot{E}_{22} \\ \dots \\ \dot{E}_{nn} \end{bmatrix},$$

$n = (p - q + 1)$ – число незалежних контурів, де p – число гілок, q – число вузлів кола.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 26

Правила складання контурних рівнянь

1. Формування $[Z_k]$. Елементи матриці формують наступним чином:

Z_{ii} – власний опір i -го контуру, це сума опорів всіх гілок, що входять в цей контур.

Z_{ij} – взаємний або загальний опір i -го і j -го контурів, дорівнює сумі опорів гілок, загальних для i -го і j -го контурів. Взаємний опір береться зі знаком «плюс», якщо контурні струми протікають через загальні гілки в однаковому напрямку; та зі знаком «мінус», якщо контурні струми в загальних гілках мають протилежні напрями. Якщо контури, що розглядаються не мають загальних гілок, то їх взаємний опір дорівнює нулю.

Для лінійних кіл, складених тільки з опорів, ємностей, індуктивностей і незалежних джерел напруги, матриця контурних опорів квадратна і симетрична щодо головної діагоналі.

2. Формування $[I_k]$. Це матриця-стовпець невідомих контурних струмів.

3. Формування $[E_k]$. E_{ii} – контурна ЕРС i -го контуру, це алгебраїчна сума ЕРС всіх джерел напруги, що входять в даний контур. Якщо напрям ЕРС будь-якого джерела, що входить в i -й контур, збігається з напрямом контурного струму цього контуру, то відповідна ЕРС береться зі знаком «плюс», в іншому випадку – зі знаком «мінус».

Вирішуючи систему контурних рівнянь будь-яким з методів, можна знайти все невідомі контурні струми кола.

Наприклад, вираз для контурного струму k -го контуру при використанні формули Крамера:

$$I_{kk} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_{ik}}{\Delta} E_{ii},$$

де Δ – визначник системи рівнянь; Δ_{ik} – алгебраїчне доповнення елемента Z_{ik} цього визначника. На практиці зазвичай використовують більш ефективні методи обчислень, такі, наприклад, як метод виключення Гауса.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 27

Якщо електричне коло містить незалежні джерела струму, то їх слід замінити незалежними джерелами напруги за допомогою еквівалентних перетворень або вибрати дерево кола таким чином, щоб гілки із джерелами струму увійшли до складу головних гілок. кількість невідомих контурних струмів скорочується при цьому на число незалежних джерел струму. Матриця контурних опорів в цьому випадку буде не квадратною: число стовпців дорівнюватиме числу незалежних контурів, а число рядків - числу невідомих контурних струмів.

Метод вузлових потенціалів (напруг). Метод формування рівнянь електричної рівноваги кола, в якому в якості незалежних змінних використовують напруги вузлів відносно базисного, називають методом вузлових потенціалів (напруг). Напруги всіх гілок електричного кола можуть бути виражені через вузлові напруги. При цьому напруга базисного вузла приймається рівним нулю.

На практиці вузлові рівняння формують не вдаючись до написання основної системи рівнянь електричної рівноваги, тому застосування цього методу дозволяє спростити і складання та рішення рівнянь.

У матричній формі система вузлових рівнянь записують в наступному вигляді:

$$[Y_y] \cdot [\dot{U}_y] = [j_y],$$

де Y_y – матриця провідностей вузлів, \dot{U}_y - матриця вузлових напруг, j_y – матриця вузлових струмів.

$$[Y_y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mm} \end{bmatrix}, [\dot{U}_y] = \begin{bmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{22} \\ \dots \\ \dot{U}_{mm} \end{bmatrix}, [j_y] = \begin{bmatrix} j_{11} \\ j_{22} \\ \dots \\ j_{mm} \end{bmatrix},$$

$m = (q - 1)$ – число незалежних вузлів, де q – загальне число вузлів кола.

Правила складання вузлових рівнянь

1. Формування $[Y_y]$. Елементи матриці формують наступним чином:

Y_{ii} – власна провідність i -го вузла – це сума провідностей всіх гілок, підключених до даного вузла.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 28

Y_{ij} – взаємна провідність i -го і j -го вузлів – це сума провідностей всіх гілок, включених безпосередньо між i -м і j -м вузлами, які взяті із протилежним знаком. Якщо в колі відсутні гілки, включені безпосередньо між i -м і j -м вузлами, то $Y_{ij} = 0$.

Для лінійного електричного кола, що складається тільки із опорів, ємностей, індуктивностей і незалежних джерел струму, матриця вузлових провідностей квадратна і симетрична відносно головної діагоналі.

2. Формування $[U_y]$. Це матриця-стовпець невідомих вузлових напруг.

3. Формування $[J_y]$. J_{ii} – вузловий струм i -го вузла, це алгебраїчна сума струмів всіх джерел струму, підключених до даного вузла. Якщо струм будь-якого джерела струму спрямований до вузла, то він береться із знаком «плюс», якщо струм направлений від вузла, то він береться із знаком «мінус».

Вирішуючи систему вузлових рівнянь будь-яким із методів, можна знайти всі невідомі вузлові напруги кола.

Наприклад, вираз для напруги k -го вузла при використанні формули Крамера:

$$U_{kk} = \sum_{i=1}^m \frac{\Delta_{ik}}{\Delta} J_{ii},$$

де Δ – визначник системи рівнянь; Δ_{ik} – алгебраїчне доповнення елемента Y_{ik} цього визначника.

Якщо коло містить незалежні джерела напруги, то їх слід замінити незалежними джерелами струму за допомогою еквівалентних перетворень. Або скласти систему рівнянь із врахуванням того, що не всі вузлові напруги будуть незалежні: вузлові напруги двох вузлів, між якими включене ідеальне джерело напруги, будуть відрізнятись тільки на величину ЕРС цього джерела. Якщо в якості базисного вибрати вузол, до якого підключено ідеальне джерело напруги, то кількість невідомих вузлових напруг скорочується при цьому на число джерел напруг. Матриця провідностей вузлів в цьому випадку буде не

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 29

квадратною: число стовпців буде дорівнювати числу незалежних вузлів, а число рядків – числу невідомих вузлових напруг.

Метод накладення. Метод накладення дозволяє розраховувати реакцію кола на складний вплив. Реакція лінійного кола на довільний зовнішній вплив, що представляє собою лінійну комбінацію більш простих дій, дорівнює лінійної комбінації реакцій, викликаних кожним із простих впливів окремо.

Таким чином, струм або напруга будь-якої гілки лінійного електричного кола, що містить поряд з пасивними елементами залежні і незалежні джерела струму та напруг, дорівнюють сумі часткових струмів або напруг, викликаних дією кожного незалежного джерела окремо.

3. Розрахункова частина

3.1. Визначи комплексні діючі значення струмів в гілках і напруг на елементах кола методами:

- а) контурних струмів;
- б) вузлових напруг;
- в) накладення (в гілці CR).

Принципова схема кола зображена на рис. 3.1, еквівалентна схема заміщення – на рис. 3.2. Параметри елементів для кожного лабораторного стенду наведені в таблиці, що знаходиться в лабораторії. Початкову фазу ЕРС джерел \dot{E}_1 і \dot{E}_2 прийняти рівною 0.

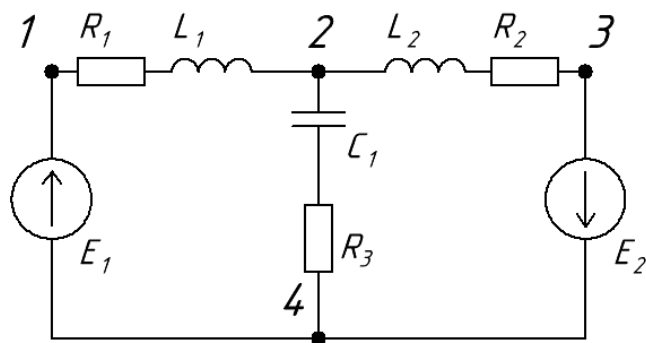


Рис.3.1 – Принципова схема кола

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 30

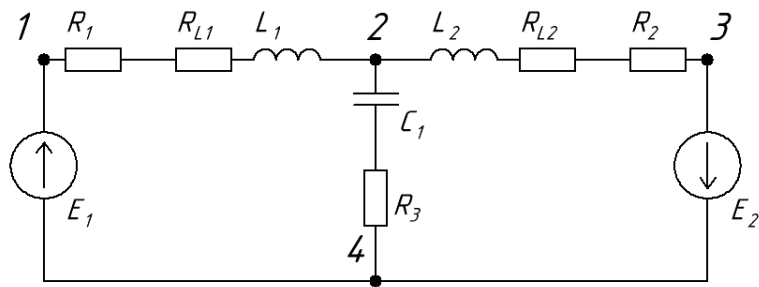


Рис.3.2 – Еквівалентна схема заміщення кола

- 3.2. Перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.
- 3.3. За результатами розрахунків побудувати векторні діаграми струмів і напруг на елементах.
- 3.4. Ознайомитися із змістом експерименту та продумати порядок його виконання.

4. Експериментальна частина

- 4.1. Виміряти за допомогою універсального вольтметра величини опорів $R_1, R_2, R_3, R_{L1}, R_{L2}$, порівняти їх із табличними даними.
- 4.2. Скласти електричне коло (рис.3.1).
- 4.3. Після перевірки схеми викладачем, встановити параметри вихідної напруги генератора – гармонійний сигнал, частоту і дійсне значення – відповідно до даних домашнього завдання. Виміряти вольтметром діючі значення ЕРС E_1, E_2 , переконатися, що вони відповідають заданим значенням, при необхідності провести корегування, змінюючи вихідну напруга генератора.
- 4.4. Виміряти вольтметром діючі значення напруг на всіх елементах кола.
- 4.5. Розрахувати діючі значення струмів всіх гілок

$$I = \frac{U_R}{R}$$

- 4.6. Визначити зсув фаз між струмами в гілках і ЕРС джерел. Наявне в лабораторії обладнання дозволяє визначити різницю фаз між двома напругами. При визначенні зсувів фаз скористатися тим, що струми в гілках синфазні із напругами на резисторах R_1, R_2, R_3 .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 31

4.6.1. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R1} і E_1 , вузол 1 з'єднати із загальним виводом кабелю осцилографа (рис. 3.3). При цьому фактично вимірюється зсув фаз між U_{R1} і $(-E_1)$. Фазовий зсув розрахувати за результатами вимірювань часового зсуву між сигналами (див. лабораторну роботу № 2, п. 4.6).

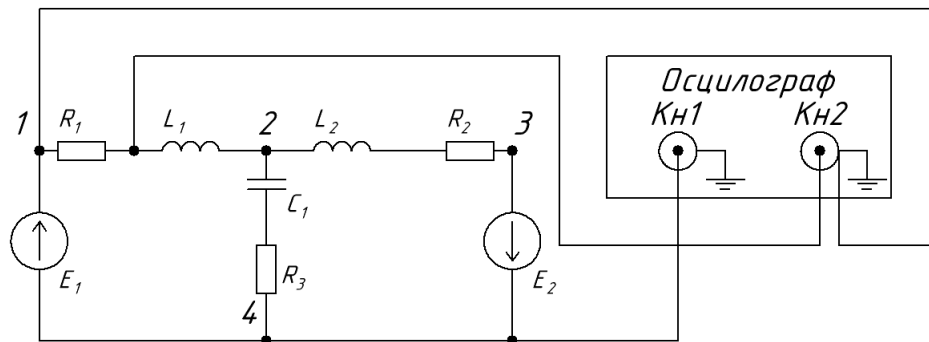


Рис.3.3 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R1} і $(-E_1)$.

4.6.2. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R3} і E_1 , потрібно з'єднати вузол 4 із загальним виводом кабелю осцилографа (рис. 3.4).

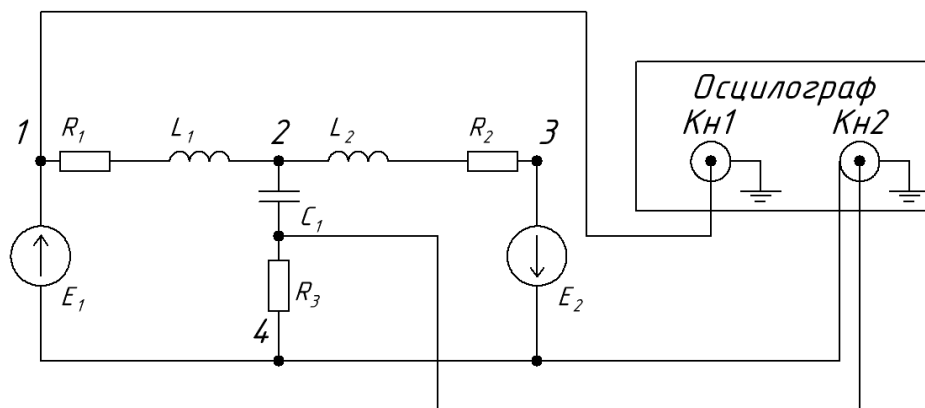


Рис.3.4 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R3} і E_1 .

4.6.3. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R2} і $(-E_2)$, необхідно загальний вивід осцилографа з'єднати із вузлом 3 (рис. 3.5).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 32

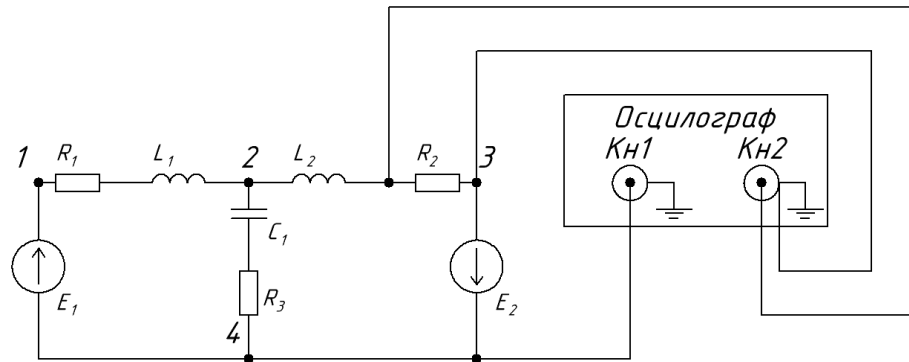


Рис.3.5 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R2} і $(-E_2)$.

4.7. Перевірити виконання теореми накладення для гілки $C_1 R_3$.

4.7.1. Замінити джерело E_1 перемичкою. встановити дійсне значення ЕРС E_2 рівним заданому в таблиці початкових даних (виміряти вольтметром). Виміряти вольтметром діюче значення напруги на опорі R_3 – U_{R3}^* та зсув фаз між U_{R3}^* і E_2 (схема підключення осцилографа наведена на рис. 3.6).

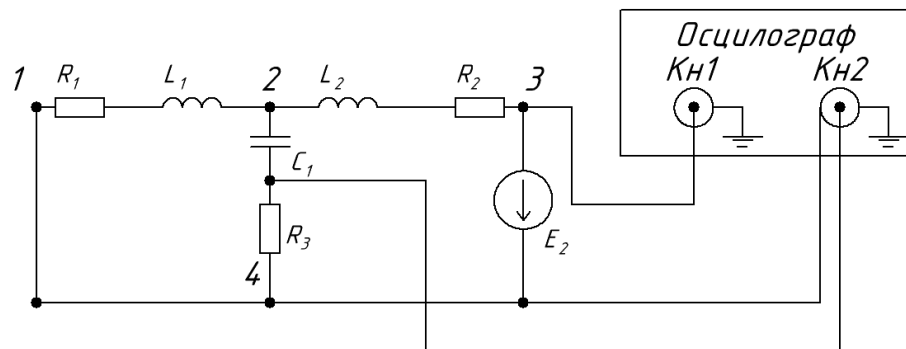


Рис.3.6 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R3}^* і E_2
при перевірці теореми накладення

4.7.2. Підключити E_1 (попередньо відключивши перемичку). Замінити джерело E_2 перемичкою. Повторити вимірювання аналогічно п. 4.7.1, виміряти U_{R3}^{**} і різницю фаз між U_{R3}^{**} та E_1 (схема підключення осцилографа аналогічна рис. 3.4).

4.7.3. Використовуючи принцип накладення, визначити U_{R3} .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 33

5. Обробка результатів

5.1. За результатами п. 3.1 і пп. 4.4– 4.6 скласти таблицю порівняння розрахованих і вимірних напруг і струмів (таб.3.1).

5.2. Побудувати векторну діаграму в одних координатах із діаграмою домашнього завдання.

5.3. За результатами п. 4.7 і розрахунками методом накладення скласти таблицю порівняння значень (таб.3.2).

Таблиця 3.1 – Порівняння розрахованих і вимірних напруг і струмів

Величина	Розрахунок		Експеримент
	Контурних струмів	Вузлових потенціалів	
$U_{R1}, В$			
$U_{L1}, В$			
$U_{R2}, В$			
$U_{L2}, В$			
$U_{R3}, В$			
$U_{C1}, В$			
$I_1, МА$			
$I_2, МА$			
$I_3, МА$			
$\Delta\varphi_{I_1 E_1}, \text{град}$			
$\Delta\varphi_{I_2 E_2}, \text{град}$			
$\Delta\varphi_{I_3 E_1}, \text{град}$			

Таблиця 3.2 – Порівняння значень методом накладення

	$U_{R3}^*, В$ (E_1 , відкл)	$U_{R3}^{**}, В$ (E_2 , відкл)	$\Delta\varphi_{U_{R3}^* E_2},$ град	$\Delta\varphi_{U_{R3}^{**} E_1}, В$ град	U_{R3}
Розрахунок					
Експеримент					

6. Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

– мету роботи;

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 34

- розрахункову частину (вихідні дані, еквівалентну схему кола, розрахункові формули з поясненнями, результати розрахунків);
- схему лабораторної установки;
- таблиці порівняння експериментальних і розрахункових результатів;
- векторні діаграми струмів і напруг, побудовані за результатами розрахунків та експерименту;
- висновки.

7. Контрольні питання

1. Поясніть методику розрахунку електричних кіл методом контурних струмів.
2. Поясніть методику розрахунку електричних кіл методом вузлових потенціалів (напруг).
3. Які існують обмеження при використанні метода контурних струмів? Методу вузлових напруг?
4. У чому суть еквівалентних перетворень електричного кола (наведіть приклади)? Для чого вони застосовуються?
5. Що таке повна і часткова еквівалентність?
6. У чому полягає еквівалентність джерел електричної енергії – джерела струму і джерела напруги?
7. Сформулюйте і поясніть принцип накладення (суперпозиції).
8. Сформулюйте і поясніть теорему про еквівалентне джерело.
9. Поясніть методики визначення фазових зсувів в даній роботі.
10. Запропонуйте інші, що не використалися в даній роботі методи розрахунку електричного кола, зображеного на рис. 3.1.
11. Чи можливо застосувати вивчені вами методи розрахунку до нелінійних електричних кіл?