

Лабораторна робота №2

Тема: «Нейронна реалізація логічних функцій AND, OR, XOR».

Мета: Дослідити математичну модель нейрона.

Час виконання: 2 години.

Навчальні питання:

- 1). Нейрони для реалізації функцій AND, OR;
- 2). Проблема XOR. Нейрон для реалізації функції XOR;

Узагальнена схема нейрона представлена на рис.1.

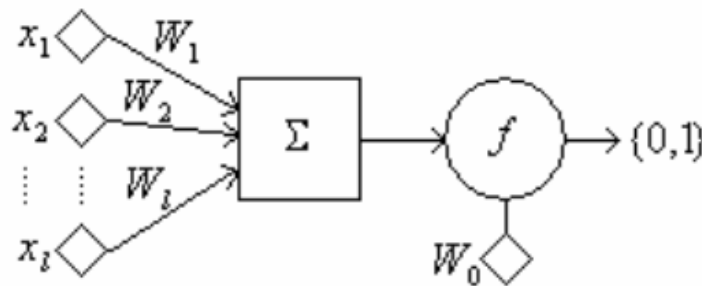


Рис.1. Узагальнена схема нейрона.

Тут x_1, x_2, \dots, x_n - компоненти вектора ознак $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, Σ - суматор, W_1, W_2, \dots, W_n - синаптичні ваги, f - функція активації, W_0 - поріг. Виходом суматора є величина $\sum_{i=1}^l W_i \cdot x_i$, яка є входом (аргументом) функції активації. Значення функції активації обчислюється на основі визначення знака суми $\sum_{i=1}^l W_i \cdot x_i + W_0$:

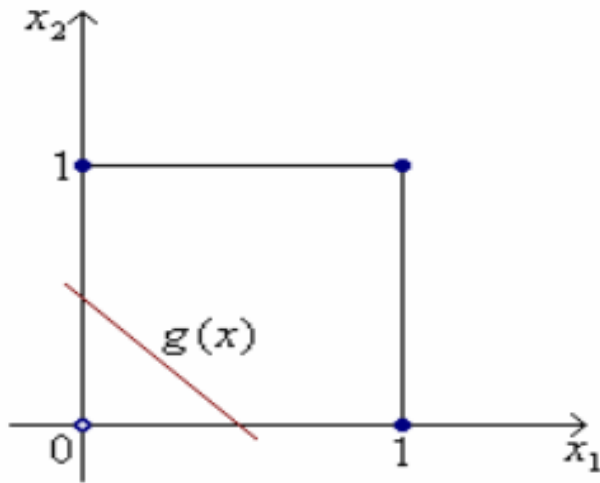
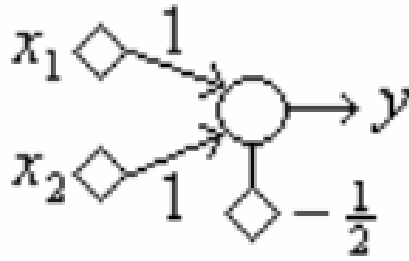
$$f(v) = \begin{cases} 0, \text{при } v < 0; \\ 1, \text{при } v > 0. \end{cases}$$

Таким чином, нейрон являє собою **лінійний класифікатор** з дискримінантною функцією $g(x) = \sum_{i=1}^l W_i \cdot x_i + W_0$.

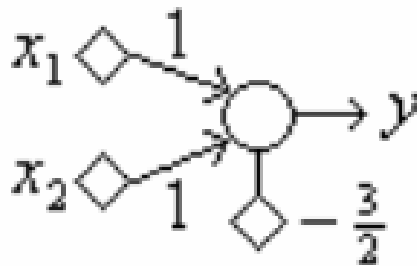
Тоді задача побудови лінійного класифікатора для заданої множини прецедентів зводиться до задавання нейрона, тобто підбору відповідних ваг W_1, W_2, \dots, W_n і порогу W_0 . Навчання полягає в корекції синаптичних ваг і порогу.

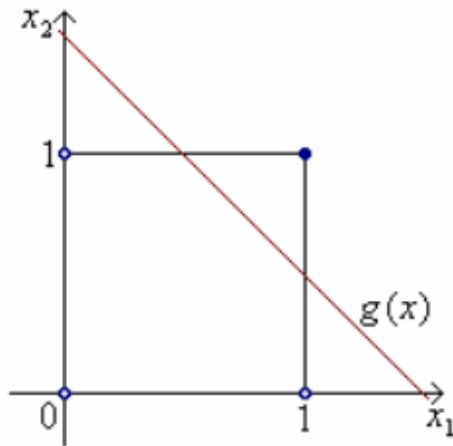
1. Побудова лінійного класифікатора функції $or(x_1, x_2)$. Очевидно, що

розподільчою лінією є $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$. Відповідний перцептрон має вигляд:



Побудова лінійного класифікатора функції $\text{and}(x_1, x_2)$. Очевидно, що розподільчою лінією є $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$. Відповідний перцептрон має вигляд:





Нагадаємо таблиці значень функцій $and(x_1, x_2)$ та $or(x_1, x_2)$:

№ прецедента	x_1	x_2	$and(x_1, x_2)$	$or(x_1, x_2)$
1	0	0	0	0
2	0	1	0	1
3	1	0	0	1
4	1	1	1	1

2. Проблема XOR. Нейрон для реалізації функції XOR.

Побудова **нелінійного** класифікатора функції $xor(x_1, x_2)$. Нехай на виході персептрона для функції $or(x_1, x_2)$ – y_1 , а на виході персептрона $and(x_1, x_2)$ – y_2 .

Визначимо значення вектора (y_1, y_2) .

Вхідні вектора		OR	AND	XOR	Клас
x_1	x_2	y_1	y_2		
0	0	0	0	1	Ω_1
0	1	1	0	0	Ω_0
1	0	1	0	0	Ω_0
1	1	1	1	1	Ω_1

Позначивши класи як показано в таблиці, отримаємо розділяючу пряму, зображену на рис.2.

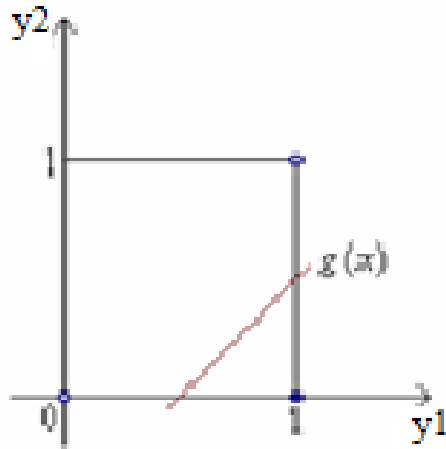


Рис.2. Розділяюча пряма для функції $\text{xor}(x_1, x_2)$.
 Реалізація за допомогою $\text{or}(x_1, x_2)$ і $\text{and}(x_1, x_2)$, зображена на рис.3.

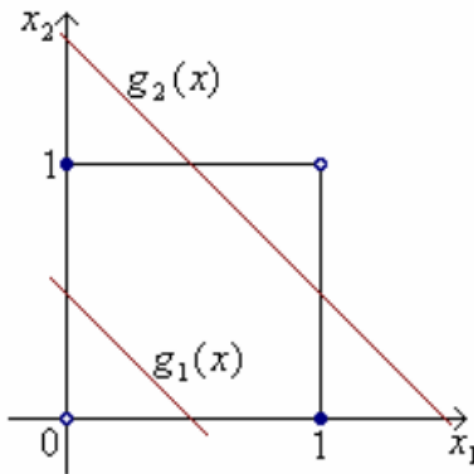


Рис.3 Реалізація за допомогою $\text{or}(x_1, x_2)$ і $\text{and}(x_1, x_2)$.

Завдання №1:

Реалізувати обчислювальний алгоритм для функції $\text{xor}(x_1, x_2)$ через функції $\text{or}(x_1, x_2)$ і $\text{and}(x_1, x_2)$ в програмному середовищі (C++, Python, та ін.).

Для реалізації обчислювальних алгоритмів рекомендується використання онлайн середовищ тестування (наприклад repl.it, [trinket](https://trinket.io), і.т.д.).

Завдання №2:

Зобразити двохслойний перцептрон для функції $\text{xor}(x_1, x_2)$ та скласти відповідне рівняння розділяючої прямої, використовуючи теоретичний матеріал даної лабораторної роботи.

Захист лабораторної роботи передбачає виконання практичних завдань поставлених в роботі, та виконання завдань теоретичного характеру.