

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 16

## Розділ 2

### Лінійні електричні кола однофазного синусоїдного струму

#### Лабораторна робота 2

#### Найпростіші електричні кола при гармонійному впливі

##### 1. Мета роботи

Освоєння методу комплексних амплітуд і експериментальна перевірка амплітудних і фазових співвідношень в лінійних колах при гармонійному впливі.

##### 2. Основні теоретичні положення

Гармонійні коливання – одна з найбільш поширених форм струму і напруги в електричних колах. При гармонійному впливі на лінійне коло реакція кола в сталому режимі – також гармонійна функція.

Для аналізу кіл при гармонійному зовнішньому впливі в сталому режимі практично завжди застосовують метод комплексних амплітуд. Комплексна амплітуда – величина, що несе інформацію про амплітуду і початкову фазу гармонійного коливання. Закони Кірхгофа формулюються не тільки для миттєвих значень струмів і напруг, але і для комплексних амплітуд і комплексних діючих значень струмів і напруг.

В рамках методу комплексних амплітуд ділянку кола можна характеризувати його комплексним опором (закон Ома в комплексній формі).

Завдання аналізу кола в цьому випадку вирішується в наступному порядку.

1. Формування комплексної схеми заміщення кола:

– перехід від миттєвих значень струмів і напруг до їх комплексних амплітуд (комплексних діючих значень);

– розрахунок комплексних опорів (провідностей) елементів.

2. Розрахунок комплексної схеми заміщення:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 17

- складання системи рівнянь електричної рівноваги на основі законів Ома і Кірхгофа в комплексній формі;
- рішення системи рівнянь і визначення комплексних амплітуд (комплексних діючих значень) шуканих струмів і напруг;
- перевірка отриманих результатів із використанням векторних діаграм, балансу потужностей, законів Кірхгофа.

3. Перехід від комплексних амплітуд (комплексних діючих значень) до миттєвих значень струмів, напруг.

Наведемо основні розрахункові співвідношення даного методу.

Зв'язок миттєвого значення напруги (струму) і комплексної амплітуди:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \Leftrightarrow \dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u},$$

де  $u(t)$  – миттєве значення напруги;  $U_m$  – амплітуда напруги, [В];

$\omega$  – кутова частота, [рад/с];  $\varphi_u$  – початкова фаза, [рад];  $\dot{U}_m$  – комплексна амплітуда, [В].

Зв'язок амплітудних і діючих значень гармонійної напруги:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}.$$

Закон Ома в комплексній формі:

$$\dot{U}_m = Z \dot{I}_m, \dot{U} = Z \dot{I}, \dot{I}_m = Y \dot{U}_m, \dot{I} = Y \dot{U},$$

де  $Z$  – комплексний опір,  $Y$  – комплексна провідність ділянки кола.

Закони Кірхгофа в комплексній формі:

$$\sum_k \dot{U}_{mk} = 0, \sum_k \dot{U}_k = 0,$$

де  $k$  – число гілок, що входять в контур,

$$\sum_n \dot{I}_{mn} = 0, \sum_n \dot{U}_n = 0,$$

де  $n$  – число гілок, зв'язаних з вузлом.

Співвідношення між струмами і напругами в ідеалізованих пасивних

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 18

елементах кола при гармонійному впливі:

### 1. Резистор (R)

$$\dot{U}_{mR} = R\dot{I}_{mR}; \dot{I}_{mR} = \frac{1}{R}\dot{U}_{mR},$$

Комплексний опір резистору

$$Z_R = R.$$

### 2. Індуктивність (L)

$$\dot{U}_{mL} = j\omega L\dot{I}_{mL}; \dot{I}_{mL} = \frac{1}{j\omega L}\dot{U}_{mL},$$

Комплексний опір індуктивності

$$Z_L = jX_L = j\omega L.$$

### 3. Ємкість (C)

$$\dot{U}_{mC} = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_{mC}; \dot{I}_{mC} = j\omega C\dot{U}_{mC},$$

Комплексний опір ємності

$$Z_C = jX_C = -j\frac{1}{\omega C}.$$

Енергетичні характеристики кола:

### 1. Повна потужність ( $P_s$ )

$$P_s = UI = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

де  $U, I$  – діючі значення напруги і струму.

### 2. Комплексна потужність ( $\dot{S}$ )

$$\dot{S} = P_s e^{j\varphi} = \dot{U}i^* = I^2 Z = P + jQ,$$

де  $i^*$  – спряжене комплексне діюче значення струму,  $\varphi$  – різниця початкових фаз струму і напруги

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$$

### 3. Активна потужність P

$$P = \operatorname{Re}\{\dot{S}\} = P_s \cos\varphi = I^2 r$$

де  $r$  – активний опір кола,  $r = \operatorname{Re}\{Z\}$ ,

### 4. Реактивна потужність Q

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 19

$$Q = \text{Im}\{\dot{S}\} = P_s \sin\varphi = I^2 x$$

де  $x$  – реактивний опір кола,  $x = \text{Im}\{Z\}$ .

Баланс потужностей полягає в тому, що сума комплексних потужностей, що віддаються усіма джерелами, дорівнює сумі комплексних потужностей, споживаних усіма пасивними елементами.

### 3. Розрахункова частина

Дані для розрахунку знаходяться в таблиці в лабораторії.

3.1. Для послідовного  $RL$ -кола (рис. 2.1) визначите:

– комплексні опори резистора і індуктивної котушки  $Z_R, Z_L$ :

$$Z_R = R, Z_L = R_L + jX_L,$$

– вхідний опір кола  $Z = Z_R + X_L$ ,

– комплексне діюче значення струму  $\dot{I}$ ,

– комплексні діючі значення напруг на резисторі і індуктивної котушки  $\dot{U}_R, \dot{U}_L$

– різницю фаз між струмом і прикладеною напругою (початкову фазу джерела ЕРС прийняти рівною 0),

– активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $P_s$  потужності.

Розрахунок провести для двох частот –  $f_1$  і  $f_2$ .

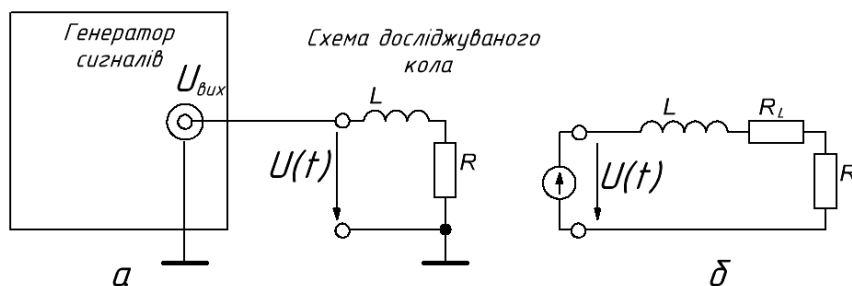


Рис.2.1 – Схеми досліджуваного  $RL$ -кола:

а – принципова, б – еквівалентна

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 20

### 3.2. Побудувати векторні діаграми:

- напруг на елементах і струму в колі,
- потужностей  $P, Q, P_s$ , що розвиваються в досліджуваному колі

Векторні діаграми будують для кожної частоти в своїй координатній сітці, на одному малюнку вказують вектори струму та вектори напруг.

### 3.3. Для послідовного $RLC$ -кола (рис. 2.2) визначите:

- комплексні опори резистора, котушки, конденсатора  $Z_R, Z_L, Z_C$ ,
- вхідний опір кола  $Z$ ,
- комплексне діюче значення струму  $\dot{I}$ ,
- комплексні діючі значення напруг на елементах  $\dot{U}_R, \dot{U}_L, \dot{U}_C$ ,
- різницю фаз між струмом і прикладеною напругою (початкову фазу джерела ЕРС прийміть рівною 0),
- активну  $P$ , реактивну  $Q$  і повну  $P_s$  потужності.

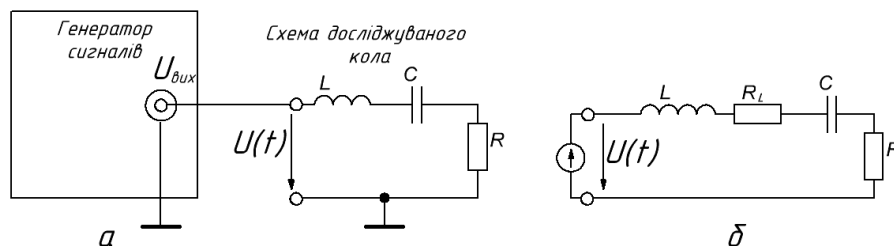


Рис.2.2 – Схеми досліджуваного  $RLC$ -кола:

а – принципова, б – еквівалентна

Розрахунок схеми провести для трьох частот –  $f_1, f_2, f_3$ , де  $f_2$  – частота, при якій модулі реактивних опорів індуктивності і ємності рівні  $|X_L| = |X_C|$ .

### 3.4. Побудувати векторні діаграми:

- напруг на елементах і струму в колі,
- потужностей, що розвиваються в досліджуваному колі.

3.5. Ознайомитися з вказівками щодо виконання експериментальної частини лабораторної роботи.

3.6. Намалювати і пояснити схеми вимірювання фазового зсуву між

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 21

струмом і вхідною напругою в досліджуваних колах.

#### 4. Експериментальна частина

4.1. За допомогою універсального вольтметра виміряти величини опорів  $R$  і  $R_L$  і порівняти їх із заданими.

4.2. Зібрати схему (рис. 2.1, а).

4.3. Після перевірки схеми викладачем встановити на генераторі задані параметри впливу – гармонійну форму сигналу, частоту  $f_1$ , задане діюче значення напруги  $U$ . Значення  $U$  виміряти вольтметром, підключеним до входу кола (паралельно генератору).

4.4. Виміряти діючі значення напруг на елементах кола за допомогою вольтметра. Розрахувати діюче значення струму  $I$  по напрузі падіння на резисторі  $R$ , використовуючи закон Ома. Порівняти отримані результати із домашніми розрахунками.

4.5. Повторити пп. 4.3, 4.4 для частоти  $f_2$ .

4.6. Виміряти різницю фаз між струмом (напругою на  $R$ ) і прикладеною до кола напругою  $U$  для частоти  $f_1$  за допомогою осцилографа. Для цього:

- на генераторі встановити значення частоти  $f_1$ ;
- підключити перший канал осцилографа (CH1) до входу кола (паралельно генератору), при цьому «земля» приладів повинна підключатися в одну точку;
- підключити канал осцилографа (CH2) паралельно  $R$  із дотриманням полярності («земля» повинна підключатися в одну точку);
- встановити перемикачі осцилографа MODE – в положення DUAL, TRIGGER SOURCE – в положення CH1;
- встановити сигнали в каналах осцилографа на одній ізолінії, а тривалість розгортки – таким чином, щоб спостерігати 1 ... 2 періоду коливання;
- виміряти часове зрушення  $\Delta t$  між сигналами, визначити – відстає

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 22

напруга на  $R$  від вхідного ( $\Delta t < 0$ ) або випереджає його ( $\Delta t > 0$ );

– розрахувати  $\Delta\varphi = 2\pi f\Delta t$  [рад] або  $\Delta\varphi = 360f\Delta t$  [град].

4.7. Повторити вимірювання п. 4.6 для частоти  $f_2$ .

4.8. Зібрати схему (рис. 2.2, а).

4.9. Повторити вимірювання амплітудних ( $U$ ,  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ,  $I$ ) і фазових ( $\Delta\varphi$ )

співвідношень аналогічно пп. 4.3-4.7 для частот  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ .

## 5. Обробка результатів

5.1. За експериментальними даними розрахувати потужності  $P$ ,  $Q$ ,  $P_S$  для досліджуваних схем для всіх частот.

5.2. Скласти таблицю порівняння результатів розрахунків і експериментів (див. форму нижче).

5.3. За результатами експериментів побудувати векторні діаграми струмів, напруг і потужностей в одних системах координат з діаграмами домашнього завдання.

## 6. Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- мету роботи;
- розрахункову частину (вихідні дані, комплексні схеми заміщення, розрахункові формули із поясненнями, результати розрахунків);
- схеми досліджуваних кіл і вимірювання фазового зсуву;
- таблицю експериментальних і розрахункових результатів (див. форму);
- векторні діаграми струмів і напруг;
- висновки.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 23

Таблиця 2.1 – Результати розрахунку і експерименту (форма)

Величина	Коло									
	<i>RL</i>				<i>RLC</i>					
	$f_1$		$f_2$		$f_1$		$f_2$		$f_3$	
	р	е	р	е	р	е	р	е	р	е
$I, \text{мА}$										
$U_R, \text{В}$										
$U_L, \text{В}$										
$U_C, \text{В}$	–	–	–	–						
$\varphi, \text{град}$										
$P_S, \text{мВ А}$										
$P, \text{мВт}$										
$Q, \text{мвар}$										

Примітка: «р» – розраховані значення; «е» – значення, які отримані в результаті експерименту.

## 7. Контрольні питання

1. Вкажіть умови, від яких залежить вибір еквівалентної схеми заміщення індуктивної котушки, конденсатора, резистора.
2. Поясніть терміни «початкова фаза», «зсув фаз між струмом і напругою».
3. Чим викликаний зсув фаз між струмом і напругою в індуктивності і ємності?
4. Які фазові співвідношення між струмом і напругою в опорі, індуктивності та ємності?
5. Чи залежить різниця фаз між струмом і напругою в індуктивності і ємності від частоти зовнішнього впливу?
6. В яких межах може змінюватися різниця фаз між струмом і напругою на затискачах пасивного двополюсника?
7. Поясніть методику побудови векторних діаграм.
8. Поясніть суть балансу потужностей в електричному колі.
9. Поясніть методику вимірювання струму в даній роботі.
10. Поясніть, як пов'язані між собою векторні діаграми напруг і струмів в



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.05- 05.01/2/125.00.1/Б/ОК16- 2023
	Екземпляр № 1	Арк 93 / 24

колі з векторною діаграмою комплексної потужності.

11. Поясніть терміни «принципова схема електричного кола» і «еквівалентна схема електричного кола».

12. Що означає випередження і запізнювання гармонійного сигналу?

13. Як визначити за допомогою двоканального осцилографа зрушення фаз між струмом і напругою в колі?

14. Поясніть методику розрахунку кола методом комплексних амплітуд.