

# Фільтрація шумів на цифрових зображеннях з вимірювальною інформацією

1. Виникнення шумів
2. Типи шумів
3. Задача фільтрації шумів на зображеннях
4. Фільтрація в просторовій області
5. Фільтрація в частотній області
6. Оцінка якості цифрових зображень

## 1. Виникнення шумів

Неідеальність технічних засобів формування зображень

Теплових шум, дробовий шум, оптичні завади

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y),$$

Перетворення в цифрову форму

Шум дискретизації та квантування

Передача зображень по каналам зв'язку з завадами

Спотворення окремих пікселів та блоків інформації

## 2. Типи шумів

Класифікація та причини виникнення кожного типу шуму, вплив на вимірювальну інформацію. Лінійні та нелінійні моделі та явища

*Імпульсний шум*

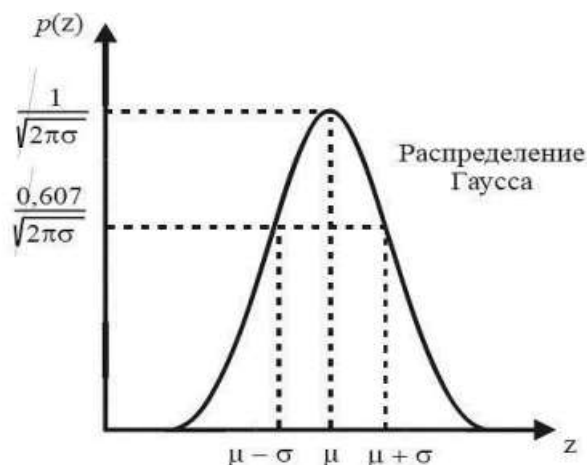
$$x_{i,j} = \begin{cases} d & \text{с вероятностью } p, \\ s_{i,j} & \text{с вероятностью } (1 - p), \end{cases}$$

*Адитивний шум*

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y),$$

Щільність розподілу

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(z-\mu)^2 / 2\sigma^2},$$



*Мультиплікативний шум*

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot \eta(x, y),$$

Шум квантування  
Контури та об'єкти

### **3. Задача фільтрації шумів на зображеннях**

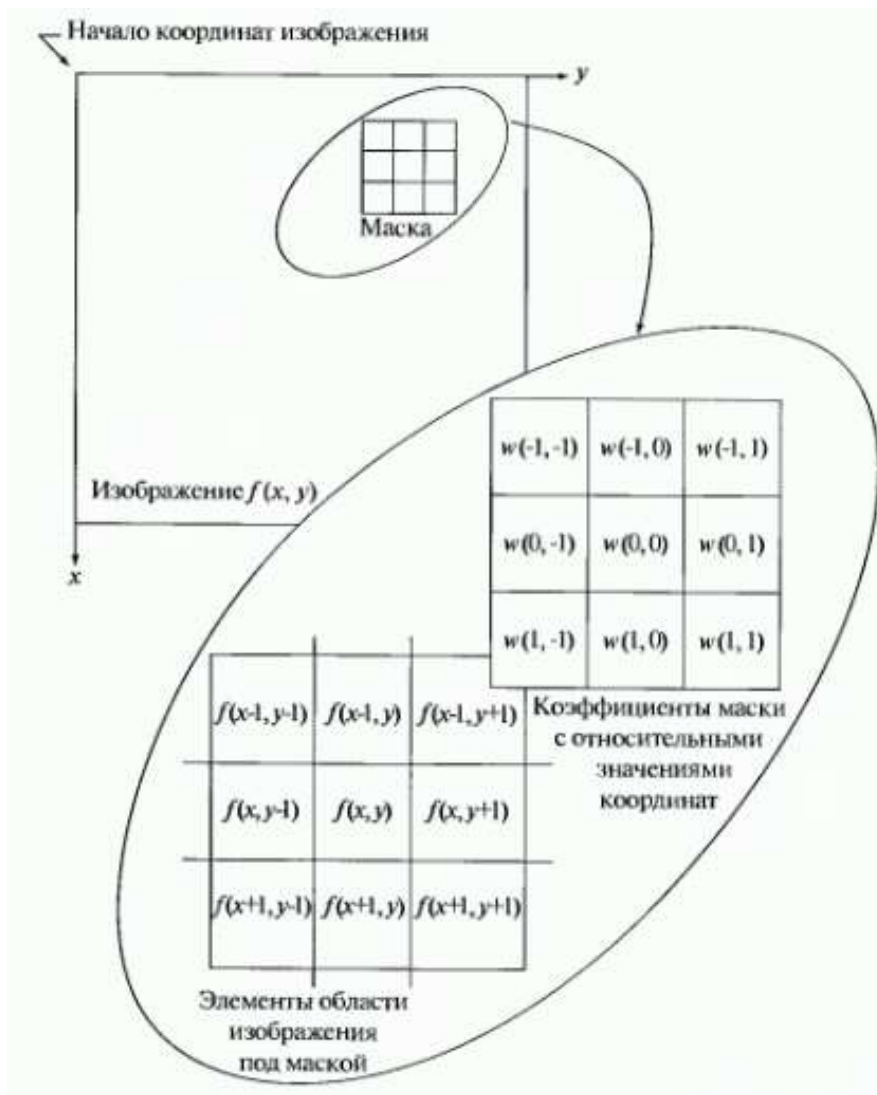
Мета – покращення зображень, підвищення точності вимірювальної інформації

Лінійні та нелінійні методи  
Усреднення ряду зображень  
Локальні перетворення у вікні  
Медіанний фільтр  
Аналіз спектра зображень

Необхідна апіорна інформація про властивості шумів

### **4. Фільтрація в просторовій області**

*Обробка по пікселям* Локальні перетворення у вікні  
Просторові координати зображення  
Піксел та його околі  
Вікно та маска фільтра



$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t),$$

Межи зображення

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Усереднення ряду зображень

Адитивні шуми

Арифметичний усереднюючий фільтр

$$f(x, y) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N g(i, j),$$

Геометричний усереднюючий фільтр

$$f(x, y) = \left[ \prod_{i=0}^M \prod_{j=0}^N g(i, j) \right]^{\frac{1}{M \cdot N}}.$$



Рис. 3.35. (а) Исходное изображение размерами 500х500 элементов. (б)–(е) Результаты сглаживания усредняющим фильтром с квадратной маской размерами  $n = 3, 5, 9, 15,$  и  $35$ . Черные квадратики в верхней части имеют размеры  $3, 5, 9, 15, 25, 35, 45,$  и  $55$  пикселей соответственно и расположены на расстоянии в  $25$  пикселей друг от друга. Буквы внизу изменяются в размерах от  $10$  до  $24$  пунктов, с увеличением каждый раз на  $2$  пункта; размер самой большой буквы —  $60$  пунктов. Вертикальные полосы имеют  $5$  пикселей в ширину и  $100$  пикселей в высоту; расстояния между ними —  $20$  пикселей. Диаметр кружков —  $25$  пикселей, и расположены они на расстоянии  $15$  пикселей друг от друга; их уровни яркостей изменяются от  $0\%$  до  $100\%$  черного с шагом  $20\%$ . Общий фон изображения —  $10\%$  черного. Прямоугольники с шумом имеют размеры  $50 \times 120$  пикселей.

### Фільтр Гауса

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

$$G_\sigma = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}.$$

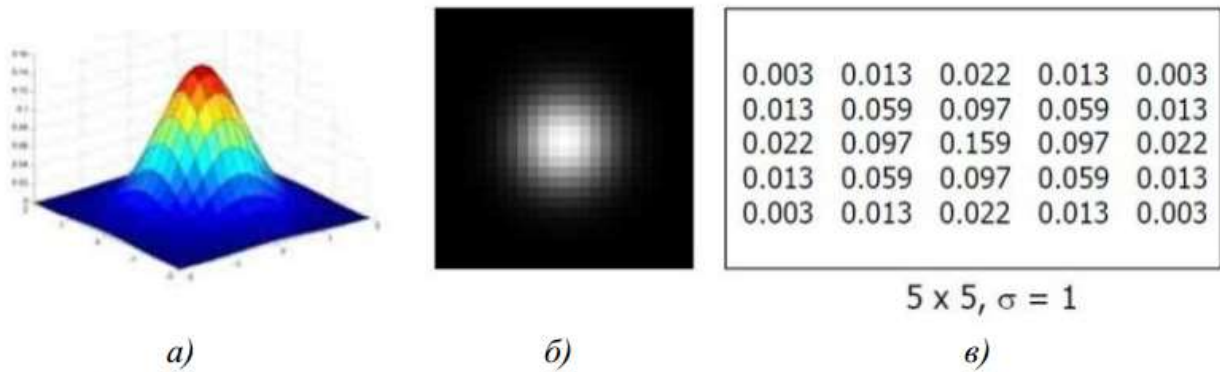


Рис. 7.5. Разное представление функции Гаусса: а) в виде поверхности; б) полутонового изображения; в) маски с коэффициентами

### Обчислювальні аспекти фільтрації

Розподіл по координатам

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)\right),$$

### Медіанна фільтрація

Імпульсні шуми

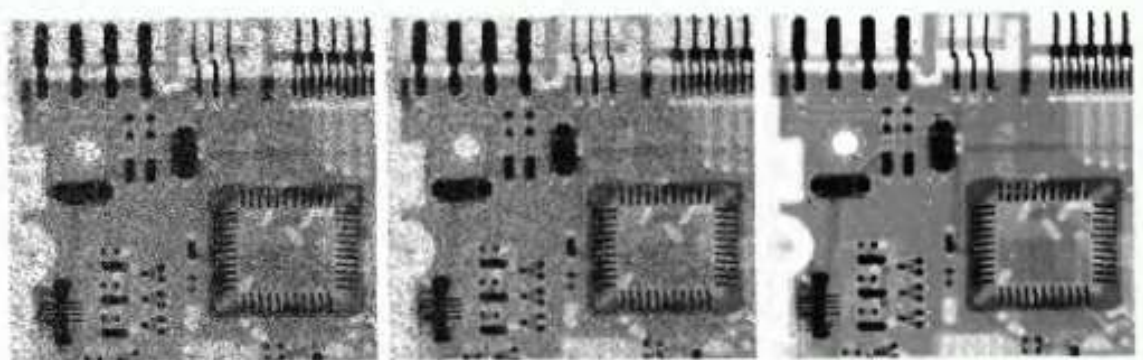
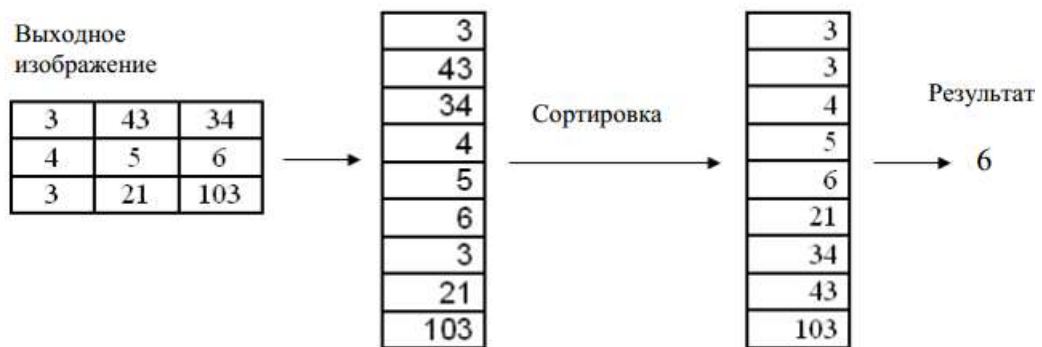
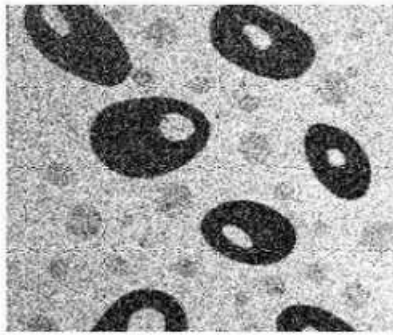
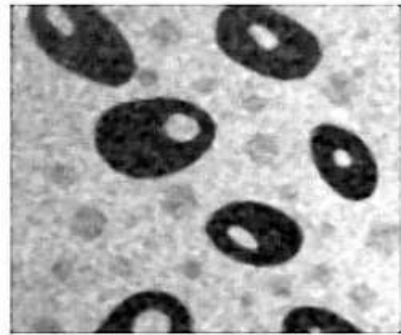


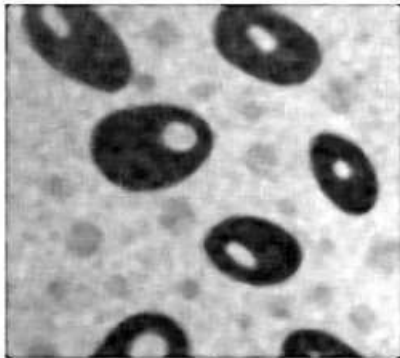
Рис. 3.37. (а) Рентгеновский снимок монтажной платы, искаженный импульсным шумом. (б) Подавление шума усредняющим фильтром по окрестности 3×3. (в) Подавление шума медианным фильтром по окрестности 3×3. (Исходное изображение предоставил Джозеф Пасенте, компания Lixi, Inc.).



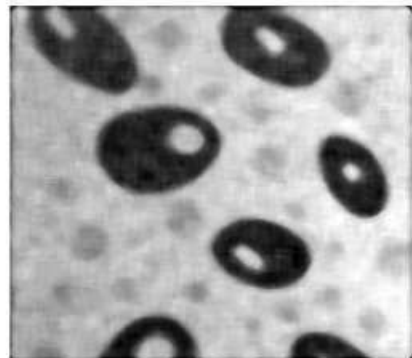
*a)*



*б)*

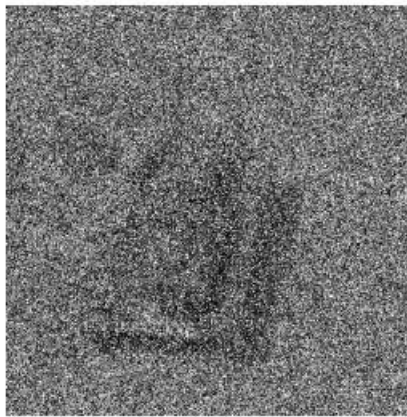


*в)*



*г)*

Рис. 7.12. Примеры медианной фильтрации: *a)* исходное изображение с импульсным шумом (сильная степень зашумления);  
*б)* результат в окне  $5 \times 5$ ; *в)*  $7 \times 7$ ; *г)*  $9 \times 9$



Рангова фільтрація

## 5. Фільтрація в частотній області

Операції з спектром зображення

*Прямое фурье-преобразование (фурье-образ)  $F(u)$  непрерывной функции одной переменной  $f(x)$  определяется равенством*

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx, \quad (4.2-1)$$

где  $i$  — мнимая единица ( $i^2 = -1$ ). Наоборот, по заданному фурье-преобразованию  $F(u)$  можно получить исходную функцию  $f(x)$  при помощи *обратного* преобразования Фурье:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{i2\pi ux} du. \quad (4.2-2)$$

раз можно получить исходную функцию. указанные преобразования можно легко распространить на функции двух переменных:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (4.2-3)$$

и, аналогично, для обратного преобразования

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} du dv. \quad (4.2-4)$$

Фурье-преобразование дискретной функции одной переменной  $f(x)$ ,  $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$ , задается равенством

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-i2\pi ux / M}, \quad u = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.2-5)$$

Это (*прямое*) *дискретное преобразование Фурье (ДПФ)* лежит в основе всех рассмотрений настоящей главы. Как и ранее, по заданному фурье-преобразованию  $F(u)$  можно восстановить исходную функцию при помощи обратного ДПФ:

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{i2\pi ux / M}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.2-6)$$

Дискретное прямое и обратное преобразования Фурье допускают непосредственное обобщение на двумерный случай. Прямое дискретное фурье-преобразование функции  $f(x,y)$  (изображения) размерами  $M \times N$  задается равенством

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-i2\pi(ux/M + vy/N)}. \quad (4.2-16)$$

Как и в одномерном случае, это выражение должно быть вычислено для всех  $u = 0, 1, 2, \dots, M-1$  и также для всех  $v = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . Аналогично, по заданному фурье-преобразованию  $F(u,v)$ , мы можем получить  $f(x,y)$  при помощи обратного преобразования Фурье, задаваемого выражением

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{i2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad (4.2-17)$$

где  $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$  и  $y = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . Равенства (4.2-16) и (4.2-17) составляют *пару двумерных дискретных преобразований Фурье (ДПФ)* (прямое и обратное). Переменные  $u$  и  $v$  называются *переменными преобразования* или *частотными переменными*, переменные  $x$  и  $y$  — *пространственными переменными* или *переменными изображения*. Как и в одномерном случае, положение множителя  $1/MN$  не имеет значе-

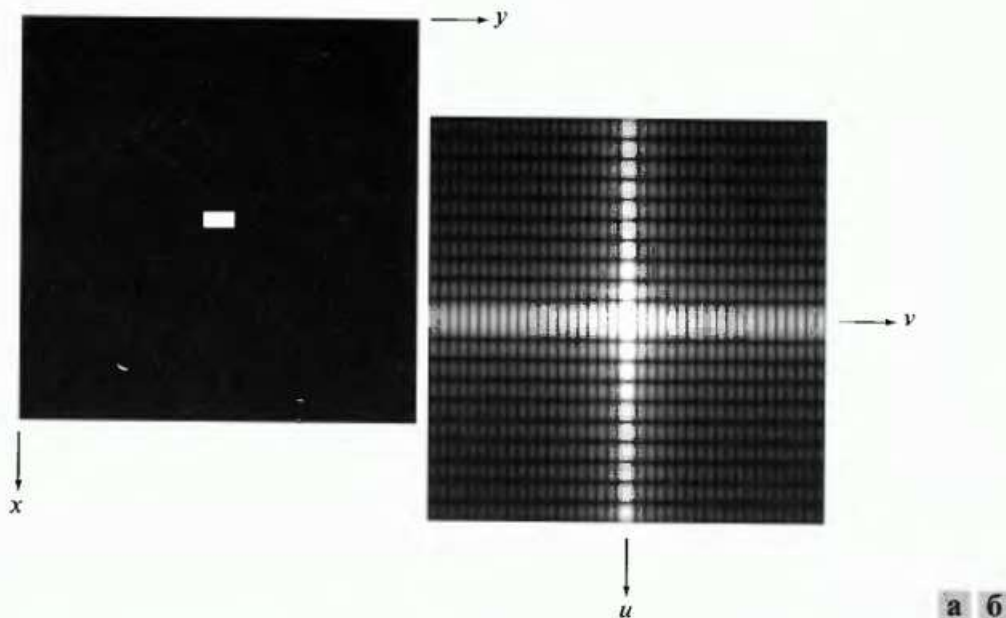


Рис. 4.3. (а) Изображение белого прямоугольника  $20 \times 40$  на черном фоне размерами  $512 \times 512$  пикселей. (б) Центрированный спектр Фурье представлен после применения логарифмического преобразования (3.2-2). Сравните с Рис. 4.2.



$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v).$$

$H$  – передаточна функція фільтра

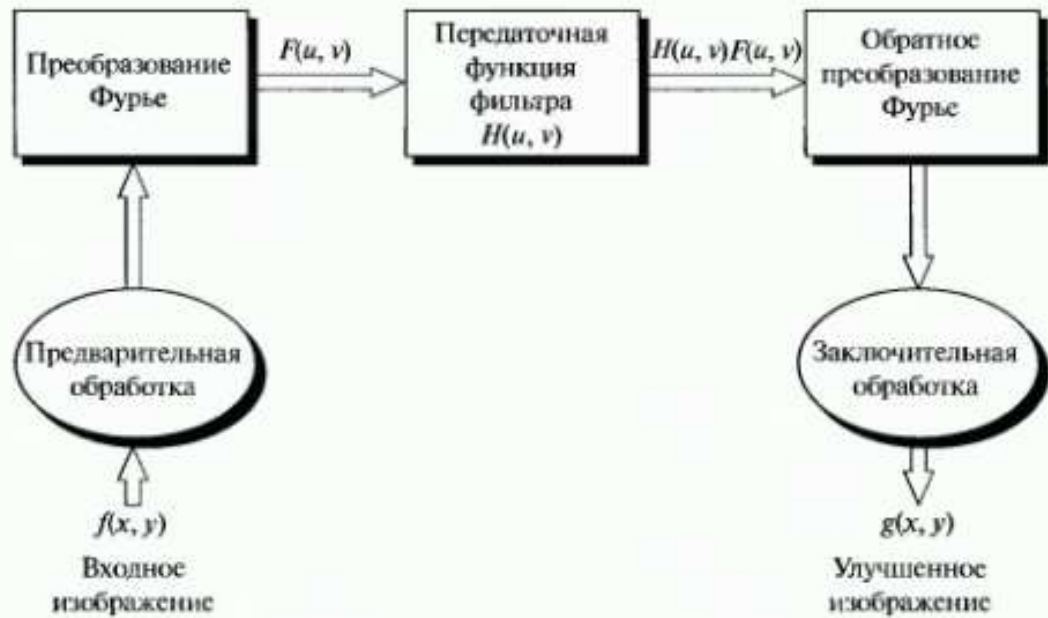
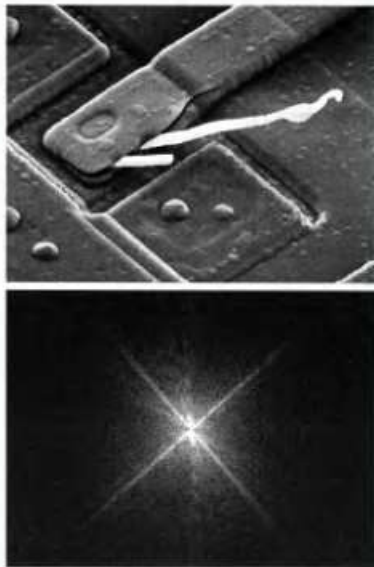
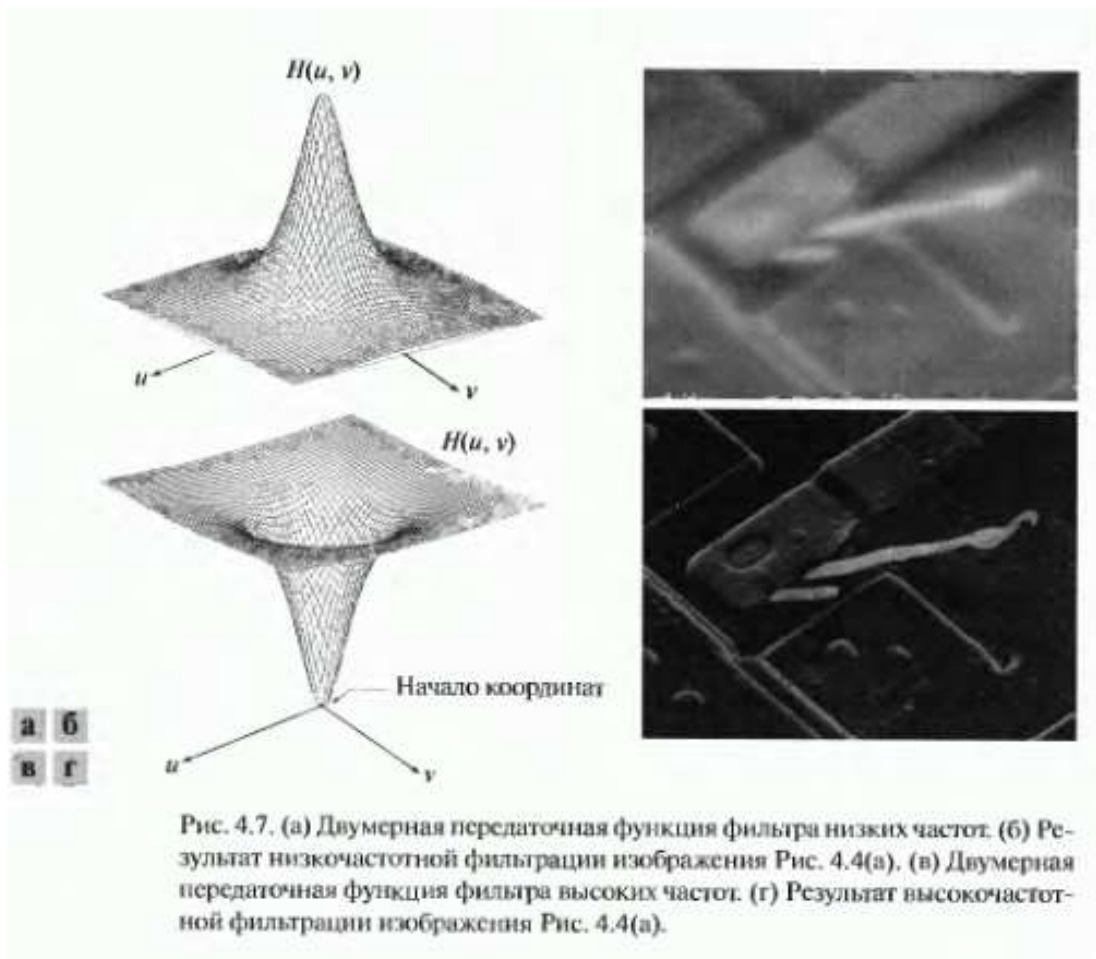


Рис. 4.5. Основные этапы фильтрации в частотной области.

Обчислювальні аспекти - просторова і частотна області





**Соответствие между фильтрацией в пространственной области и фильтрацией в частотной области**

Згортка функцій

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x-m, y-n)$$

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v).$$