

Практична робота 6

СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ. ПЕРЕВЕДЕННЯ ЧИСЕЛ ІЗ ОДНІЄЇ ПОЗИЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ В ІНШУ.

Завдання 1. Згідно з вказаним переведіть десяткове число A_{10} (табл. 6.1) у двійкову, вісімкову та шістнадцяткову системи числення.

Таблиця 6.1

№ варіанту	1	2	3	4	5
A_{10}	258,32	261,46	276,51	281,29	285,57
№ варіанту	6	7	8	9	10
A_{10}	289,12	291,73	298,62	326,15	337,64
№ варіанту	11	12	13	14	15
A_{10}	342,17	356,23	365,48	379,67	384,27
№ варіанту	16	17	18	19	20
A_{10}	395,49	424,51	435,46	445,71	453,32
№ варіанту	21	22	23	24	25
A_{10}	461,84	477,76	483,72	497,94	521,62
№ варіанту	26	27	28	29	30
A_{10}	532,58	549,93	557,55	564,59	578,58
№ варіанту	31	32	33	34	35
A_{10}	582,19	597,38	624,74	635,85	642,37
№ варіанту	36	37	38	39	40
A_{10}	654,33	663,95	671,92	687,34	693,57

Завдання 2. Згідно з вказаним викладачем варіантом переведіть вісімкове число B_8 та шістнадцяткове число C_{16} (табл. 6.2) у двійкову систему числення.

Таблиця 6.2

№ варіанту	1	2	3	4	5
B_8	325,46	461,73	123,54	651,23	541,32
C_{16}	13A,C4	24F,5D	19D,67	E57,29	FA4,38
№ варіанту	6	7	8	9	10
B_8	351,67	425,31	154,27	614,72	573,14
C_{16}	31F,7B	C41,4F	1B4,7A	B21,73	63A,75
№ варіанту	11	12	13	14	15
B_8	374,52	451,24	117,24	625,41	561,37
C_{16}	C94,A3	C4F,17	7F4,83	AF5,76	9B1,C6
№ варіанту	16	17	18	19	20
B_8	362,17	416,37	162,52	636,75	513,44
C_{16}	47D,F1	AF2,C4	14F,A9	D2F,7C	5A2,8C

№ варіанту	21	22	23	24	25
B ₈	316,25	472,45	175,36	672,24	524,57
C ₁₆	86A,B1	4F5,7A	3A4,8D	9BF,67	37E,9A
№ варіанту	26	27	28	29	30
B ₈	337,26	435,26	163,75	643,17	532,71
C ₁₆	1D8,4E	6AE,29	8D2,C5	7AD,3E	45D,F6
№ варіанту	31	32	33	34	35
B ₈	342,71	446,15	126,34	662,43	517,62
C ₁₆	A85,1C	7F3,5B	43C,7F	95D,7E	FC8,29
№ варіанту	36	37	38	39	40
B ₈	321,54	476,53	171,55	637,56	531,76
C ₁₆	C4D,89	D71,F6	7F8,6E	9A6,5D	D8D,2C

Завдання 3. Згідно з вказаним варіантом переведіть двійкове число D₂, вісімкове число E₈ та шістнадцяткове число F₁₆ (табл. 6.3) в десяткову систему числення.

Таблиця 6.3

№ варіанту	1	2	3	4	5
D ₂	1111,1	1111,11	1101,01	1101,10	1011,11
E ₈	627,14	617,73	714,21	143,12	321,75
F ₁₆	417,FE	A1C,BF	E72,B4	1FC,2D	3AE,FC
№ варіанту	6	7	8	9	10
D ₂	1010,10	1100,11	1110,01	1001,10	1000,11
E ₈	572,46	756,34	523,17	475,34	656,13
F ₁₆	E41,C3	D21,8A	2F4,D1	CB4,1E	A37,0F
№ варіанту	11	12	13	14	15
D ₂	1100,01	111,10	1101,01	1011,10	1011,11
E ₈	352,46	625,74	145,36	317,42	351,72
F ₁₆	1DC,B4	43B,CD	742,EC	F98,4B	FA9,7E
№ варіанту	16	17	18	19	20
D ₂	1110,01	1100,11	1011,10	1110,11	1110,01
E ₈	156,16	527,73	276,54	241,57	765,54
F ₁₆	C42,F1	F51,37	8C2,3F	72C,B4	F21,CD
№ варіанту	21	22	23	24	25
D ₂	1100,10	1101,01	1010,11	1011,01	1100,01
E ₈	275,46	347,65	734,52	237,45	267,23
F ₁₆	3F2,4C	AF7,3B	2E7,4B	52D,C1	D7A,53

№ варіанту	26	27	28	29	30
D ₂	1101,10	1101,11	1101,01	1010,10	1001,01
E ₈	376,34	613,47	423,16	157,32	564,15
F ₁₆	A71,BF	721,B4	F71,3D	2AF,1C	7B4,2A
№ варіанту	31	32	33	34	35
D ₂	1101,10	1000,11	1110,11	1001,10	1100,11
E ₈	467,24	423,51	724,53	743,62	654,37
F ₁₆	C34,2A	824,B1	912,FE	1B2,F8	A27,E4
№ варіанту	36	37	38	39	40
D ₂	1000,10	1011,11	1001,01	1011,10	1100,11
E ₈	237,65	542,36	714,63	231,76	356,41
F ₁₆	A14,2D	89D,2C	A47,1B	B18,7A	5E8,3D

Короткі теоретичні відомості

В позиційній системі числення з основою p будь-яке число A_p може бути представлено у вигляді полінома від основи p

$$A_p = a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \dots + a_2p^2 + a_1p^1 + a_0p^0 + a_{-1}p^{-1} + \dots + a_{-2}p^{-2} + \dots + a_{-m}p^{-m}, \quad (6.1)$$

де a_i - цифри системи числення,

n, m – число цілих та дробових розрядів числа,

p – основа системи числення.

На практиці використовують скорочену форму запису числа A_p

$$A_p = a_{m-1} \cdot a_{m-2} \dots a_2 \cdot a_1 \cdot a_0 \cdot a_{-1} \dots a_{-n}. \quad (6.2)$$

Тому скороченій формі запису десяткового числа $A_{10} = 23,17$ відповідає його значення, яке обчислюється згідно (1.1)

$$23,17_{10} = 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}.$$

У двійковій системі числення для представлення чисел використовують дві цифри 0 і 1. Тому згідно (6.1) значення двійкового числа $D_2 = 10101,101$ можна визначити так:

$$D_2 = 10101,101_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}. \quad (6.3)$$

Якщо тепер виконати обчислення у правій частині (1.3) згідно з правилами десяткової арифметики, то одержимо результат переведення числа D_2 у десяткову систему числення (десятковий еквівалент двійкового числа D_2)

$$D_{10} = 16 + 4 + 1 + 0,5 + 0,125 = 21,625_{10}$$

В табл.6. 1 наведені еквіваленти десяткових чисел у деяких системах числення.

Згідно з рівнянням(6.1) використовуючи табл.6.1 можна обчислити значення вісімкового числа $B_{88} = 2437,14$ у десятковій системі числення:

$$B_8 = 2 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = 1311,1875_{10}$$

Шістнадцяткове число $C_{16} = B2E,4_{16}$ у десятковій системі числення буде дорівнювати

$$C_{16} = 11 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 + 4 \cdot 16^{-1} = 2862,25_{16}$$

Для переведення цілих чисел і цілих частин неправильних дробів із системи числення з основою p в нову систему числення з основою r необхідно послідовно ділити це число і проміжні частки на основу нової системи числення r , записану у системі числення з основою p , виділяючи кожен раз остачу. Ділення необхідно проводити до тих пір, поки не буде одержана частка, менша основи нової системи числення r . Остання частка і виділені остачі в порядку, оберненому їх одержанню, є зображенням заданого числа у новій системі числення з основою r .

Таблиця 6.4 Еквіваленти десяткових чисел у деяких системах числення

Десяткові цифри	p=2	p=8	p=16	Десяткові цифри	p=2	p=8	p=16
0	0	0	0	8	1000	10	8
1	1	1	1	9	1001	11	9
2	10	2	2	10	1010	12	A
3	11	3	3	11	1011	13	B
4	100	4	4	12	1100	14	c
5	101	5	5	13	1101	15	D
6	110	6	6	14	1110	16	E
7	111	7	7	15	1 1	17	F

Наприклад, процедура переведення десяткового числа $A_{10} = 98_{10}$ ($p = 10$) у двійкову систему числення ($r = 2$) виконується наступним чином:

$$\begin{array}{r}
 98 \mid 2 \\
 \hline
 98 \quad 49 \quad 2 \\
 \hline
 b_0=0 \quad 48 \quad 24 \quad 2 \\
 \hline
 b_1=1 \quad 24 \quad 12 \quad 2 \\
 \hline
 b_2=0 \quad 12 \quad 6 \quad 2 \\
 \hline
 b_3=0 \quad 6 \quad 3 \quad 2 \\
 \hline
 b_4=0 \quad 2 \quad 1=b_6 \\
 \hline
 b_5=1
 \end{array}$$

Тому $A_{10} = 98_{10} = b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0 = 1100010_2$.

Для переведення правильних дробів із системи числення з основою p в систему числення з основою r використовують метод, оснований на множенні заданого правильного дробу на основу r

нової системи числення. Правильний дріб в новій системі числення записується із цілих частин добутоків, які виділяються при послідовному множенні, причому перша ціла частина буде старшою цифрою нового дробу.

Наприклад, переведення десяткового дробу $A_{10} = 0,625_{10}$ ($p = 10$) у двійкову систему числення ($r = 2$) виконується так:

	0,	* 625 2
b-1=	1,	* 250 2
b-2=	0,	* 500 2
b-3=	1,	* 000 2
b-4=	0,	* 000 2

Тому $A_{10} = 0,625_{10} = 0,b_{-1}b_{-2}b_{-3}b_{-4} = 0,1010_2$.

Потрібно зазначити, що процедура переведення цілих чисел виконується за обмежене число операцій ділення, а процедура переведення правильних дробів формально може вимагати нескінченного числа операцій множення. У другому випадку реальна кількість таких операцій буде визначатися допустимою похибкою зображення правильного дробу у новій системі числення. Для переведення чисел, які мають у своєму складі цілі і дробові частки, із системи числення з основою p , у систему числення з основою r , виконують окремо переведення цілої частини і дробової частини числа за означеними вище правилами, а результати записують разом через кому. Наприклад, десяткове число $A_{10} = 98,625_{10}$ у двійковій системі числення буде записано так:

$$A_{10} = 98,625_{10} = 1100010,1010_2$$

При необхідності переведення вісімкових і шістнадцяткових чисел у двійкову систему і навпаки можна використовувати більш прості правила, оскільки основи вісімкової і шістнадцяткової систем є цілі степені числа два: $8 = 2^3$; $16 = 2^4$. Для переведення вісімкового (шістнадцяткового) числа у двійкову систему числення необхідно замінити кожен цифру цього числа відповідним три розрядним (чотири розрядним) двійковим числом і відкинути непотрібні нулі у старших розрядах, наприклад:

$$(2 \quad 0 \quad 5 \quad 6)_{(8)} = 10000101110_{(2)}$$

$$010 \quad 000 \quad 101 \quad 110$$

$$2 \quad B \quad 3 \quad E)_{(16)} = 10101100111110_{(2)}$$

$$0010 \quad 1011 \quad 0011 \quad 1110$$

При переході від двійкової до вісімкової (або шістнадцяткової) системи числення необхідно розбити двійкове число, починаючи від коми вправо і вліво на групи по три (чотири) розряди, доповнюючи при необхідності нулями крайні ліву та праву групи. Після цього кожену групу з трьох (чотирьох) розрядів необхідно замінити, відповідно, вісімковою (шістнадцятковою) цифрами.

Наприклад:

$$\begin{array}{r}
 (1\ 101\ 110\ 111\ 100)_{(2)} = 1567.4_{(8)} \\
 001\ 101\ 110\ 111\ 100 \\
 1\ 5\ 6\ 7\ 4 \\
 (11\ 0111\ 1011\ 1111\ 1010\ 11)_{(2)} = 37BF.AC_{(16)} \\
 0011\ 0111\ 1011\ 1111\ 1010\ 1100 \\
 3\ 7\ B\ F\ A\ C
 \end{array}$$

Приклад виконання

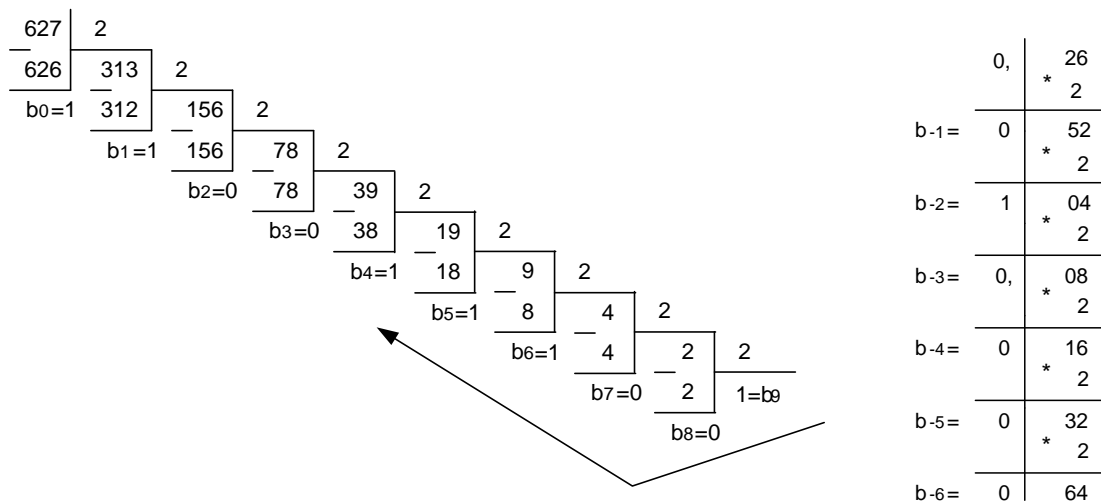
Завдання 1. Згідно з вказаним викладачем варіантом переведіть десяткове число A_{10} (табл. 6.1) у двійкову, вісімкову та шістнадцяткову системи числення.

$$A_{10} = 627,26$$

Виконуємо переведення десяткового числа A в двійкову систему числення.

Переводимо цілу частину.

Переводимо дробову частину.

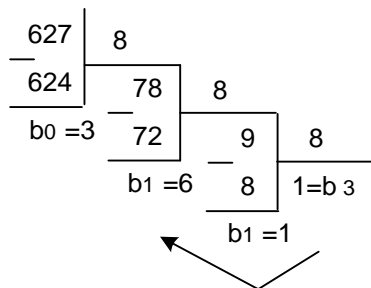


$$A = 627,26_{10} = 1001110011,010000_2$$

Виконуємо переведення десяткового числа A в вісімкову систему числення.

Переводимо цілу частину.

Переводимо дробову частину.



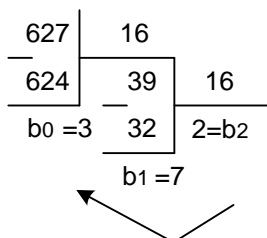
	0,	26
		* 8
b-1=	2	08
		* 8
b-2=	0	64
		* 8
b-3=	5	12
		* 8
b-4=	0	96
		* 8
b-5=	7	68
		* 8
b-6=	5	44

$$A=627,26_{10}=1163,205075_8$$

Виконуємо переведення десяткового числа А в шістнадцяткову систему числення.

Переводимо цілу частину.

Переводимо дробову частину.



	0,	26
		* 16
b-1=	4	16
		* 16
b-2=	2	56
		* 16
b-3=	8	96
		* 16
b-4=	15	36
		* 16
b-5=	5	76
		* 16
b-6=	12	16

$$A=627,26_{10}=273,428F5C_{16}$$

Завдання 2. Згідно з вказаним викладачем варіантом переведіть вісімкове число B_8 та шістнадцяткове число C_{16} (табл. 2) у двійкову систему числення.

$$B_8 = 126,34 = 001\ 010\ 110, 011\ 100_2$$

$$C_{16} = 43C,7F = 0100\ 0011\ 1100, 0111\ 1111_{16}$$

Завдання 3. Згідно з вказаним викладачем варіантом переведіть двійкове число D_2 , вісімкове число E_8 та шістнадцяткове число F_{16} (табл. 2) в десяткову систему числення.

$$D = [1010,01]_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 10,25_{10}$$

$$E = [724,53]_8 = 7 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} = 468,671875_{10}$$

$$F = [912,FE]_{16} = 9 \cdot 16^2 + 1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 + 15 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2} = 2322,9921875_{10}$$