

# Лабораторна робота №1

## ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМ НЕЧІТКОГО ВИВОДУ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ МАМДАНІ

**Мета роботи:** освоїти методику проектування системи нечіткого виводу на основі розробки та використання баз знань продукційних правил з використанням алгоритму Мамдані.

### 1.1. Основні поняття

Знання можна формалізувати у вигляді системи нечітких логічних висловлювань. Кожне висловлювання можна оцінити нечітким ступенем істинності. Наприклад, висловлювання «швидкість машини висока» може бути істинне на 80%, а висловлювання «завтра буде морозна погода» - на 100%. Кожне таке висловлювання можна описати за допомогою відношень множин лінгвістичних нечітких змінних.

**Лінгвістична змінна** – це кортеж наступних значень  $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$ , де

$\beta$  - ім'я змінної (наприклад, «швидкість автомобіля»);

$T$  – базова множина значень її термів – значень, кожне з яких надається за допомогою нечіткої множини (наприклад, «мала», «середня», «висока», «дуже висока»);

$X$  – множина – носій можливих конкретних значень змінної для всіх термів (наприклад,  $X = [0, 200]$  км/год.);

$G$  - деяка синтетична процедура генерації нових термів з множини  $T$  (наприклад, «дуже мала»);

$M$  – семантична процедура надання терму певної нечіткої змінної вигляду  $\langle X, \mu_i(X) \rangle$ ,  $\mu_i(X)$  - функція належності  $i$ -того терму з множини  $T$ .

В системі **MATLAB** існує середовище для формування систем знань нечіткого виводу. Для входу в це середовище слід ввести в командному рядку слово **fuzzy** і натиснути клавішу **<Enter>**. Побудова системи нечіткого виводу (СНВ), яка оснований на використанні алгоритму Мамдані, має наступні етапи:

1. Проектування бази правил СНВ. Кожне правило представляється у вигляді:

**Якщо** <умова> **тоді** <заключення> [міра вірності правила]

Для алгоритму Мамдані <умова> і <заключення> виглядають як логічні зв'язки наступних записів:  
**<нечітка змінна> = <значення>**

2. Введення цих правил в СНВ

3. Використання СНВ для обробки вхідної інформації у вигляді конкретних значень вхідних (нечітких) змінних. Цей етап, в свою чергу, розкладається на наступні складові:

3.1 Введення значень вхідних змінних. Тобто, деякий фактів, які вважаються істинні на 100%.

3.2 Фазифікація вхідних змінних – встановлення відповідності між конкретним значенням вхідних змінних і значенням її терму, разом з функцією належності

3.3 Агрегування складних умов, які стоять в правилах після ключового слова **ЯКЩО**, тобто визначення степені істинності всіх умов в усіх правилах, якщо умови надаються за допомогою складних логічних виразів. Правило активується, якщо істинність його умови більша за нуль. В базах знань процедура агрегування умов в правилах виконується за допомогою нечітких логічних операцій – нечіткої кон'юнкції, нечіткої діз'юнкції, нечіткої відмови, та ін.

3.4 Активація підзаключень – процес визначення степені істинності (належності до відповідних термів) змінних, які стоять в заключеннях активних правил, за формулою:  $c_k = b_k F_k$ , де  $c_k$  - ступінь істинності заключення правила  $k$ ,  $b_k$  - ступінь істинності його умови,  $F_k$  - ступінь істинності самого правила (ваговий коефіцієнт  $k$ -правила). Після визначення вектору  $C = (c_1, \dots, c_q)$  визначаються функції належності для кожного із підзаключень для кожної вихідної лінгвістичної змінної. Припустимо, що відповідний терм вихідної лінгвістичної змінної визначається функцією належності  $\mu(y)$ . Тоді після процедури активації отримуємо поновлену функцію належності відповідного терму (підзаключення)  $\mu'(y)$  за одним із методів нечіткої композиції:

- **min** – активізація:  $\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\}$ ;
- **prod**-активізація:  $\mu'(y) = c_i \mu(y)$ ;

- average-активізація:  $\mu'(y) = 0.5(c_j + \mu(y))$ .

Відзначимо, що різні правила підзаключень можуть містити однакові терми лінгвістичних змінних. У цьому випадку для кожного терму ми визначаємо множину різних функцій належності, які обчислюються за одним із правил нечіткої композиції по кожному правилу продукції. Остаточна функція належності для цього терму визначається у наступному пункті.

3.5 Акумуляція заключень, тобто, визначення значення функцій належності для термів всіх вихідних змінних. Якщо для одного терму визначена множина функцій належності  $\mu_1'(y), \dots, \mu_p'$ , то акумуляція виконується за одним із правил об'єднання нечітких множин:

- об'єднання:  $\mu'(y) = \max\{\mu_1'(y), \mu_2'(y)\}$ ;
- алгебраїчне об'єднання:  $\mu'(y) = \mu_1'(y) + \mu_2'(y) - \mu_1'(y)\mu_2'(y)$ ;
- граничне об'єднання:  $\mu'(y) = \max\{\mu_1'(y) + \mu_2'(y) - 1, 0\}$ ;
- операція  $\lambda$  - суми:  $\mu'(y) = \lambda\mu_1'(y) + (1-\lambda)\mu_2'(y)$ ,  $\lambda \in [0,1]$ .
- драстичне об'єднання:  $\mu'(y) = \begin{cases} \mu_1'(y), & \text{if } \mu_2'(y) = 0, \\ \mu_2'(y), & \text{if } \mu_1'(y) = 0, \\ 1, & \text{else.} \end{cases}$

3.6 Дефазифікація вихідних змінних (визначення конкретних значень за функціями належності термів) розглядається методом центру ваги для неперервних та дискретних нечітких множин за формулами:

$$z = \frac{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} y\mu'(y)dy}{\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \mu'(y)dy}, \quad z = \frac{\sum_{i=1}^n y_i\mu'(y_i)}{\sum_{i=1}^n \mu'(y_i)}$$

Розглянемо принципи побудови та роботи системи нечіткого виводу на прикладі задачі візуалізації поверхні, яка задана функцією.

## 1.2. Проектування та використання системи нечіткого виводу

**Завдання 1.** За допомогою СНВ зобразити поверхню функції  $y = (x_1^2 - 8)\cos(x_2)$  на множині  $x_1 \in [0,4], x_2 \in [0,4]$ .

Проектування системи нечіткого виводу слід проводити на основі графічного зображення вказаної залежності. Для цього в М-файлі складемо наступну програму:

```
%Побудова графіка функції y=(x1^2-8)*cos(x2)
%в області x1∈[0,4] и x2∈[0,4].
n=15;
x1=0:4/(n-1):4;
x2=0:4/(n-1):4;
y=zeros(n,n);
for j=1:n
y(j,:)=(x1.^2-8)*cos(x2(j));
end
```

```
surf(x1,x2,y)
xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('y')
title('Target');
```

В результаті виконання цієї програми отримуємо графічне зображення, яке наведено на рис

1.1.

Проектування СНВ складається з наступних кроків.

**Крок 1.** Завантажити основний `fis`-редактор в (редактор нечіткого виводу) введенням в командному рядку слова **fuzzy**. Після чого з'явиться вікно редактору нечіткого виводу.

**Крок 2.** Ввести нову вхідну змінну. Для цього вибрати пункт **Add Input** в меню **Edit**.

**Крок 3.** Перейменувати першу вхідну змінну. Для цього слід зробити одне натиснення лівої кнопки миші на блоці **Input1**, ввести нове позначення **x1** в поле редагування імені поточної змінної і натиснути **<Enter>**.

**Крок 4.** Перейменувати другу вхідну змінну. Для цього зробити одне натиснення лівої кнопки миші на блоці **input2**, ввести нове позначення **x2** в поле редагування імені поточної змінної і натиснути **<Enter>**.

**Крок 5.** Перейменувати вихідну змінну. Для цього зробити одне натиснення лівої кнопки миші на блоці **output1**, ввести нове позначення **y** в поле редагування імені поточної змінної і натиснути **<Enter>**.

**Крок 6.** Задати ім'я системі. Для цього в меню **File** вибрати в підменю **Export to disk** і ввести ім'я файлу, наприклад, **first**.

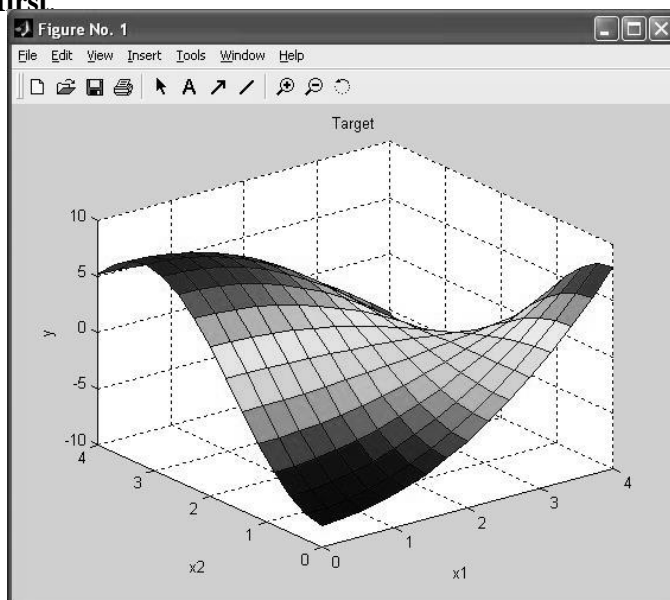


Рис 1.1. Зображення поверхні залежності

**Крок 7.** Перейти в редактор функцій належності. Для цього зробити швидко подвійне натиснення лівої кнопки миші на блоці **x1**.

**Крок 8.** Задати діапазон зміни змінної **x1**. Для цього надрукувати **0 4** в поле **Range** і натиснути **<Enter>**.

**Крок 9.** Задати функції належності змінної **x1**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 3 терми з трикутними функціями належності. Якщо в вікні немає ще функцій належності, тоді в меню **Edit** слід вибрати команду **Add MFs...** В результаті з'явиться діалогове вікно вибору типу і кількості функцій належності. За замовченням ці 3 терми мають трикутну функцію належності. Тому просто потрібно натиснути **<Enter>**.

**Крок 10.** Задати найменування термів змінної **x1**. Для цього робимо одне натиснення лівою кнопкою миші на графіку першої функції належності. (див. рис. 1.2). Потім вводимо найменування терму, наприклад, **L (Низький)**, в полі **Name** і натискаємо **<Enter>**. Потім робимо одне натиснення лівою кнопкою миші на графіку другої функції належності і вводимо найменування терму, наприклад, **A (Середній)**, в полі **Name** і натискаємо **<Enter>**. Ще раз робимо одне натиснення лівою кнопкою миші по графіку третьої функції належності і введемо найменування терму, наприклад, **H (Високий)**, в полі **Name** і натискаємо **<Enter>**. В результаті отримуємо графічне вікно, яке зображено на рис. 2.2.

**Крок 11.** Задамо функції належності змінної **x2**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 5 термів з гаусовськими функціями належності. Для цього активуємо змінну **x2** за допомогою натиснення лівої кнопки миші на блоці **x2**. Задамо діапазон змін **x2**. Для цього надрукуємо **0 4** в полі **Range** (див. рис. 1.3) і натиснемо **<Enter>**. Потім в меню **Edit** виберемо команду **Add MFs...** В діалоговому вікні, що з'явиться, оберемо тип функції належності **gaussmf** в полі **MF type** і **5** термів в полі **Number of MFs**. Після чого натискаємо **<Enter>**.

**Крок 12.** За аналогією з кроком **10** задамо наступні найменування термів змінної **x2**: **L (Низький)**, **LA (Нижче середнього)**, **A (Середній)**, **HA (Вище середнього)**, **H (Високий)**. В результаті отримуємо графічне вікно, яке зображене на рис. 1.3.

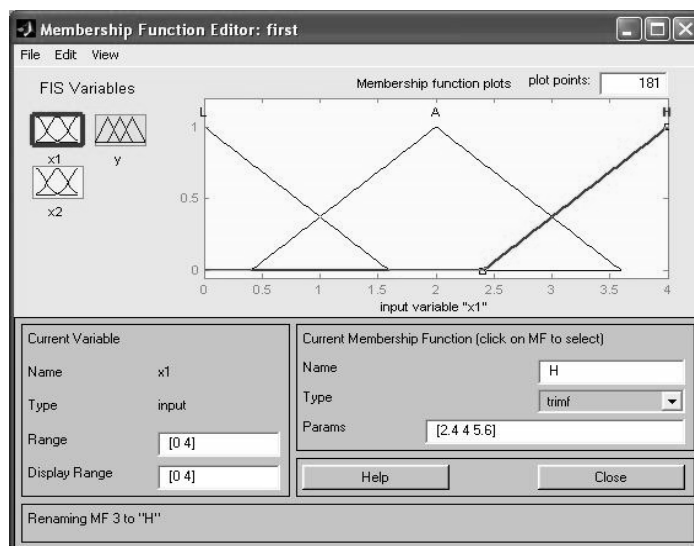
**Крок 13.** Задамо функції належності змінної **y**. Для лінгвістичної оцінки цієї змінної будемо використовувати 5 термів з трикутними функціями належності. Для цього активуємо змінну **y** за допомогою натиснення лівої кнопки миші на блоці **y**. Задамо діапазон змін змінної **y**. Для цього надрукуємо **-10 10** в полі **Range** (див. рис. 1.4) і натиснемо **<Enter>**. Потім в меню **Edit** оберемо команду **Add MFs...** В діалоговому вікні, що з'явиться, виберемо **5** термів в полі **Number of MFs**. Після чого натискаємо **<Enter>**.

**Крок 14.** За аналогією з кроком **10** задамо наступні найменування термів змінної **y**: **L (Низький)**, **LA (Нижче середнього)**, **A (середній)**, **HA (Вище середнього)**, **H (Високий)**. В результаті отримуємо графічне вікно, яке представлено на рис. 1.4.

**Крок 15.** Перейдемо в редактор бази знань **RuleEditor**. Для цього оберемо в меню **Edit** команду **Rules** або в меню **View** команду **Edit rules...**

**Крок 16.** На основі візуального спостереження за графіком, який зображений на рис. 1.1 сформуємо наступні десять правил:

1. **Якщо**  $x_1$ =Низький і  $x_2$ =Низький, **тоді**  $y$ =Низький;
2. **Якщо**  $x_1$ =Низький і  $x_2$ =Високий, **тоді**  $y$ =Середній;
3. **Якщо**  $x_1$ =Низький і  $x_2$ =Вище середнього, **тоді**  $y$ =Високий;
4. **Якщо**  $x_1$ =Високий і  $x_2$ =Низький, **тоді**  $y$ =Вище середнього;
5. **Якщо**  $x_1$ =Високий і  $x_2$ =Високий, **тоді**  $y$ =Низький;
6. **Якщо**  $x_1$ =Середній і  $x_2$ =Середній, **тоді**  $y$ =Середній;
7. **Якщо**  $x_1$ =Середній і  $x_2$ =Вище середнього, **тоді**  $y$ =Вище середнього;
8. **Якщо**  $x_1$ =Низький і  $x_2$ =Нижче середнього, **тоді**  $y$ =Нижче середнього;
9. **Якщо**  $x_1$ =Середній і  $x_2$ =Вище середнього, **тоді**  $y$ =Середній.



**Рис. 1.2.** Функція належності змінної  $X_1$ .

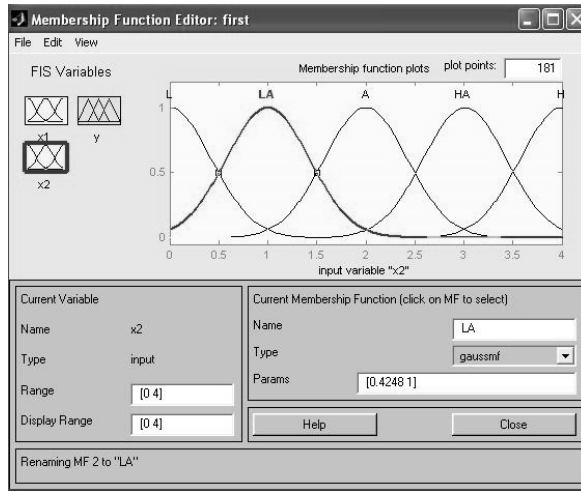


Рис 1.3. Функція належності змінної  $x_2$

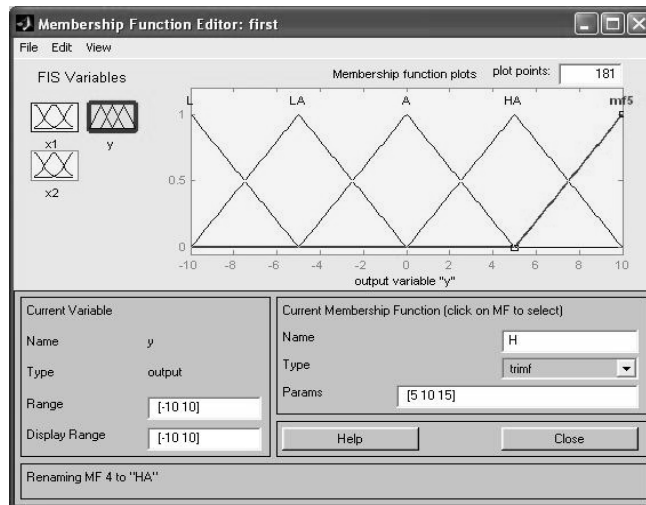


Рис. 1.4. Функції належності змінної  $y$ .

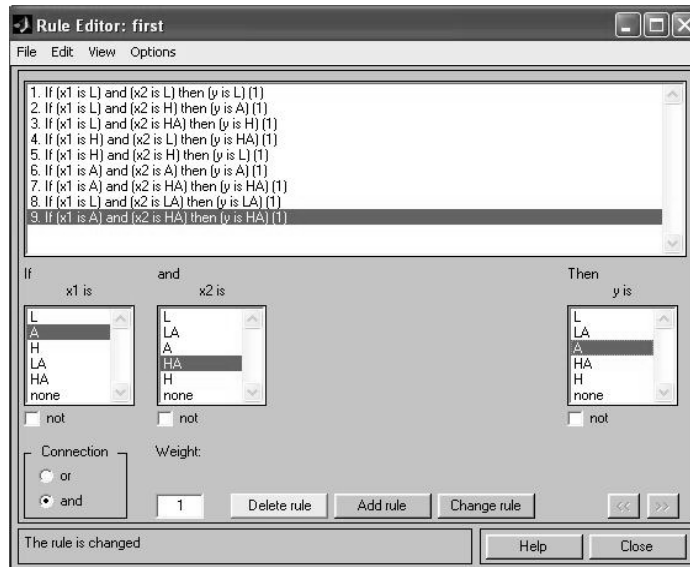
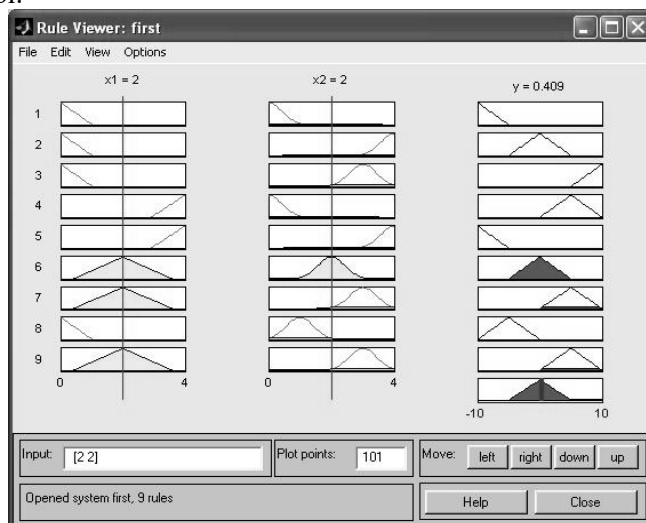


Рис. 1.5. Вікно правил

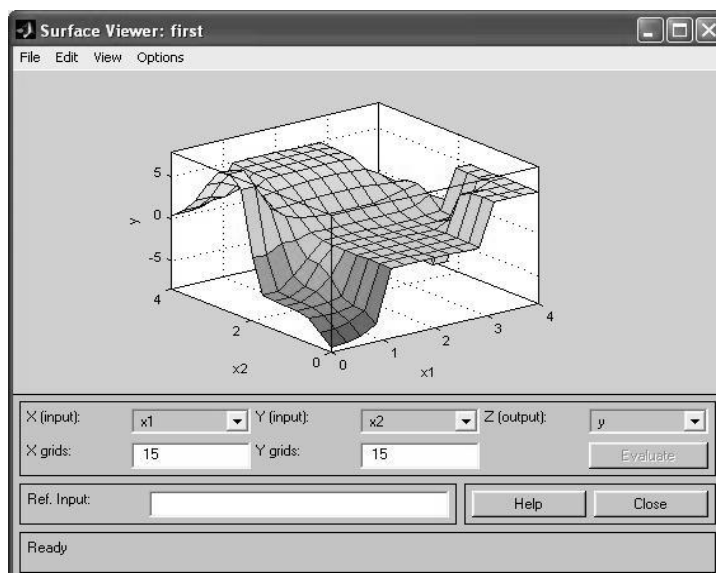
Для введення правила необхідно обрати в меню відповідну комбінацію термів і натиснути кнопку **Add rule**. На рис.1.5 зображено вікно редактору бази знань після введення усіх 9 правил. Число в дужках в кінці кожного правила представляє собою вагові коефіцієнти відповідного правила. Потрібно звернути увагу на параметр **Weight**, який вказує вагу нечіткої впевненості в правилі. Його можна задавати в діапазоні  $[0, 1]$ .

**Крок 17.** Збережемо побудовану систему. Для цього в меню **File** в підменю **Export** оберемо команду **To disk**.

На рис. 1.6 приведено вікно візуалізації нечіткого логічного виводу. Це вікно активується командою **View rules...** меню **View**. В полі **Input** вказуються значення входних змінних, для яких виконується логічний вивід. Тобто, обраховується за алгоритмом Мамдані значення вихідної змінної.



**Рис 1.6.** Візуалізація нечіткого виводу



**Рис 1.7.** Поверхня системи «вхід-вихід».

На рис. 1.7 приведена поверхня “входи-вихід”, яка відповідає синтезованій системі логічного виводу. Для виводу цього вікна необхідно використати команду **View surface...** меню **View**. Порівнюючи поверхні на рис 1.1. і рис. 1.7. , можна зробити висновок, що нечіткі правила досить добре описують складну нелінійну залежність.

### 1.3 Завдання для самостійної роботи.

1. Створити систему нечіткого виводу, яка моделює залежність  $y = x_1^2 \sin(x_2 - 1)$  при  $x_1 \in [-7,3]$   $x_2 \in [-4.5,2]$ .
2. Створити систему нечіткого виводу, яка відтворює поверхню  $y = \ln(x_1 + 1)\cos(x_2)$  при  $x_1 \in [1,5]$   $x_2 \in [0,2]$
3. Створити систему нечіткого виводу, яка відтворює поверхню  $y = \ln(x_1 + 1) \frac{1}{1 + x_2}$  при  $x_1 \in [1,5]$   $x_2 \in [0,2]$