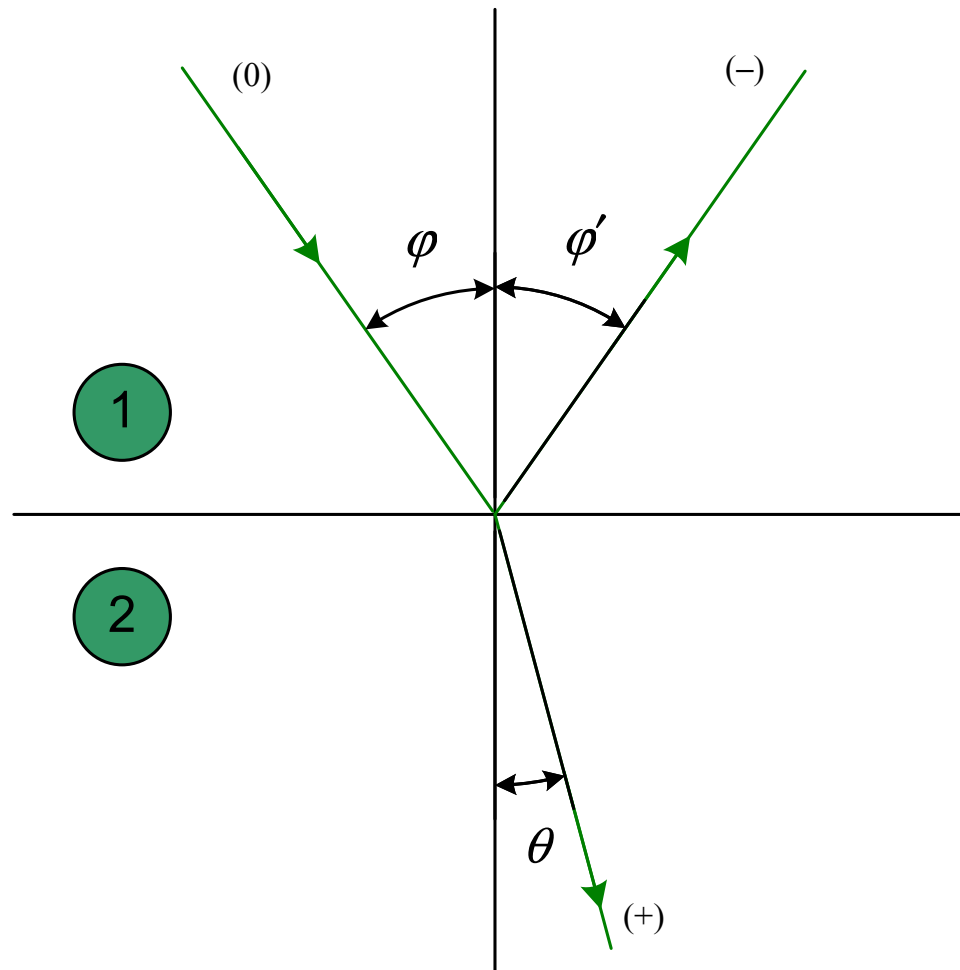


Оптичні методи і засоби в галузі

Поширення електромагнітного випромінювання на границі розподілу двох середовищ

Закони Снелліуса

Промінь – як напрям поширення хвилі (нормаль до її фронту).



Геометрія задачі

Закони Снелліуса

Перший закон Снелліуса:

$$\varphi = \varphi' \quad (1)$$

Другий закон Снелліуса:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \varphi} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12} \quad (2)$$

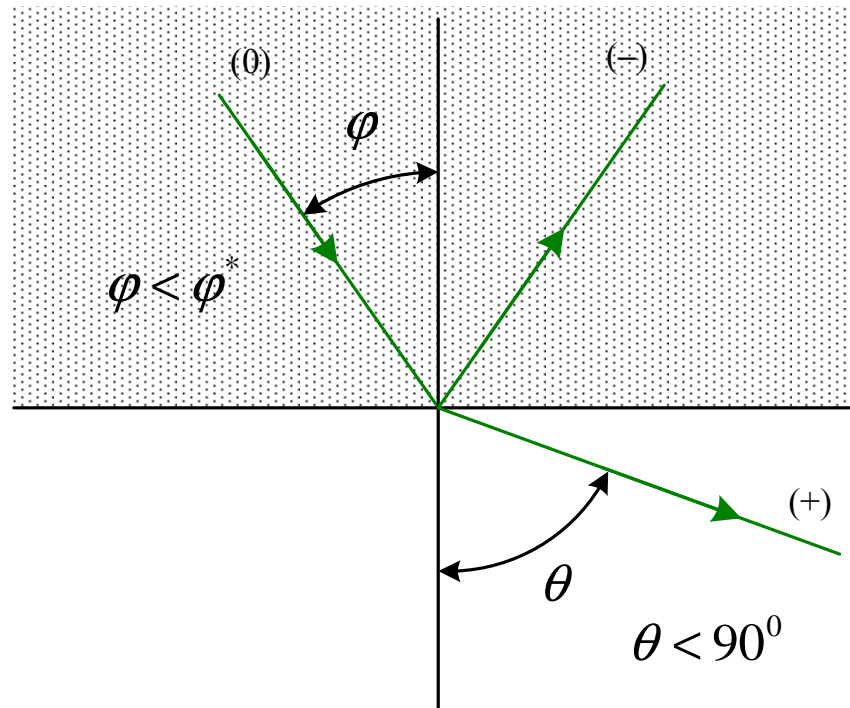
Тут: $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}}$, $n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}\mu_{r2}}$, $n_{12} = n_1/n_2$

Закони Снелліуса

Аналіз результатів:

- 1) $k_1 > k_2$ ($n_1 > n_2 \Rightarrow n_{12} > 1$) Тобто перше середовище “оптично щільніше”. У цьому випадку кут заломлення більший за кут падіння:

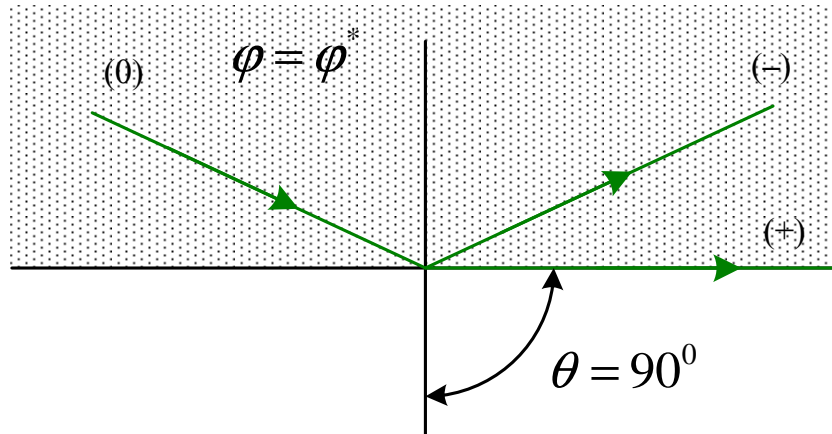
$$n_1 > n_2 \Rightarrow \theta > \varphi$$



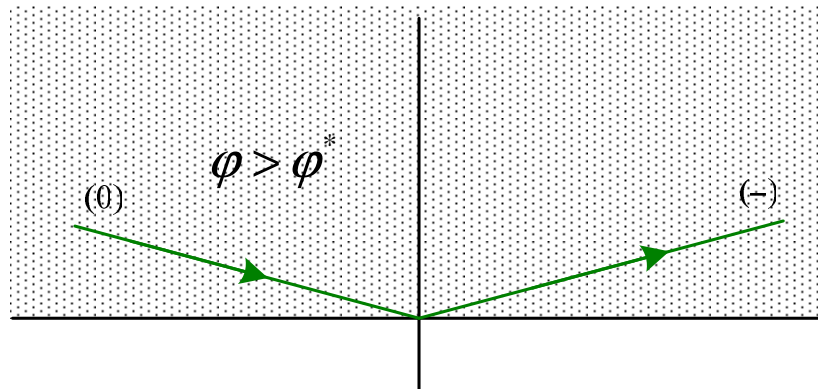
Як змінюватиметься значення кута заломлення при подальшому збільшенні кута падіння при збереженні співвідношення між коефіцієнтами заломлення середовищ?

Закони Снелліуса

Тому за деякого гострого кута $\varphi > \varphi^*$ виявиться, що кут θ прямий і промінь у другому середовищі спрямовано уздовж межі розподілу:



$$n_{12} \sin \varphi^* = 1 \quad (\sin \theta = 1, \theta = 90^\circ)$$



Якщо ж тепер збільшити кут φ :

$$\varphi_{cr} > \varphi^*, \quad n_{12} \sin \varphi > 1,$$

то вже не буде дійсного кута θ , оскільки $\sin \theta > 1$. Це означає, що заломленої хвилі не буде, падаюча хвиля створює лише хвилю відбиту, і

Закони Снелліуса

має місце повне відбиття від непоглинаючого (“прозорого”) середовища при похилому падінні (критичний кут, кут повного відбиття):

$$\varphi_{cr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}\mu_{r2}}{\epsilon_{r1}\mu_{r1}}} \quad (3)$$

При детальнішому розгляді можна показати, що при цьому поле таки проникає у друге середовище, причому його амплітуда зменшується за законом

$$\sim \exp(-\alpha z), \quad \alpha = k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi - n_2^2}$$

При цьому стала затухання α буде суттєво збільшуватись, якщо $\varphi > \varphi_{cr}$

2) /навпаки до п.1/ $k_2 \gg k_1$ ($n_2 \gg n_1 \Rightarrow n_{12} \ll 1$) При цьому з (2) /другий з-н Снелліуса/ випливає, що, незалежно від значення φ :

$$\theta \rightarrow 0 \text{ при } n_{12} \rightarrow 0$$

Закони Снелліуса

тобто за будь-якого кута падіння φ , за досить великої густини другого середовища, промінь входить у нього практично по нормалі.

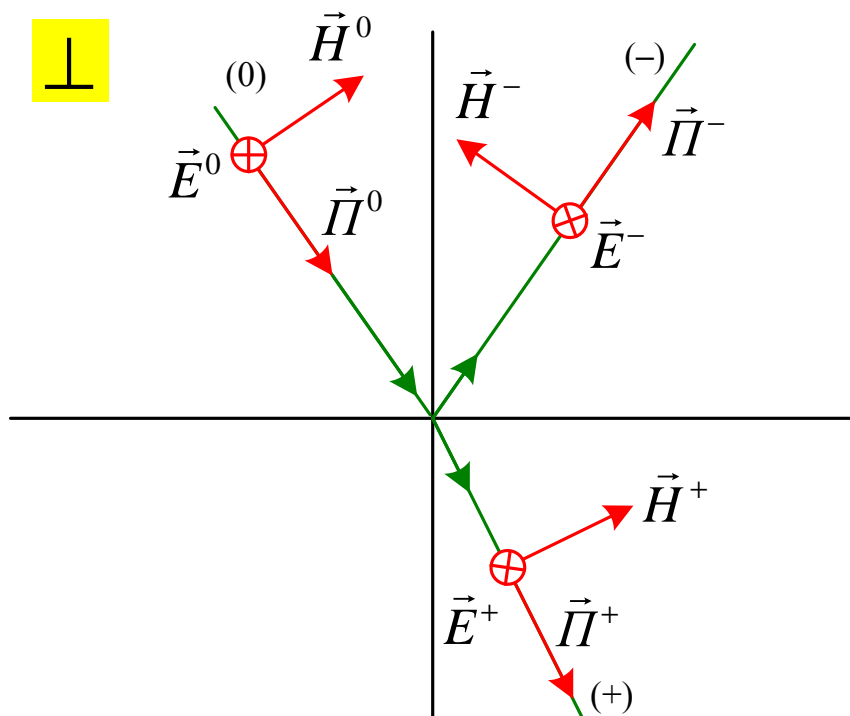
- 3) Друге середовище з втратами (на відміну від двох перших випадків). Тому у другому середовищі поле затухає по нормалі, спрямованій всередину поглинаючого середовища. Хвилі при цьому плоска, неоднорідна (її фазовий фронт паралельний до межі розподілу, а фронт амплітуд – під деяким кутом до нього).

Закони Снелліуса даючи відповідь на питання щодо кутів, не дозволяють отримати значення амплітуд полів відбитої та заломленої хвилі. На це питання дають відповідь формули Френеля.

Формули Френеля

Перпендикулярна поляризація

⊥



$$\dot{\rho}_{\perp} = \frac{\dot{W}_2 \cos \varphi - \dot{W}_1 \cos \theta}{\dot{W}_2 \cos \varphi + \dot{W}_1 \cos \theta} \quad (4)$$

$$\dot{\tau}_{\perp} = \frac{2\dot{W}_2 \cos \varphi}{\dot{W}_2 \cos \varphi + \dot{W}_1 \cos \theta} \quad (5)$$

$$\dot{W}_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \dot{\mu}_{r1}}{\epsilon_0 \dot{\epsilon}_{r1}}}, \quad \dot{W}_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \dot{\mu}_{r2}}{\epsilon_0 \dot{\epsilon}_{r2}}}$$

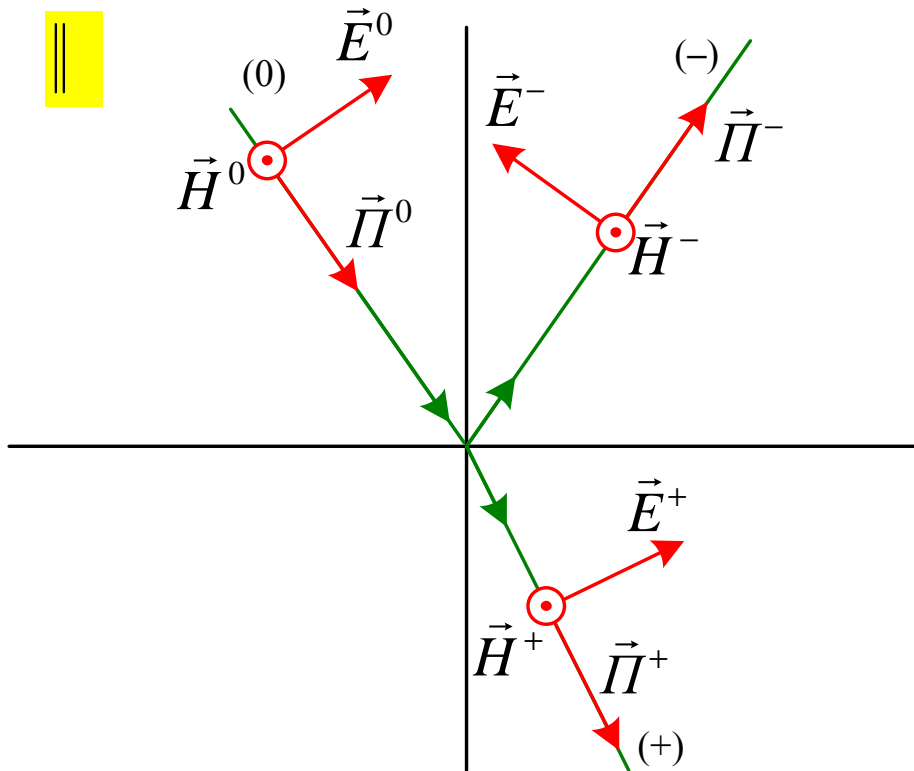
У випадку *немагнітних середовищ*, коли $\dot{\mu}_{r1} = \dot{\mu}_{r2} = 1 \Rightarrow \frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_2} = \sqrt{\frac{\dot{\epsilon}_{r2}}{\dot{\epsilon}_{r1}}}$
вихідні вирази можна спростити:

$$\dot{\rho}_{\perp} \rightarrow \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin(\theta + \varphi)}, \quad \dot{\tau}_{\perp} \rightarrow \frac{2 \sin \theta \cos \varphi}{\sin(\theta + \varphi)}.$$

Формули Френеля

Зверніть увагу: якщо коефіцієнт виявляється негативним, це означає, що вектор електричного поля E при відбитті повертається на 180 градусів у просторі, що рівнозначно зміні фази поля на 180 градусів.

Паралельна поляризація



$$\dot{\rho}_{\parallel} = \frac{\dot{W}_2 \cos \theta - \dot{W}_1 \cos \varphi}{\dot{W}_2 \cos \theta + \dot{W}_1 \cos \varphi} \quad (6)$$

$$\dot{\tau}_{\parallel} = \frac{2\dot{W}_2 \cos \varphi}{\dot{W}_2 \cos \theta + \dot{W}_1 \cos \varphi} \quad (7)$$

Для немагнітних середовищ:

$$\dot{\rho}_{\parallel} \rightarrow \frac{\operatorname{tg}(\theta - \varphi)}{\operatorname{tg}(\theta + \varphi)}, \quad (8)$$

$$\dot{\tau}_{\parallel} \rightarrow \frac{2 \sin \theta \cos \varphi}{\sin(\theta + \varphi)}.$$

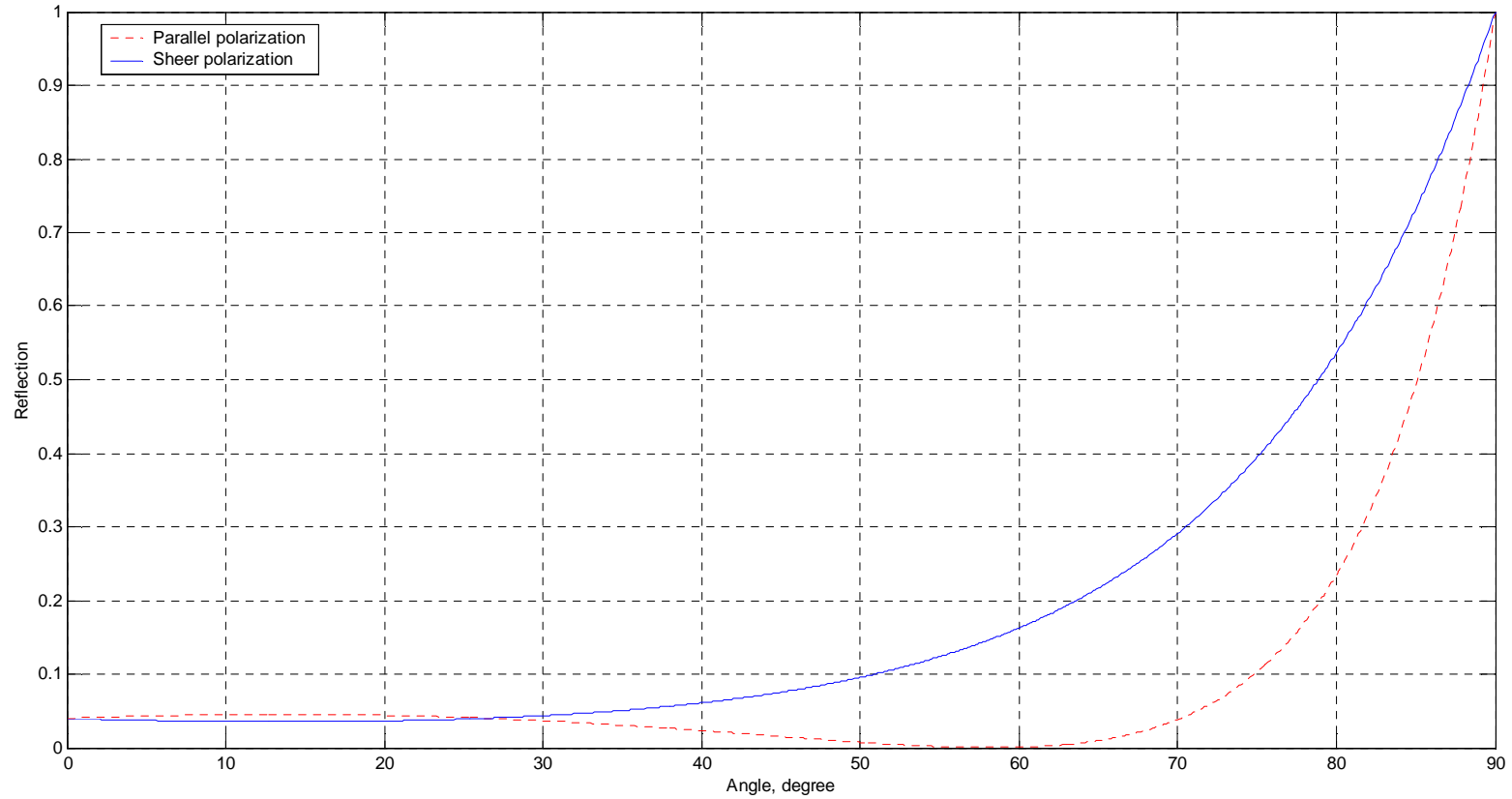
Формули Френеля

У загальному випадку поле падаючої хвилі розкладають на дві складові (перпендикулярну та паралельну), а потім окремо знаходять ці ж складові відбитої та заломленої хвиль. Співвідношення між цими складовими, які визначають характер поляризації, будуть різними у падаючої, відбитої та заломленої хвиль.

Поклавши у виразах (4) – (7) значення кутів $\theta = \varphi = 0$, отримаємо вирази коефіцієнтів відбиття та передачі **для хвилі з нормальним падінням:**

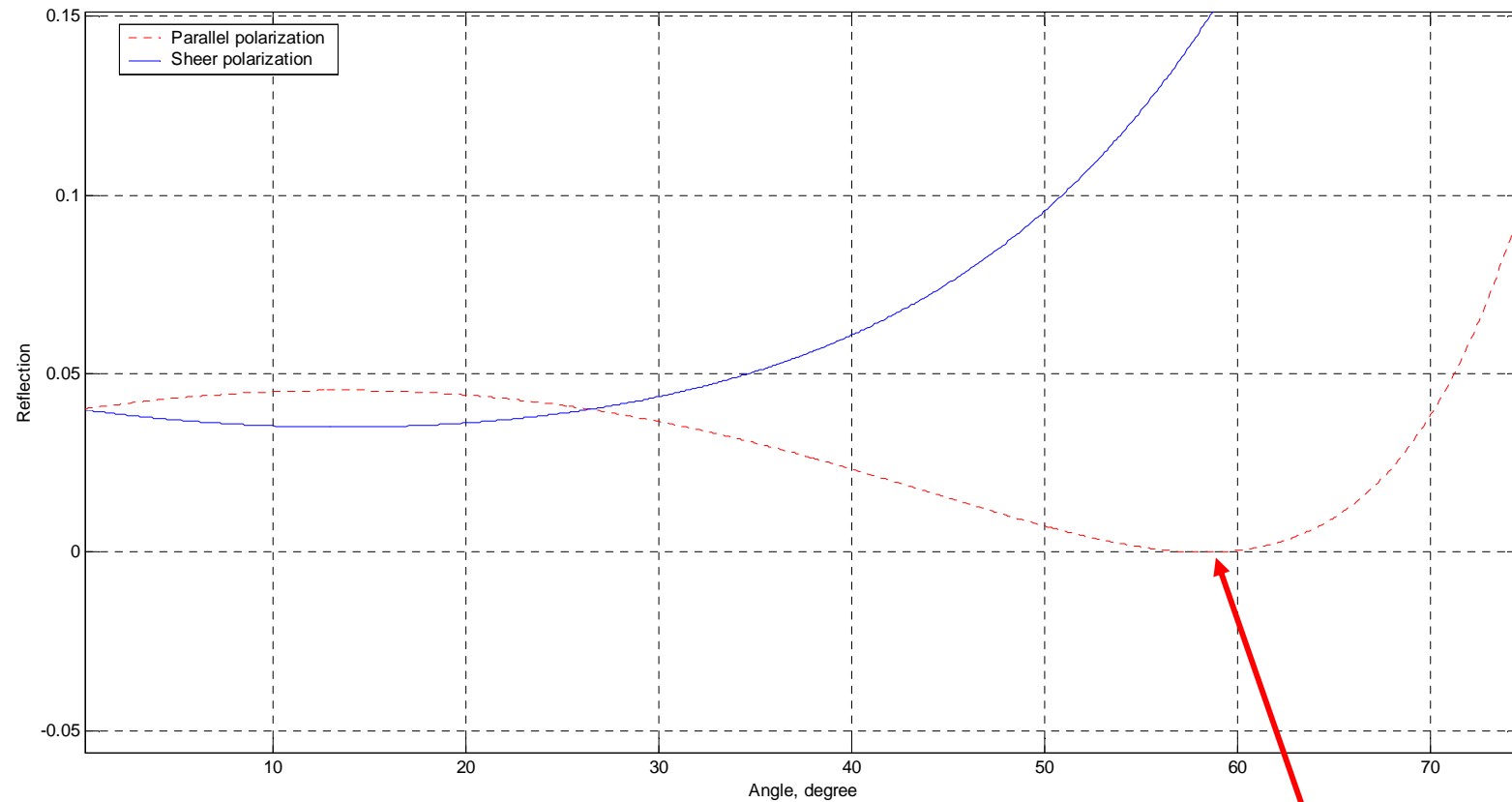
$$\rho = \frac{\dot{W}_2 - \dot{W}_1}{\dot{W}_2 + \dot{W}_1}, \quad \tau = \frac{2\dot{W}_2}{\dot{W}_2 + \dot{W}_1}.$$

Формули Френеля



Відбиття на межі повітря-скло ($n_1 = 1$, $n_2 = 1,5$)

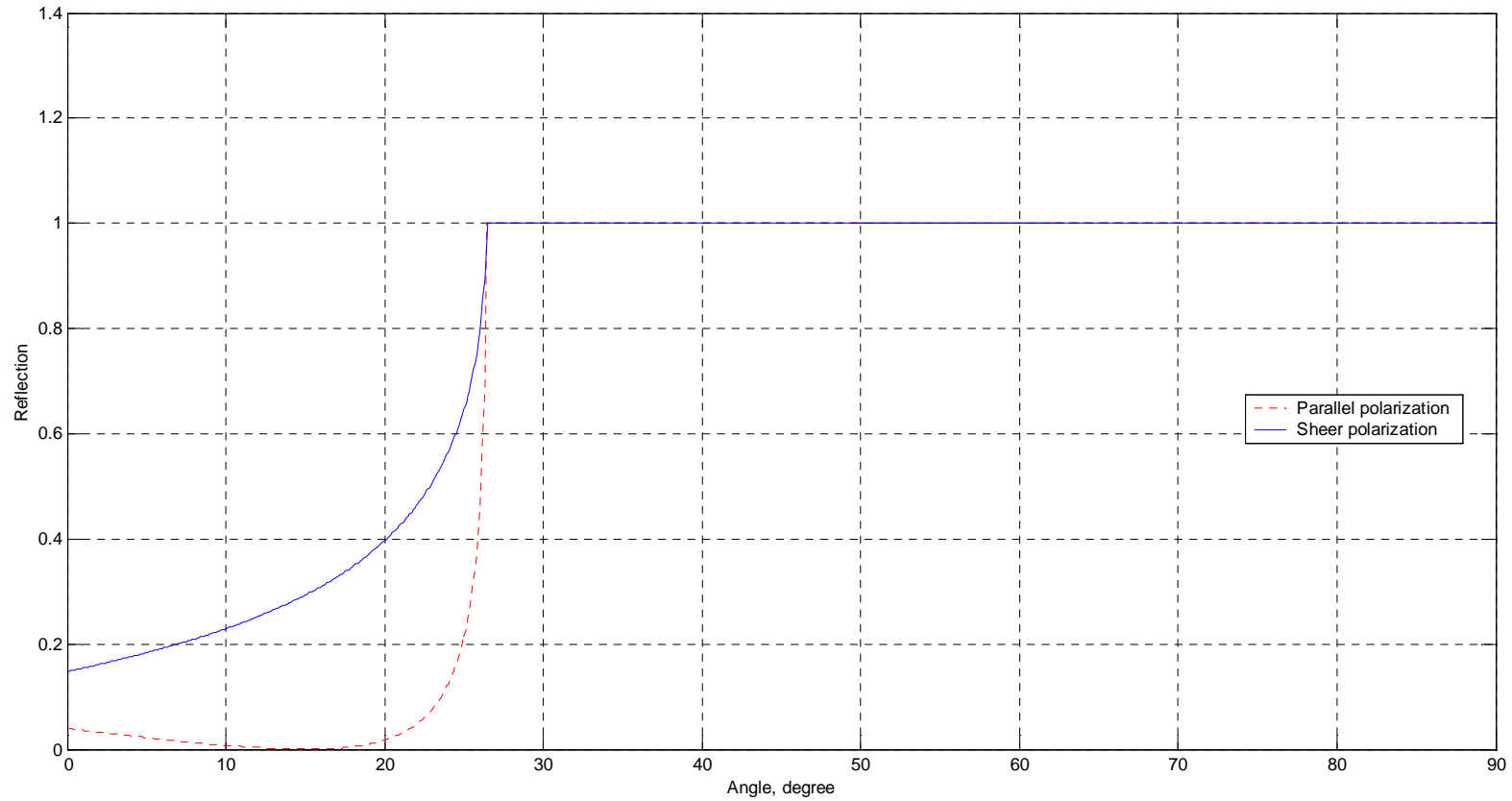
Формули Френеля



55°50'...61°10'

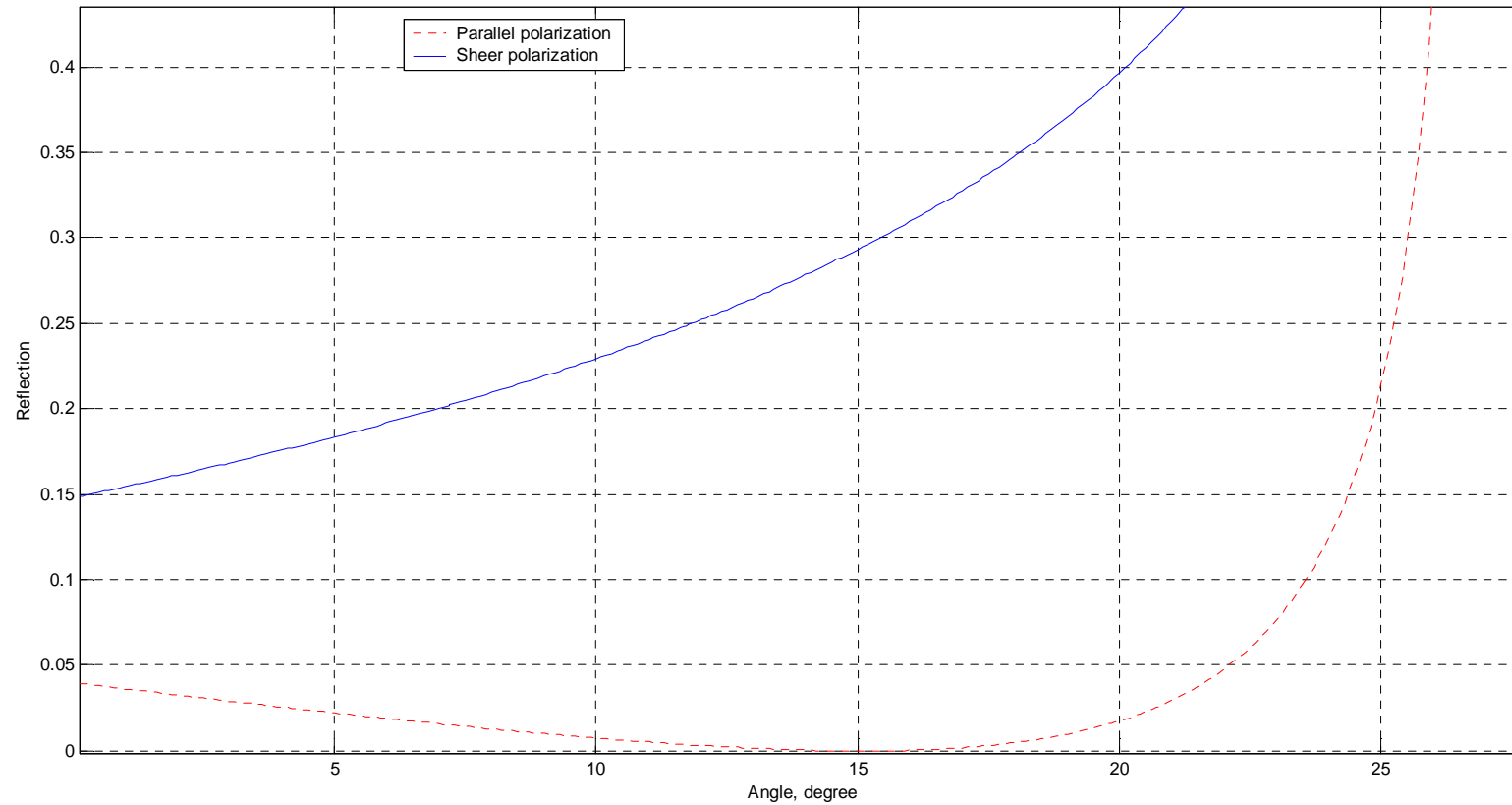
Відбиття на межі повітря-скло ($n_1 = 1$, $n_2 = 1,5$)

Формули Френеля



Відбиття на межі скло-повітря ($n_1 = 1,5$; $n_2 = 1$)

Формули Френеля



Відбиття на межі скло-повітря ($n_1 = 1,5$; $n_2 = 1$)

Формули Френеля

З наведених залежностей можна зробити такі висновки:

- 1) коефіцієнт відбиття слабо змінюється для кутів падіння, близьких до нуля. Для границі повітря-скло значення коефіцієнта відбиття становить 4 % для нормального падіння. Це значення також є хорошим наближенням для кутів падіння до 20 градусів;
- 2) нульове значення коефіцієнта відбиття означає повну передачу світла для цих значень кутів і поляризацій;
- 3) одиничне значення коефіцієнта відбиття свідчить про повне внутрішнє відбиття світла.

Кут Брюстера (кут повного проходження)

Якщо чисельник виразу (8) прирівняти до нуля, то отримаємо значення кута повного проходження (кута Брюстера):

$$\varphi_{\text{Бр}} = \text{arctg} \sqrt{\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}}$$

Зверніть увагу:

кут Брюстера існує лише для паралельної поляризації!

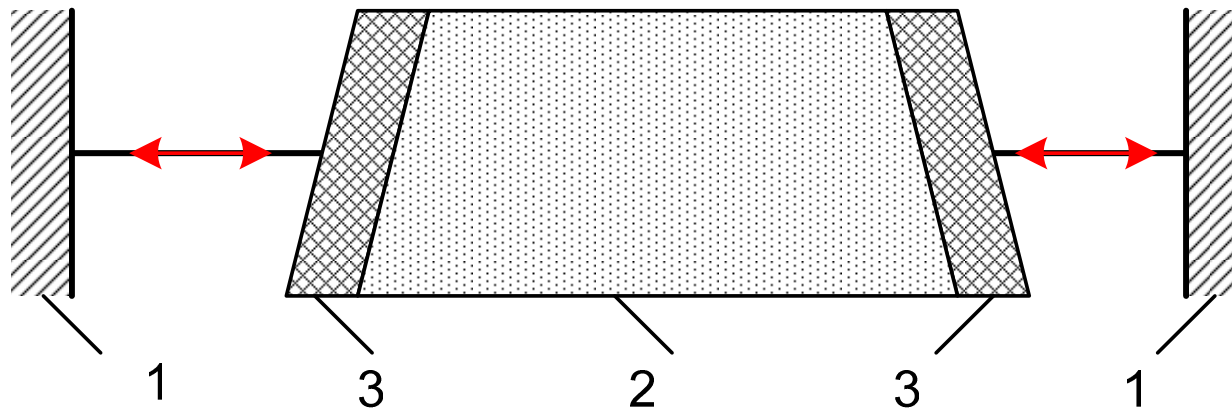
Для перпендикулярної поляризації (для немагнітних середовищ) кут Брюстера для різнорідних діелектриків відсутній (модуль коефіцієнта відбиття тут завжди більший за нуль).

Кут Брюстера іноді ще називають “кут повної поляризації”: якщо хвилю з довільною поляризацією спрямовано на діелектричну пластину під кутом Брюстера, то відбитий промінь має лише перпендикулярну поляризацію, тоді як паралельно поляризована компонента повністю проходить крізь пластину.

Кут Брюстера (кут повного проходження)

Тому кут падіння, який дорівнює куту Брюстера, на практиці використовують для передачі пучка світла в (з) діелектрик (-а) без втрат на відбиття. Тобто діелектричні пластини і шайби, які є елементами герметизації та кріплення у різних пристроях, часто ставлять під кутом Брюстера. Тоді вони повністю прозорі для прохідних хвиль.

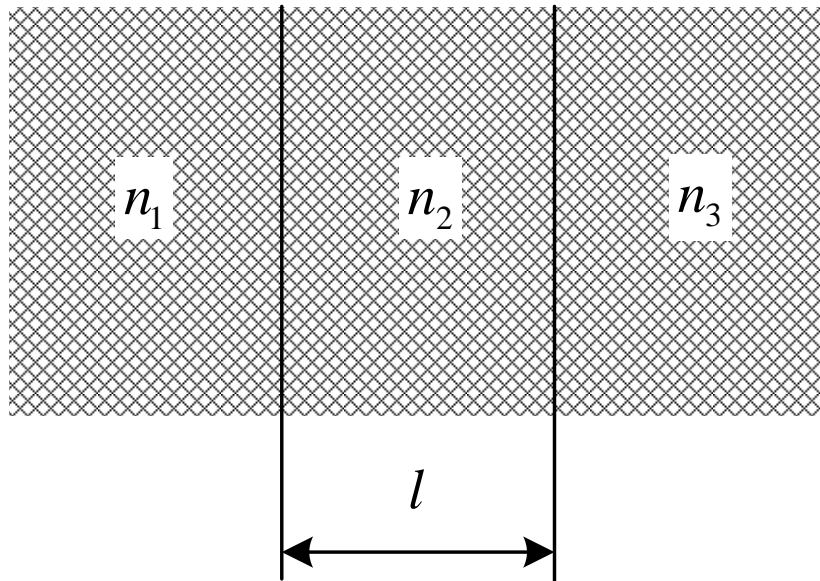
Приклад. Вікно зі скла на торцях трубки газового (гелій-неонового) лазера встановлюють під кутом Брюстера. При цьому пучок світла з паралельною поляризацією буде поширюватись між дзеркалами без втрат на відбиття на вікнах.



1 – дзеркало; 2 – трубка з газом He-Ne; 3 – вікна

Формули Френеля

Частку відбитого світла під час проходження променя з одного середовища в інше також можна зменшити шляхом нанесення тонкої плівки між ними – рисунок.



$$l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow |\rho| = \frac{(n_1 n_3 - n_2^2)^2}{(n_1 n_3 + n_2^2)^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow |\rho|_{n_2 = \sqrt{n_1 n_3}} = 0$$

Якщо ж не вдається знайти матеріал з потрібним значенням коефіцієнта заломлення n_2 , то будь-який матеріал з $n_2 \in (n_1 \dots n_3)$ зменшує відбиття.