Кафедра БІ та Т

Біомедична інженерія

Телекомунікації та радіотехніка

Метрологія, стандартизація та підтвердження відповідності електронної апаратури

Алгоритми обробки результатів вимірювань

Загальні положення

Похибка результату вимірювання Δ (у рамках класичного підходу!) є сумою:

$$\boxed{\Delta = \Delta_c + \varepsilon,}$$

де Δ_c - систематична похибка;

ε - випадкова похибка.

Формат предсталення результату вимірювання (у загальному випадку!) фізичної величини x:

$$\boxed{x = A \pm \Delta,}$$

де A - найімовірніше значення фізичної величини.

Обробка результатів вимірювань при прямих одноразових вимірюваннях

При прямих одноразових вимірюваннях покази приладу A приймають за результат вимірювання, з максимальною абсолютною похибкою $\Delta_{\max}$, що визначається класом точності приладу.

Результат вимірювання записують у формі:

$$\boxed{x = A \pm \Delta_{\max},}$$

При цьому $\Delta_{\max}$ містить як невідому систематичну, так і невідому випадкову похибки.

Правила округлення похибки та результату вимірювання

1. Результат вимірювання округлюють до того ж десяткового знаку, яким закінчується округлене значення абсолютної похибки. Зайві цифри у цілих числах замінюють нулями. Якщо десятковий дріб у числовому значенні результату вимірювань закінчується нулями, то нулі відкидають до того розряду, який відповідає розряду числового значення похибки.

Приклад. Результат 4,0800, похибка 0,001; результат округлюють до 4,080.

2. Похибка результату вимірювання вказується *двома значущими цифрами*, якщо перша з них дорівнює 1 або 2, і *однією* – якщо перша цифра дорівнює 3 чи більше (симетричний спосіб окрулення).

Приклад.

$$2{,}7 \approx 3; 3{,}51 \approx 4; 5{,}5 \approx 6.$$

Правила округлення похибки та результату вимірювання

3. Округлення проводять лише в остаточній відповіді, а всі попередні розрахунки проводять з одним-двома зайвими знаками.

Якщо керуватися цими правилами округлення, то кількість значущих цифр у числовому значенні результату вимірювань дає можливість орієнтовно скласти враження про точність вимірювання. Це позв'язано з тим, що гранична похибка, обумовлена округленням, дорівнює половині одиниці останнього розряду числового значення результату вимірювання.

За технічних вимірювань можна застосовувати несиметричне округлення: якщо $\Delta < 0{,}2$ - останній розряд не змінюють, якщо ж $\Delta \geq 0{,}2$ - останній розряд округлюють до більшого значення.

Приклад. $5{,}17 \approx 5; 5{,}21 \approx 6.$

Обробка результатів вимірювань при прямих багаторазових вимірюваннях

У цьому випадку загальний алгоритм є таким:

1) виконати попередню обробку вибірки $x_i, i = \overline{1, n}$ (відкинути або якомога зменшити систематичні похибки), а також перевірити, чи відповідає вибірка нормальному законові розподілу; відкинути промахи;

2) обчислити межі невиключеної систематичної похибки (НСП) Δ_c.

У найпростішому випадку визначити її граничні значення, виходячи з класу точності засобу вимірювань, вважаючи, що $\Delta = \Delta_c$.

3) найімовірнішим значенням результату вимірювань буде вибіркове середнє арифметичне

$$m_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

4) розрахувати середню квадратичну похибку результату вимірювання

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - m_x\right)^2}{n(n-1)}},$$

де σ_x - середня квадратична похибка результату спостереження.

Обробка результатів вимірювань при прямих багаторазових вимірюваннях

7) обчислити межі випадкової похибки результату вимірювання

$$\varepsilon = t_\gamma(n, p)\tilde{\sigma}_x,$$

де $t_\gamma(n, p)$ - коефіцієнт Стьюдента;

8) обчислити межі сумарної похибки результату вимірювання:

а) обчислити $\Delta_c / \tilde{\sigma}_x$;

б) якщо:

$$\frac{\Delta_c}{\tilde{\sigma}_x} < 0{,}8 \;\; \textit{то} \;\; \Delta \approx \varepsilon \,(\textit{нехтують систематичною похибкою});$$

$$\frac{\Delta_c}{\tilde{\sigma}_x} < 0{,}8 \;\; \textit{то} \;\; \Delta \approx \Delta_c \,(\textit{нехтують випадковою похибкою});$$

$$0{,}8 \le \frac{\Delta_c}{\tilde{\sigma}_x} \le 8 \;\; \textit{то} \;\; \Delta = kS_\Sigma.$$

Тут:

Обробка результатів вимірювань при прямих багаторазових вимірюваннях

$$k = \frac{\varepsilon + \Delta_c}{\tilde{\sigma}_x + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta_{c_i}^2}{3}}} = \frac{\varepsilon + \Delta_c}{\tilde{\sigma}_x + \frac{\Delta_c}{\sqrt{3}}}$$

- коефіцієнт, який залежить від співвідношення випадкової похибки та НСП

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta_{c_i}^2}{3} + \tilde{\sigma}_x^2}$$

- сумарне середнє квадратичне відхилення результату вимірювання

7) результат вимірювань записати так:

$$x = m_x \pm \Delta;\ p,$$

де p – довірча імовірність.

Спосіб виявлення промахів за нормального закону розподілу

Таким способом є порівняння абсолютної похибки (центрального відхилення) сумнівної варіанти $x_i - m_x$ з максимальною похибкою $3\sigma_x$.

Якщо виконується нерівність:

$$\boxed{x_i - m_x > 3\sigma_x,}$$

то ця сумнівна варіанта є промахом, тобто цей результат потрібно відкинути. Основою цього способу є те, що імовірність появи значення, яке відрізняється від середнього арифметичного більше, ніж на $3\sigma_x$, дорівнює всього лише 0,003.

Доволі часто цей спосіб називають “правило трьох сигм”.

Обробка результатів вимірювань при опосередкованих одноразових вимірюваннях

Дано функцію багатьох змінних

$$A = f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right),$$

аргументи якої вимірють прямо одноразово, а похибки їхнього вимірювання

Δx_i відомо. Тоді абсолютну похибку вимірювання *A* можна обчислити за виразом:

$$\Delta A \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \Delta x_i^2} = \left[D_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right] = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_i^2},$$

D_i - частинна похибка.

Критерій незначних частинних похибок: якщо серед двох частинних похибок одна відрізняється від іншої не менше, ніж утричі, то меншою з них можна знехтувати.

Приклад викоритстання цього критерію: для повірки вимірювальних приладів похибка зразкового приладу має бути принаймні утричі менша за похибку приладу, який повіряють.

Обробка результатів вимірювань при опосередкованих багаторазових вимірюваннях

Відмінність від попереднього випадку та, що кожне x_i вимірюють багаторазово і, відповідно, розраховують для них $m_{x_i}, \tilde{\sigma}_{x_i}$:

$$\tilde{\sigma}_A = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Bigg|_{m_{x_i}} \tilde{\sigma}_{x_i}^2}\,.$$