Міністерство освіти і науки України
Житомирський державний технологічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних та контрольних робіт
з предмету
"Обліково-статистичне забезпечення гірничого виробництва"

для студентів напряму 6.050301 "Гірництво"

Міністерство освіти і науки України
Житомирський державний технологічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних та контрольних робіт
з предмету
"Обліково-статистичне забезпечення гірничого виробництва"

для студентів напряму 6.050301 "Гірництво"

2013

Укладачі:
А.В. Лисенко, старший викладач кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету

Рецензент:
С.В. Кальчук, кандидат технічних наук, доцент, заступник завідувача кафедри РРКК ім. проф. Бакка М.Т. Житомирського державного технологічного університету.

Відповідальний за випуск:
В.В. Котенко, кандидат технічних наук, доцент кафедри маркшейдерії Житомирського державного технологічного університету.

Методичні вказівки до виконання контрольних та розрахунково-графічних робіт з предмету "Обліково-статистичне забезпечення гірничого виробництва" для студентів напряму підготовки 6.050301 "Гірництво" спеціальності "Розробка родовищ корисних копалин". – Житомир: РВВ ЖДТУ, 2013.

Вступ

Закономірності в дослідженнях виражаються у вигляді зв'язків і залежностей показників, математичних моделей їх поведінки. Такі залежності і моделі можуть бути отримані тільки шляхом обробки реальних статистичних даних, із врахуванням внутрішніх механізмів і випадкових чинників. Модель може бути отримана й апробована на основі аналізу статистичних даних, і зміни у поведінці останніх говорять про необхідність уточнення і розвитку моделі.

Математична статистика (тобто теорія обробки і аналізу даних) і її застосування в дослідженнях дає можливість будувати математичні моделі й оцінити їх параметри, перевіряти гіпотези про властивість цих показників і формах їх зв'язку, що у кінцевому результаті служить основою для аналізу і прогнозування, створюючи можливість для прийняття обґрунтованих рішень.

Статистичні дані в гірництві є основою для виявлення і обґрунтування емпіричних закономірностей. Без конкретних кількісних даних, що характеризують функціонування досліджуваних об'єктів, не завжди можна визначити практичне значення застосованої моделі, навіть якщо метою є виявлення переважно якісних закономірностей.

Ряди розподілу. Аналіз варіації та форми розподілу

1. Закономірність розподілу

Статистична сукупність формується під впливом причин та умов, з одного боку – типових, спільних для всіх елементів сукупності, а з іншого – випадкових, індивідуальних. Ці чинники взаємозв’язані, а їх спільна взаємодія визначає як індивідуальні значення ознак, так і розподіл останніх у межах сукупності. Характерні властивості структури статистичної сукупності відбиваються в *рядах розподілу*.

Ряд розподілу складається з двох елементів: *варіант* – значень групувальної ознаки x_i та *частот* f_i. Саме у співвідношенні варіант і частот виявляється закономірність розподілу. Додатковою характеристикою варіаційних рядів є *накопичена (кумулятивна) частота* s_i, що характеризує обсяг сукупності зі значенням варіант, які не перевищують x_i.

2. Характеристики центру розподілу

Центром будь-якої сукупності є типовий рівень ознаки, узагальнююча характеристик всіх її значень. Такою характеристикою є *середня величина* $\overline{X}$. За даними ряду середня обчислюється як *середня зважена*:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}. \qquad (1)$$

Окрім типового рівня важливе значення має домінанта, тобто найбільш поширене значення ознаки. Таке значення називають *модою* (*Mo*). В інтервальному ряді за найбільшою частотою визначають модальний інтервал, а конкретне модальне значення обчислюється за формулою:

$$Mo = x_0 + h\frac{f_{\text{mod}} - f_{\text{mod}-1}}{2f_{\text{mod}} - (f_{\text{mod}-1} + f_{\text{mod}+1})}, \qquad (2)$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу, h – ширина інтервалу, f_{mod} – частота модального інтервалу, f_{mod-1} – частота передмодального інтервалу, f_{mod+1} – частота післямодального інтервалу.

Характеристикою центра розподілу вважається також *медіана* (*Me*) – значення ознаки, яке розділяє сукупність на дві рівні за обсягом частини. Визначаючи медіану, використовують накопичені частоти s_i. В інтервальному ряді за нерівністю $s_i > \frac{n}{2}$ визначають медіанний інтервал, а саме значення медіани обчислюють за формулою:

$$Me = x_0 + h\frac{\frac{n}{2} - s_{med-1}}{f_{med}}, \qquad (3)$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу, h – ширина інтервалу, s_{med-1} – накопичена частота перед медіанного інтервалу, f_{med} – частота медіанного інтервалу.

3. Характеристики варіації

Вимірювання ступеня коливання ознаки, її варіації є невід'ємною складовою аналізу закономірностей розподілу. На основі характеристик варіації оцінюється інтенсивність структурних змін, щільність взаємозв’язків та точність результатів вибіркового спостереження.

Для вимірювання та оцінювання варіації використовуються абсолютні та відносні характеристики. До абсолютних відносяться *варіаційний розмах, дисперсія, середнє квадратичне відхилення*. До відносних можна віднести *коефіцієнти варіації*.

Варіаційний розмах

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \qquad (4)$$

Він характеризує діапазон варіації і його перевагою є простота обчислення.

Дисперсія

$$\sigma^2 = \frac{\sum \left(x_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{\sum f_i}. \qquad (5.1)$$

Іноді використовується інша формула

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\overline{X}\right)^2. \qquad (5.2)$$

Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(x_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{\sum f_i}}. \qquad (6)$$

При порівнянні варіації різних ознак або однієї ознаки в різних сукупностях використовуються коефіцієнти варіації *V*. Вони визначаються відношенням абсолютних характеристик до центра розподілу. Найчастіше використовується *квадратичний коефіцієнт варіації*

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\overline{X}}. \qquad (7)$$

4. Характеристики форми розподілу

Аналіз закономірностей розподілу передбачає оцінювання ступеня однорідності сукупності, асиметрії та ексцесу розподілу.

Однорідність сукупності – передумова використання інших статистичних методів (середніх величин, регресійного аналізу тощо). *Однорідними* вважаються такі сукупності, елементи яких мають спільні властивості і належать до одного типу, класу. При цьому однорідність означає не повну тотожність властивостей елементів, а лише наявність у них спільного в істотному, головному.

В однорідних сукупностях розподіли одновершинні (одномодальні). Багатовершинність свідчить про неоднорідний склад сукупності, про різнотиповість окремих складових. У такому разі необхідно перегрупувати дані, виокремити однорідні групи. *Критерієм однорідності* сукупності вважається квадратичний коефіцієнт варіації, який в симетричному розподілі становить V_{σ} = 0,33.

З-поміж одновершинних розподілів є симетричні та асиметричні (скошені), гостро- та плосковершинні. У *симетричному розподілі* рівновіддалені від центра значення ознаки мають однакові частоти, в *асиметричному* – вершина розподілу зміщена. Напрям асиметрії протилежний напряму зміщення вершини. Якщо вершина зміщена ліворуч, маємо правосторонню асиметрію, навпаки. Зазначимо, що асиметрія виникає внаслідок обмеженої варіації в одному напрямі або під впливом домінуючої причини розвитку, яка призводить до зміщення центра розподілу. Ступінь асиметрії різний – від помірного до значного.

У симетричному розподілі характеристики центра – середня, мода, медіана – мають однакові значення, в асиметричному між ними існують певні розбіжності. У разі правосторонньої асиметрії $\overline{X} > Me > Mo$, а в разі лівосторонньої, навпаки, $\overline{X} < Me < Mo$.

Іншою властивістю одновершинних розподілів є ступінь зосередженості елементів сукупності навколо центра розподілу. Цю властивість називають *ексцесом* розподілу.

Асиметрія та *ексцес* – дві пов'язані з варіацією властивості форми розподілу. Комплексне їх оцінювання виконується на базі *центральних моментів розподілу.* Алгебраїчно центральний момент розподілу — це середня арифметична *k-го* ступеня відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої:

$$\alpha_k = \frac{\sum \left(x_i - \overline{X} \right)^k f_i}{\sum f_i}. \qquad (8)$$

Очевидно, що момент 2-го порядку є дисперсією, яка характеризує варіацію. Моменти 3-го і 4-го порядків характеризують відповідно асиметрію та ексцес. У симетричному розподілі α_3 = 0. Чим більша скошеність ряду, тим більше значення α_3. Для того щоб характеристика скошеності не залежала від масштабу вимірювання ознаки, для порівняння ступеня асиметрії різних розподілів використовується стандартизований момент

$$A = \frac{\alpha_3}{\sigma^3}. \qquad (9)$$

При правосторонній асиметрії коефіцієнт асиметрії $A > 0$, при лівосторонній $A < 0$. Звідси правостороння асиметрія називається додатною, а лівостороння – від'ємною.

Вважається, що при $A < 0{,}25$ асиметрія низька, якщо A не перевищує 0,5 – середня, при $A > 0{,}5$ – висока.

Для вимірювання ексцесу використовується стандартизований момент 4-го порядку

$$E = \frac{\alpha_4}{\sigma^4} - 3. \qquad (10)$$

Очевидно, при гостровершинному розподілі $E > 0$, при плосковершинному $E < 0$.

Аналіз закономірностей розподілу можна поглибити, описати його певною функцією.

Статистична перевірка гіпотез

Статистична гіпотеза — це певне припущення щодо властивостей генеральної сукупності, яке можна перевірити, спираючись на результати вибіркового спостереження. Суть перевірки гіпотез полягає в тому, щоб визначити, узгоджуються чи ні результати вибірки з гіпотезою, випадковими чи невипадковими є розбіжності між гіпотезою і даними вибірки.

Найчастіше гіпотеза, яку належить перевірити, формулюється як відсутність розбіжності (нульова розбіжність) між невідомим параметром генеральної сукупності G і заданою величиною A, а тому її позначають H_0. Зміст гіпотези записують після двокрапки, наприклад H_0: $G = A$.

Кожній нульовій гіпотезі протиставляють альтернативну H_a. При формулюванні H_a враховується вагомість відхилень ($G - A$): для додатних відхилень H_a: $G > A$, для від'ємних – H_a: $G < A$, для тих і інших – $G \neq A$.

Якщо вибіркові дані суперечать гіпотезі H_0, вона відхиляється, коли ці дані узгоджуються з гіпотезою H_0, вона приймається.

Правило за яким гіпотеза H_0 відхиляється або не відхиляється називається *статистичним критерієм.* Математичною основою будь-якого критерію є статистична характеристика Z, значення якої визначається за даними вибірки, а закон розподілу відомий. Кожне значення характеристики Z має певну ймовірність $F(Z)$. Якщо вибіркове значення Z малоймовірне, гіпотеза H_0 відхиляється.

Межу малоймовірності Z називають *рівнем істотності* α. Рівень істотності визначають у кожному конкретному дослідженні. Зазвичай вибирають один із рівнів α, для яких відомі. значення статистичних характеристик критеріїв. Це α = 0,1; 0,05; 0,025; 0,01.

Значення статистичної характеристики критерію Z_α поділяє множину вибіркових значень Z на дві частини: а) область допустимих значень і б) критичну область. Якщо вибіркове значення Z потрапляє у критичну область, гіпотеза H_0 відхиляється, якщо в область допустимих значень – не відхиляється. Саме тому значення Z_α називають критичним.

Залежно від того, як сформульована альтернативна гіпотеза, критична область може бути односторонньою (ліво- чи правосторонньою) або двосторонньою.

Статистична гіпотеза перевіряється в такій послідовності:

1) формулюють нульову H_0 та альтернативну гіпотези H_a;

2) вибирають статистичну характеристику Z, за значенням якої перевіряють правильність гіпотези H_0;

3) визначають рівень істотності α і відповідне йому критичне значення Z_α; залежно від формулювання гіпотез критична область може бути одно- або двосторонньою;

4) за результатами вибірки розраховують фактичне (вибіркове) значення статистичної характеристики Z, яке порівнюють з критичним Z_α; якщо $Z > Z_\alpha$, гіпотеза H_0 відхиляється, при $Z > Z_\alpha$ – приймається.

Процедура перевірки гіпотез використовується при порівнянні вибіркових характеристик з відповідними нормативами, порівнянні характеристик двох вибіркових сукупностей, оцінюванні істотності розбіжностей двох розподілів, у дисперсійному та кореляційному аналізі.

Методи аналізу взаємозв’язків

1. Види взаємозв’язків.

Визначальна мета вимірювання взаємозв'язків – виявити і дати кількісну характеристику причинних зв'язків. Суть причинного зв'язку полягає в тому, що за певних умов одне явище спричинює інше. Причина сама по собі не визначає наслідку, останній залежить також від умов, в яких діє причина. Вивчаючи закономірності зв'язку, причини та умови об'єднують в одне поняття "фактор". Відповідно ознаки, які характеризують фактори, називаються факторними, а ті, що характеризують наслідки, – результативними.

Розрізняють два типи зв'язків – функціональні та стохастичні. У разі функціонального зв’язку кожному значення фактора x відповідає одне чітко визначене значення y.

На відміну від функціональних, стохастичні зв'язки неоднозначні. Вони виявляються як узгодженість варіації двох чи більше ознак. У зв'язку $x \rightarrow y$ кожному значенню ознаки x відповідає певна множина значень ознаки y, які утворюють так званий умовний розподіл. Стохастичний зв'язок, відбиваючи множинність причин і наслідків, виявляється в зміні умовних розподілів.

Якщо умовні розподіли замінюються одним параметром – середньою $\bar{y}$, то такий зв'язок називають кореляційним. Отже, кореляційний зв'язок є різновидом стохастичного і виявляється зміною середніх умовних розподілів.

2. Регресійний аналіз

Важливою характеристикою кореляційного зв'язку є *лінія регресії. Теоретична лінія регресії* описується певною функцією $Y = f(x)$, яку називають *рівнянням регресії,* а Y – *теоретичним рівнем результативної ознаки.*

Рівняння регресії в такому вигляді описує числове співвідношення варіації ознак x і y в середньому. Подаючи y як функцію x, тим самим абстрагуються від множинності причин, штучно спрощуючи механізм формування варіації y. Аналіз причинних комплексів здійснюється за допомогою множинної регресії.

Різні явища по-різному реагують на зміну факторів. Для того щоб відобразити характерні особливості зв'язку конкретних явищ, статистика використовує різні за функціональним видом регресійні рівняння. Якщо зі зміною фактора x результату змінюється більш-менш рівномірно, такий зв'язок описується лінійною функцією $Y = a + bx$. Коли йдеться про нерівномірне співвідношення варіацій взаємозв'язаних ознак (наприклад, коли прирости значень y зі зміною x прискорені чи сповільнені або напрям зв’язку змінюється), застосовують нелінійні регресії, зокрема:

степеневу $Y = ax^b$;

гіперболічну $Y = a + \frac{b}{x}$;

параболічну $Y = a + bx + cx^2$ тощо.

Вибір та обґрунтування функціонального виду регресії ґрунтується на теоретичному аналізі суті зв’язку.

Зауважимо, що теоретичний аналіз суті зв'язку, хоча й дуже важливий, лише окреслює особливості форми регресії і не може точно визначити її функціонального виду. До того ж у конкретних умовах простору і часу межі варіації взаємозв'язаних ознак *x* і у значно вужчі за теоретично можливі. І якщо кривина регресії невелика, то в межах фактичної варіації ознак зв'язок між ними досить точно описується лінійною функцією. Цим значною мірою пояснюється широке застосування лінійних рівнянь регресії $Y = a + bx$.

Параметр b (*коефіцієнт регресії)* – розглядається як *ефект впливу x* на *y*. Параметр *a* – вільний член рівняння регресії, це значення *y* при *x* = 0. Якщо межі варіації не містять нуля, то цей параметр має лише розрахункове значення.

Параметри рівняння регресії визначаються методом найменших квадратів, основна умова якого – мінімізація суми квадратів відхилень емпіричних значень *y* від *теоретичних Y:*

$$\sum (y - Y)^2 = \min . \qquad (11)$$

Значення параметрів *a* та b визначаються із системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum xy \end{cases} \qquad (12)$$

Розв’язавши цю систему, знаходимо такі значення параметрів:

$$b = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}, \qquad (13)$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

3. Оцінка щільності та перевірка істотності кореляційного зв’язку

Поряд із визначенням характеру зв'язку та ефектів впливу факторів *x* на результат *y* важливе значення має оцінка щільності зв'язку, тобто оцінка узгодженості варіації взаємозв'язаних ознак. Якщо вплив факторної ознаки *x* на результативну *y* значний, це виявиться в закономірній зміні значень y зі зміною значень x, тобто фактор x своїм впливом формує варіацію y. За відсутності зв'язку варіація не залежить від варіації x.

Для оцінювання щільності зв'язку статистика використовує низку коефіцієнтів з такими спільними властивостями:

– за відсутності будь-якого зв'язку значення коефіцієнта наближається до нуля; при функціональному зв'язку – до одиниці;

– за наявності кореляційного зв'язку коефіцієнт виражається дробом, який за абсолютною величиною тим більший, чим щільніший зв'язок.

Серед мір щільності зв'язку найпоширенішим є коефіцієнт кореляції Пірсона. Позначається цей коефіцієнт символом r. Оскільки сфера його використання обмежується лінійною залежністю, то і в назві фігурує слово "лінійний". Обчислення лінійного коефіцієнта кореляції r ґрунтується на відхиленнях значень взаємозв'язаних ознак x і y від середніх.

Коефіцієнт кореляції визначається таким відношенням:

$$r = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}}. \qquad (14.1)$$

Очевидно, що в разі функціонального зв'язку фактична сума відхилень дорівнює граничній, а коефіцієнт кореляції $r = \pm 1$; при кореляційному зв'язку абсолютне його значення буде тим більшим, чим щільніший зв'язок.

На практиці застосовують різні модифікації наведеної формули коефіцієнта кореляції:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{n\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}. \qquad (14.2)$$

Коефіцієнт кореляції, оцінюючи щільність зв'язку, вказує також на його напрям: коли зв'язок прямий, r – величина додатна, а коли він зворотний – від'ємна. Знаки коефіцієнтів кореляції і регресії однакові, величини їх взаємозв'язані функціонально:

$$r = b\frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \qquad (15)$$

Вимірювання щільності нелінійного зв'язку ґрунтується і співвідношенні варіацій теоретичних та емпіричних (фактичних) значень результативної ознаки y. Відхилення індивідуального значення ознаки y від середньої $(y-\bar{y})$ можна розкласти на дві складові. У регресійному аналізі це відхилення від лінії регресії $(y-Y)$ та відхилення лінії регресії від середньої $(Y-\bar{y})$.

Відхилення $(Y-\bar{y})$ є наслідком дії фактора *x*, відхилення $(y-Y)$ – наслідком дії інших факторів. Взаємозв'язок факторної та залишкової варіацій описується правилом декомпозиції варіації:

$$\sigma_y^2 = \delta_Y^2 + \sigma_e^2 , \tag{16}$$

де $\sigma_y^2 = \dfrac{\sum (y-\bar{y})^2}{n}$ – загальна дисперсія ознаки *y*;

$\delta_Y^2 = \dfrac{\sum (Y-\bar{y})^2}{n}$ – факторна дисперсія;

$\sigma_e^2 = \dfrac{\sum (y-Y)^2}{n}$ – залишкова дисперсія.

Очевидно, значення факторної дисперсії δ_Y^2, буде тим більшим, чим сильніший вплив фактора *x* на *y*. Відношення факторної дисперсії до загальної розглядається як міра щільності кореляційного зв'язку і називається коефіцієнтом детермінації:

$$R^2 = \frac{\delta_Y^2}{\sigma_y^2} . \tag{17}$$

На таких самих засадах ґрунтується оцінювання щільності зв’язку за даними аналітичного групування. Мірою щільності є кореляційне відношення

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} , \tag{18}$$

де δ^2 – міжгрупова дисперсія, яка вимірює варіацію ознаки *y* під впливом фактора *x*, а σ^2 – загальна дисперсія.

Обчислення та інтерпретація коефіцієнта детермінації R^2 і кореляційного відношення η^2 показують: ці характеристики щільності зв'язку за змістом ідентичні, вони характеризують внесок фактора *x* у загальну варіацію результату *y*.

Перевірка істотності кореляційного зв'язку ґрунтується на порівнянні фактичних значень R^2 і η^2 з критичними, які могли б виникнути за відсутності зв'язку. Якщо фактичне значення R^2 чи η^2

перевищує критичне, то зв'язок між ознаками не випадковий. Гіпотеза, що перевіряється, формулюється як нульова:

$H_0 : R^2 = 0$ або $H_0 : \eta^2 = 0$.

Критичні значення залежать від рівня істотності α і відповідного числа ступенів свободи для факторної дисперсії $k_1 = m - 1$ та залишкової $k_2 = n - m$, де m – число груп або параметрів функції, n – обсяг сукупності.

Приклади розв'язування задач

Задача №1

Задано сукупність з $n = 50$ чисел. Згрупувати дані, визначити модальний та медіанний інтервали, обчислити середню арифметичну, моду, медіану, варіаційний розмах, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, асиметрію та ексцес. Оцінити за допомогою довірчих інтервалів середню арифметичну та середнє квадратичне відхилення. Побудувати полігон та гістограму частот.

Сукупність *X*: 128, 111, 126, 183, 102, 163, 123, 103, 198, 185, 102, 146, 175, 122, 135, 187, 119, 155, 138, 156, 171, 103, 148, 184, 120, 147, 184, 175, 145, 134, 146, 99, 135, 140, 104, 195, 158, 106, 174, 110, 177, 116, 107, 169, 161, 117, 143, 158, 164, 135.

Надійність $\gamma = 0{,}95$.

1. Визначаємо оптимальну кількість інтервалів, на які необхідно розбити сукупність,

$$m = 1 + \ln(n) = 1 + \ln 50 \approx 5,$$

де m – кількість інтервалів, n – обсяг сукупності.

2. Визначаємо ширину інтервалу,

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{198 - 99}{5} \approx 20,$$

$x_{\max}$ – максимальне значення, $x_{\min}$ – мінімальне значення. Значення ширини інтервалу слід округлювати в сторону збільшення.

3. Заповнюємо таблицю 1. Межі інтервалів (колонка 1) визначаються таким чином:

1-й інтервал: $(x_{\min}, x_{\min} + h)$

2-й інтервал: $(x_{\min} + h, x_{\min} + 2h)$ і т.д.

Поділ на інтервали має бути однозначним. Наприклад, число 199 входить до першого інтервалу і не входить до другого.

Середина інтервалу (колонка 2) визначається як середня арифметична з меж інтервалів.

Частота f_i (колонка 3) показує скільки чисел входить до того чи іншого інтервалу.

Накопичена частота s_i утворюється послідовним додаванням частот: $s_1 = f_1$, $s_2 = s_1 + f_2$, $s_3 = s_2 + f_3$ і т.д.

Умовні варіанти (колонка 5) $u_i = \dfrac{\overline{x}_i - C}{h}$. Величина C називається "умовним нулем" і вибирається таким чином. Це значення середини інтервалу, який має найбільшу частоту або знаходиться посередині. Для визначеності приймемо $C = 149$.

Значення колонок 6–14 обчислюються за відповідними формулами.

4. Суми в колонках 11–14 використовуються для контролю обчислень за наступними формулами

$$\sum u_i f_i + n = \sum (u_i + 1) f_i \; ;$$

$$\sum u_i^2 f_i + 2\sum u_i f_i + n = \sum (u_i + 1)^2 f_i \; ;$$

$$\sum u_i^3 f_i + 3\sum u_i^2 f_i + 3\sum u_i f_i + n = \sum (u_i + 1)^3 f_i \; ;$$

$$\sum u_i^4 f_i + 4\sum u_i^3 f_i + 6\sum u_i^2 f_i + 4\sum u_i f_i + n = \sum (u_i + 1)^4 f_i \; .$$

5. Обчислюємо значення умовних моментів за формулою

$$\alpha_j^{'} = \frac{\sum u_i^j f_i}{n}$$

$$\alpha_1^{'} = \frac{\sum u_i f_i}{n} = \frac{-13}{50} = -0,26 \,, \; \alpha_2^{'} = \frac{\sum u_i^2 f_i}{n} = \frac{99}{50} = 1,98 \,;$$

$$\alpha_3^{'} = \frac{\sum u_i^3 f_i}{n} = \frac{-49}{50} = -0,98 \,, \; \alpha_4^{'} = \frac{\sum u_i^4 f_i}{n} = \frac{339}{50} = 6,78 \,.$$

6. Обчислюємо значення середньої арифметичної:

$$\overline{X_{\hat{a}}} = h \cdot \alpha_1^{'} + C = 20 \cdot (-0,26) + 149 = 144 \,.$$

7. Визначимо центральні моменти:

Дисперсія $\alpha_2 = \sigma_{\hat{a}}^2 = \mathrm{h}^2 \left(\alpha_2^{'} - \left(\alpha_1^{'} \right)^2 \right) = 765$, середнє квадратичне відхилення $\sigma_{\hat{a}} = \sqrt{\sigma_{\hat{a}}^2} = 28$

$$\alpha_3 = h^3 \left(\alpha_3^{'} - 3\alpha_1^{'}\alpha_2^{'} + 2\left(\alpha_1^{'} \right)^3 \right) = 4324 \,;$$

$$\alpha_4 = h^4 \left(\alpha_4^{'} - 4\alpha_1^{'}\alpha_3^{'} + 6\alpha_2^{'} \left(\alpha_1^{'} \right)^2 - 3\left(\alpha_1^{'} \right)^4 \right) = 1048030 \,.$$

8. Обчислимо асиметрію варіаційного ряду та перевіримо її істотність:

$$A = \frac{\alpha_3}{\sigma^3} = 0,2 \,.$$

Асиметрію вважають істотною, якщо виконується нерівність $|A| \geq 3\sigma_A$, де

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(N-2)}{(N+1)(N+3)}}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(50-2)}{(50+1)(50+3)}} = 0{,}33$$

Оскільки $0{,}2 < 3 \cdot 0{,}33 \approx 1$, то асиметрія неістотна і можна вважати що $A = 0$.

9. Обчислимо значення ексцесу та перевіримо його істотність:

$$E = \frac{\alpha_4}{\sigma_{\hat{a}}^4} - 3 = -1{,}2 .$$

Ексцес вважають істотним, якщо виконується нерівність $|E| \geq 3\sigma_E$, де

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{24N(N-2)(N-3)}{(N+1)^2(N+3)(N+5)}}$$

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{24 \cdot 50(50-2)(50-3)}{(50+1)^2(50+3)(50+5)}} = 0{,}6$$

Оскільки $1{,}2 < 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$, то значення ексцесу неістотне і можна вважати, що $E = 0$

10. Обчислимо коефіцієнт варіації

$$V_\sigma = \frac{\sigma_{\hat{a}}}{\overline{\overline{X}}} 100\% = \frac{28}{144} 100\% = 19\% .$$

11. Обчислимо значення моди. Мода є найбільш поширеним значенням сукупності. Для цього за найбільшою частотою визначаємо модальний інтервал. Найбільша частота – 13, отже, модальний інтервал – (99–119). Конкретне значення моди визначаємо за формулою

$$Mo = x_0 + h\frac{f_{\text{mod}} - f_{\text{mod}-1}}{2f_{\text{mod}} - (f_{\text{mod}-1} + f_{\text{mod}+1})} = 99 + 20\frac{13-0}{2 \cdot 13 - (0+10)} = 116 ,$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу, h – ширина інтервалу, f_{mod} – частота модального інтервалу, $f_{\text{mod}-1}$ – частота передмодального інтервалу, $f_{\text{mod}+1}$ – частота післямодального інтервалу. Значень моди може бути декілька.

Таблиця 1

Межі інтервалів	Значення середини інтервалу, $\overline{x}_i$	Частота, f_i	Накопичена частота, s_i	Умовні варіанти $u_i = \frac{\overline{x}_i - C}{h}$	$u_i \cdot f_i$	$u_i^2 \cdot f_i$	$u_i^3 \cdot f_i$	$u_i^4 \cdot f_i$	$u_i + 1$	$(u_i + 1) \cdot f_i$	$(u_i + 1)^2 \cdot f_i$	$(u_i + 1)^3 \cdot f_i$	$(u_i + 1)^4 \cdot f_i$
1	2	3	4.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
99–119	109	13	13	–2	–26	52	–104	208	–1	–13	13	–13	13
119–139	129	10	23	–1	–10	10	–10	10	0	0	0	0	0
139–159	149	11	34	0	0	0	0	0	1	11	11	11	11
159–179	169	9	43	1	9	9	9	9	2	18	36	72	144
179–199	189	7	50	2	14	28	56	112	3	21	63	189	567
$\sum$	–	**50**	–	–	**–13**	**99**	**–49**	**339**	–	**37**	**123**	**259**	**735**

12. Обчислимо значення медіани. Медіана – це значення яке розділяє сукупність на дві рівні за обсягом частини. Для цього визначимо медіанний інтервал за такою умовою – накопичена частота більша або рівна половині обсягу сукупності $\left(s_i \geq \dfrac{n}{2}\right)$. Для нашого випадку $s_i \geq \dfrac{n}{2} = 25$ і $s_i = 34$. Отже, медіанний інтервал – (139–159). Конкретне значення медіани

$$Me = x_0 + h\frac{\frac{n}{2} - s_{med-1}}{f_{med}} = 139 + 20\frac{25-23}{11} = 143\,.$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу, h – ширина інтервалу, s_{med-1} – накопичена частота перед медіанного інтервалу, f_{med} – частота медіанного інтервалу.

13. Довірчі інтервали використовуються для оцінки параметрів сукупності з певною надійністю.

Довірчий інтервал для середньої арифметичної має вигляд

$$\overline{X_{\hat{a}}} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \overline{X} < \overline{X_{\hat{a}}} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,.$$

Параметр t визначається за додатком 1 за відомими значеннями n і γ. Для нашого випадку n = 50 і γ = 0,95. За таблицею t = 2,009. Таким чином довірчий інтервал

$$144 - 2,009\frac{28}{\sqrt{50}} < \overline{X} < 144 + 2,009\frac{28}{\sqrt{50}};$$

$$136 < \overline{X} < 152.$$

Довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилення

$$\sigma_{\hat{a}}(1-q) < \sigma < \sigma_{\hat{a}}(1+q) \quad (q<1);$$

$$0 < \sigma < \sigma_{\hat{a}}(1+q) \quad (q>1).$$

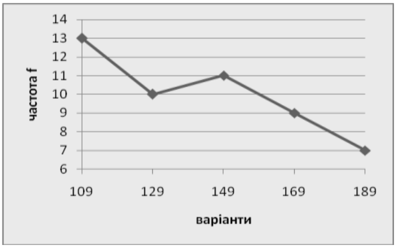
Параметр q визначається за додатком 2 за відомими значеннями n і γ. Для нашого випадку n = 50 і γ = 0,95. За таблицею q = 0,21<1. Таким чином довірчий інтервал

$$28(1-0,21) < \sigma < 28(1+0,21);$$

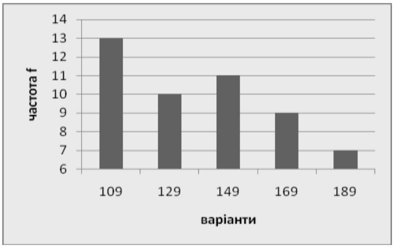
$$22 < \sigma < 34.$$

Побудуємо полігон частот та гістограму частот

Полігон



Гістограма



Задача №2

Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності за критерієм Пірсона.

Використовуючи критерій Пірсона, при рівні істотності α = 0,05, перевірити, чи узгоджується гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X з емпіричним розподілом вибірки обсягом n = 200.

x_i	5	7	9	11	13	15	17	19	21
f_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

Розв'язування.

1. Обчислимо вибіркову середню $\overline{X_в}$ та вибіркове середнє квадратичне відхилення $\sigma_в$.

Для цього складаємо наступну таблицю.

x_i	f_i	$x_i\, f_i$	$(x_i - \overline{X_в})^2 f_i$
5	15	75	873,25
7	26	182	824,12
9	25	225	329,42
11	30	330	79,71
13	26	338	3,56
15	21	315	117,95
17	24	408	458,33
19	20	380	811,54
21	13	273	910,74
$\sum$	**200**	**2526**	**4408,62**

$$n = \sum f_i \ ;$$

$$\overline{X_в} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = 12{,}63\,;$$

$$\sigma_в = \sqrt{\frac{(x_i - \overline{X_в})^2 f_i}{n}} = 4{,}695\,.$$

2. Обчислимо теоретичні частоти, врахувавши, що n = 200, різниця між двома сусідніми варіантами h = 2, $\sigma_в = 4{,}695$, за формулою

$$f_i^{'} = \frac{nh}{\sigma_{â}}\varphi(u_i) = 85{,}2\varphi(u_i)\,.$$

Складемо наступну таблицю (значення функції $\varphi(u_i)$ можна визначити за додатком 5)

x_i	$u_i = \dfrac{x_i - \overline{X_в}}{\sigma_в}$	$\varphi(u_i)$	$f_i' = 85,2\varphi(u_i)$
5	–1,62	0,1074	9,1
7	–1,20	0,1942	16,5
9	–0,77	0,2966	25,3
11	–0,35	0,3752	32,0
13	0,08	0,3977	33,9
15	0,51	0,3503	29,8
17	0,93	0,2589	22,0
19	1,36	0,1582	13,5
21	1,78	0,0818	7,0

3. Порівняємо емпіричні та теоретичні частоти

Складемо таблицю, з якої знайдемо розрахункове значення критерію

$$X^2_{роз} = \sum \frac{(fi - f_i')^2}{f_i'} .$$

f_i	f_i'	$\dfrac{(f_i - f_i')^2}{f_i'}$
15	9,1	3,8
26	16,5	3,6
25	25,3	0,0
30	32,0	0,1
26	33,9	1,9
21	29,8	2,3
24	22,0	0,2
20	13,5	3,0
13	7,0	5,1
$\sum$	–	$\mathrm{X}^2_{\text{ðîç}} = 20,0$

Отже, $\mathrm{X}^2_{\text{ðîç}} = 20,0$.

За таблицею критичних точок розподілу X^2 (додаток 4) за рівнем істотності α = 0,05 та числу ступенів свободи $k = s–3 = 9–3 = 6$ знаходимо критичну точку $X^2_{кр} = 12,6$.

Оскільки, $X^2_{роз} > X^2_{кр}$ – гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності відкидаємо. Іншими словами, емпіричні та теоретичні частоти різняться істотно.

Задача №3

Задано сукупність двох показників (незгруповані дані). Скласти рівняння лінійної регресії. Перевірити істотність коефіцієнта регресії. Обчислити коефіцієнт кореляції. Перевірити зв'язок між коефіцієнтом регресії та коефіцієнтом кореляції. Зобразити графічно фактичні дані та пряму регресії.

№	x	y	xy	x^2	y^2	Y	$(y-Y)^2$
1	1,1	23	25,3	1,21	529	24	1
2	1.4	25	35,0	1,96	625	27	4
3	1,2	26	31,2	1,44	676	25	1
4	2,0	33	66,0	4,00	1089	33	0
5	1,5	27	40,5	2,25	729	28	1
6	1,3	28	36,4	1,69	784	26	4
7	1,8	30	54,0	3.24	900	31	1
8	1,7	32	54,4	2,89	1024	30	4
$\sum$	**12,0**	**224**	**342,8**	**18,68**	**6356**	**224**	**16**

Лінійне рівняння регресії має вигляд

$$Y = a + bx$$

де параметри a і b визначаються за формулами

$$b = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - \left(\Sigma x\right)^2},$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

1. $\sum x = 12$; $\sum y = 224$; $\sum xy = 342,8$; $\sum x^2 = 18,68$;

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{12}{8} = 1,5;$ $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{224}{8} = 28$

2. Користуючись цими величинами, визначаємо:

$b = \frac{8 \cdot 342,8 - 12 \cdot 224}{8 \cdot 18,68 - 12^2} = 10,0;$

$a = 28 - 10,0 \cdot 1,5 = 13,0$

Отже, рівняння регресії має вигляд

$$Y = 13,0 + 10,0x.$$

За допомогою рівняння регресії обчислюємо теоретичні значення Y.

Рівняння регресії відбиває закон зв'язку між x і у не для окремих елементів сукупності, а для сукупності в цілому; закон, який абстрагує вплив інших факторів, виходить з принципу "за інших однакових умов". Вплив інших окрім x факторів зумовлює відхилення емпіричних значень *y* від теоретичних *Y* у той чи інший бік. Відхилення *(y–Y)* називають *залишками* і позначають символом *e*. Залишки, як правило, менші за відхилення від середньої, тобто $(y - Y) < (y - \bar{y})$.

3. Обчислимо дисперсії та перевіримо істотність коефіцієнта регресії:

Дисперсія факторної ознаки

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\bar{x}\right)^2 = \frac{18,68}{8} - 1,5^2 = 0,085,$$

загальна дисперсія результативної ознаки

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum y^2}{n} - \left(\bar{y}\right)^2 = \frac{6356}{8} - 28^2 = 10,5,$$

залишкова дисперсія

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum \left(y - Y\right)^2}{n} = \frac{16}{8} = 2.$$

У невеликих за обсягом сукупностях коефіцієнт регресії схильний до випадкових коливань. Тому слід перевірити його істотність. Коли зв'язок лінійний, істотність коефіцієнта регресії перевіряють за допомогою *t*-критерію Стьюдента (додаток 3), статистична характеристика якого для гіпотези H_0: $b = 0$ визначається відношенням коефіцієнта регресії b до власної стандартної похибки μ_b, тобто $t = b/\mu_b$.

Стандартна похибка коефіцієнта регресії залежить від варіації факторної ознаки σ_x^2, залишкової дисперсії σ_e^2 і числа ступенів свободи $k = n - m$, де m – кількість параметрів рівняння регресії:

$$\mu_b = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2 \left(n - m\right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,085\left(8 - 2\right)}} \approx 2,0 .$$

$t = \dfrac{b}{\mu_b} = \dfrac{10}{2} = 5$, що перевищує критичне значення *t*-критерію Стьюдента $t_{0,95(6)} = 2,45$.

Гіпотеза про випадковий характер коефіцієнта регресії відхиляється, а отже, з імовірністю 0,95 він зернових визнається істотним.

4. Обчислимо коефіцієнт кореляції

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\,\bar{y}}{n\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} = \frac{342,8 - 8 \cdot 1,5 \cdot 28}{8\sqrt{0,085 \cdot 10,5}} = 0,9$$

5. Перевіримо зв'язок між коефіцієнтом регресії та коефіцієнтом кореляції.

$$r = b\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 10,0\sqrt{\frac{0,085}{10,5}} = 0,9\ .$$

Задача №4

Задано сукупність двох показників (згруповані дані). Обчислити коефіцієнт кореляції. Скласти рівняння лінійної регресії. Перевірити істотність коефіцієнта кореляції.

$Y \backslash X$	20	25	30	35	40	f_y
16	4	6				10
26		8	10			18
36			32	3	9	44
46			4	12	6	22
56				1	5	6
f_x	4	14	46	16	20	n=100

1. перейдемо до умовних варіант

$$u_i = \frac{x_i - C_x}{h_x}; \; v_i = \frac{y_i - C_y}{h_y}.$$

"Умовні нулі" C_x = 30, C_y = 36, різниці між варіантами h_x = 5, h_y = 10.

$v \backslash u$	–2	–1	0	1	2	f_u
–2	4	6				10
–1		8	10			18
0			32	3	9	44
1			4	12	6	22
2				1	5	6
f_v	4	14	46	16	20	n = 100

2. Обчислимо $\bar{u}$ та $\bar{v}$:

$$\bar{u} = \frac{\sum u f_u}{n} = \frac{4\cdot(-2) + 14\cdot(-1) + 46\cdot 0 + 16\cdot 1 + 20\cdot 2}{100} = 0{,}34;$$

$$\bar{v} = \frac{\sum v f_v}{n} = \frac{10\cdot(-2) + 18\cdot(-1) + 44\cdot 0 + 22\cdot 1 + 6\cdot 2}{100} = -0{,}04.$$

3. Обчислимо допоміжні величини $\overline{u^2}$ та $\overline{v^2}$:

$$\overline{u^2} = \frac{\sum u^2 f_u}{n} = \frac{4\cdot 4 + 14\cdot 1 + 46\cdot 0 + 16\cdot 1 + 20\cdot 4}{100} = 1{,}26;$$

$$\overline{v^2} = \frac{\sum v^2 f_v}{n} = \frac{10\cdot 4 + 18\cdot 1 + 44\cdot 0 + 22\cdot 1 + 6\cdot 4}{100} = 1{,}04.$$

4. Обчислимо σ_u та σ_v:

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\overline{u})^2} = \sqrt{1,26 - 0,34^2} = 1,07\ ;$$

$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\overline{v})^2} = \sqrt{1,04 - 0,04^2} = 1,02\ .$$

5. Обчислимо величину $\sum f_{uv}uv$, для чого складемо таблицю (табл. 2):

6. Обчислимо коефіцієнт кореляції:

$$r = \frac{\sum f_{uv}uv - n\overline{u}\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v} = \frac{82 - 100 \cdot 0,34 \cdot (-0,04)}{100 \cdot 1,07 \cdot 1,02} = 0,76\ .$$

Таблиця 2

v \ u	–2	–1	0	1	2	$U=\sum f_{uv}u$	vU
–2	–8 4 –8	–6 6 –12				–14	28
–1		–8 8 –8	0 10 –10			18	8
0			0 32 0	3 3 0	18 9 0	21	0
1			0 4 4	12 12 12	12 6 6	24	24
2				1 1 2	10 5 10	11	22
$V=\sum f_{uv}v$	–8	–20	–6	14	16	Контроль	82
uV	16	20	0	14	32	82	

7. Обчислимо $\overline{x}$ та $\overline{y}$:

$\overline{x} = \overline{u}h_x + C_x = 0,34 \cdot 5 + 30 = 31,70$;

$\overline{y} = \overline{v}h_y + C_y = (-0,04) \cdot 10 + 36 = 35,60$.

8. Обчислимо σ_x та σ_y:

$\sigma_x = h_1 \cdot \sigma_u = 5 \cdot 1,07 = 5,35$;

$\sigma_y = h_2 \cdot \sigma_v = 10 \cdot 1,02 = 10,2$.

9. Отримаємо рівняння регресії:

$$Y - \overline{y} = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x});$$

$$Y - 35,6 = 0,76\frac{10,2}{5,35}(x - 31,7);$$

$$Y = 1,45x - 10,36.$$

10. Перевіримо істотність коефіцієнта кореляції:

Обчислимо фактичне значення критерію

$$t_{\hat{o}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,76\sqrt{100-2}}{\sqrt{1-0,76^2}} = 11,6.$$

За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента за рівнем істотності $\alpha = 0,05$ та числом ступенів свободи $k = n - 2 = 98$ знаходимо критичне значення $t_{кр}(0,05;\ 98) = 1,9$. Оскільки $t_{\hat{o}} > t_{кр}$ – нульову гіпотезу про рівність нулю коефіцієнта кореляції відкидаємо. Інакше кажучи, коефіцієнт кореляції істотно відрізняється від нуля; відповідно X та Y корельовані.

Задача №5

Задано сукупність двох показників. Скласти рівняння регресії другого порядку. Обчислити кореляційне відношення та перевірити його істотність при рівні істотності $\alpha = 0$.

Знайти вибіркове рівняння регресії $Y = Ax^2 + Bx + C$ за даними, наведеними в таблиці.

$Y \backslash X$	2	3	5	f_y
25	20	–	–	20
45	–	30	1	31
110	–	1	48	49
f_x	20	31	49	$n = 100$

1. Складемо розрахункову таблицю

x	f_x	$\overline{y}_x$	xf_x	$x^2 f_x$	$x^3 f_x$	$x^4 f_x$	$f_x\ \overline{y}_x$	$f_x\ \overline{y}_x\ x$	$f_x\ \overline{y}_x\ x^2$
2	20	25	40	80	160	320	500	1000	2000
3	31	47,1	93	279	837	2511	1460	4380	13141
5	49	108,67	245	1225	6125	30625	5325	26624	133121
Σ	100	–	378	1584	7122	33456	7285	32004	148262

2. Для визначення коефіцієнтів *A, B, C* розв’яжемо наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} \left(\sum f_x x^4\right)A + \left(\sum f_x x^3\right)B + \left(\sum f_x x^2\right)C = \sum f_{\ x}\overline{y}_x x^2 \\ \left(\sum f_x x^3\right)A + \left(\sum f_x x^2\right)B + \left(\sum f_x x\right)C = \sum f_{\ x}\overline{y}_x x \\ \left(\sum f_x x^2\right)A + \left(\sum f_x x\right)B + nC = \sum f_{\ x}\overline{y}_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 33456A + 7122B + 1584C = 148262 \\ 7122A + 1584B + 378C = 32004 \\ 1584A + 378B + 100C = 7285 \end{cases}$$

Отримаємо такі значення: A = 2,94, B = 7,27, C = –1,25.

3. Запишемо рівняння регресії

$Y = 2,94x^2 + 7,27x - 1,25$.

4. Для того щоб обчислити кореляційне відношення η_{xy}, попередньо визначимо

Загальну середню $\bar{y} = \frac{\sum y f_y}{n} = \frac{20 \cdot 25 + 31 \cdot 45 + 49 \cdot 110}{100} = 72{,}85$.

Загальну дисперсію

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum f_y \left(y - \bar{y}\right)^2}{n} =$$

$$= \frac{20\left(25 - 72{,}85\right)^2 + 31\left(45 - 72{,}85\right)^2 + 49\left(110 - 72{,}85\right)^2}{100} = 1374 .$$

Міжгрупова дисперсія

$$\sigma_{\bar{y}x}^2 = \frac{\sum f_x \left(\bar{y}_x - \bar{y}\right)^2}{n} =$$

$$= \frac{20\left(25 - 72{,}85\right)^2 + 31\left(47{,}1 - 72{,}5\right)^2 + 49\left(108{,}67 - 72{,}85\right)^2}{100} = 1093 .$$

Тоді кореляційне відношення $\eta_{xy}^2 = \frac{\sigma_{\bar{y}x}^2}{\sigma_y^2} = \frac{1093}{1374} = 0{,}80$.

5. Перевіримо істотність кореляційного відношення.

Для цього за таблицею критичних значень за числом ступенів свободи для факторної дисперсії $k_1 = m - 1 = 3 - 1 = 2$ та залишкової дисперсії $k_2 = n - m = 100 - 3 = 97$ (m – число груп або параметрів функції, n – обсяг сукупності), визначаємо критичне значення $\eta_{\hat{e}\eth}^2 = 0{,}049$ (додаток 6).

Розраховане значення $\eta_{xy}^2 = 0{,}80$ значно перевищує критичне, а отже, гіпотеза про випадковий характер кореляційного відношення відхиляється і зв'язок між ознаками вважається істотним.

Завдання для контрольних робіт

Теоретична частина

(Номер варіанта визначається за останньою цифрою номера залікової книжки)

1. Історичні етапи розвитку статистики як науки.
2. Предмет статистики.
3. Поняття спостереження.
4. Статистичні дані та вимоги до них.
5. Етапи проведення статистичного спостереження.
6. Статистичне зведення.
7. Принципи формування груп.
8. Суть і види статистичних показників.
9. Абсолютні та відносні величини.
10. Середні величини.
11. Закономірність розподілу.
12. Характеристики центра розподілу.
13. Характеристики варіації.
14. Характеристики форми розподілу.
15. Види та взаємозв'язок дисперсій.
16. Суть вибіркового спостереження.
17. Вибіркові оцінки середньої та середнього квадратичного відхилення.
18. Різновиди вибірок.
19. Визначення обсягу вибірки.
20. Статистична перевірка гіпотез.
21. Види взаємозв'язків.
22. Регресійний аналіз.
23. Оцінка щільності та перевірка істотності кореляційного зв'язку.
24. Рангова кореляція.
25. Суть і складові елементи динамічного ряду.
26. Характеристики інтенсивності динаміки.
27. Середня абсолютна та відносна швидкість розвитку.
28. Характеристика основної тенденції розвитку.
29. Оцінка коливань та сталості динаміки.
30. Система показників статистики навколишнього середовища.
31. Показники статистики земельного фонду.
32. Показники статистики лісових ресурсів.
33. Показники статистики корисних копалин.
34. Показники статистики водних ресурсів.

Остання цифра номеру залікової книжки	Номери питань
1	1, 11, 21, 31
2	2, 12, 22, 32
3	3, 13, 23, 33
4	4, 14, 24, 34
5	5, 15, 25, 1
6	6, 16, 26, 2
7	7, 17, 27, 3
8	8, 18, 28, 4
9	9, 19, 29, 5
0	10, 20, 30, 6

Практична частина

Задача №1

Остання цифра номеру залікової книжки	Сукупність X	Надійність γ
1	209, 135, 187, 172, 208, 181, 157, 185, 198, 162, 161, 183, 227, 159, 162, 179, 176, 171, 183, 212, 206, 158, 131, 172, 148, 163, 184, 197, 153, 164, 215, 200, 199, 154, 175, 147, 167, 192, 173, 167, 126, 191, 216, 146, 189, 144, 194, 173, 174, 168.	0,95
2	123, 143, 175, 111, 106, 127, 130, 129, 137, 104, 84, 104, 148, 158, 164, 185, 103, 101, 92, 138, 144, 116, 99, 125, 159, 118, 146, 160, 177, 134, 116, 198, 169, 154, 145, 121, 135, 184, 117, 126, 136, 146, 74, 123, 119, 151, 132, 139, 121, 144.	0,99
3	83, 58, 79, 116, 122, 66, 98, 73, 96, 63, 93, 42, 57, 46, 84, 86, 39, 48, 56, 62, 91, 82, 85, 64, 110, 75, 95, 57, 90, 97, 135, 59, 63, 56, 95, 74, 87, 91, 53, 62, 127, 73, 89, 67, 68, 105, 48, 72, 106, 88.	0,999
4	79, 37, 90, 64, 57, 124, 26, 74, 68, 25, 98, 88, 79, 65, 34, 55, 89, 69, 71, 114, 108, 42, 87, 77, 93, 64, 83, 46, 74, 53, 85, 103, 95, 47, 73, 117, 83, 33, 63, 49, 92, 81, 52, 58, 75, 80, 67, 106, 91, 72.	0,95
5	163, 116, 129, 138, 147, 177, 197, 156, 133, 140, 162, 155, 146, 124, 137, 149, 183, 107, 144, 152, 115, 121, 114, 148, 174, 161, 153, 135, 158, 168, 145, 135, 126, 195, 154, 96, 148, 105, 127, 134, 143, 153, 169, 154, 112, 131, 144, 104, 159, 171.	0,99
6	255, 241, 219, 232, 211, 234, 260, 256, 224, 249, 228, 287, 283, 226, 267, 225, 222, 245, 236, 224, 251, 214, 242, 265, 195, 276, 238, 231, 256, 244, 236, 231, 275, 268, 235, 209, 261, 254, 246, 223, 206, 281, 295, 271, 247, 237, 262, 253, 243, 248.	0,999

Остання цифра номеру залікової книжки	Сукупність X	Надійність γ
7	168, 139, 124, 144, 195, 165, 151, 132, 127, 106, 131, 153, 126, 145, 134, 114, 184, 171, 156, 134, 154, 146, 166, 136, 112, 147, 156, 150, 127, 143, 115, 147, 187, 175, 158, 137, 162, 148, 137, 149, 161, 177, 159, 138, 142, 126, 153, 161, 178, 141.	0,95
8	159, 142, 170, 163, 133, 117, 144, 162, 203, 197, 156, 157, 146, 136, 187, 163, 157, 128, 173, 165, 152, 214, 148, 137, 182, 177, 149, 121, 155, 147, 166, 169, 151, 155, 185, 174, 145, 132, 154, 144, 175, 167, 143, 130, 202, 194, 125, 153, 176, 168.	0,99
9	76, 62, 88, 79, 57, 106, 83, 28, 63, 24, 64, 55, 92, 78, 43, 31, 84, 71, 60, 48, 51, 35, 95, 56, 64, 36, 72, 77, 66, 44, 85, 75, 50, 59, 67, 69, 46, 42, 88, 74, 39, 16, 53, 47, 97, 86, 68, 41, 75, 58.	0,999
0	15, 28, 36, 19, 63, 52, 24, 36, 54, 12, 26, 34, 44, 19, 28, 54, 35, 71, 60, 48, 51, 35, 25, 54, 26, 38, 57, 56, 26, 39, 56, 64, 36, 16, 56, 24, 29, 31, 29, 45, 32, 18, 29, 35, 52, 45, 57, 28, 27, 26.	0,95

Задача №2

Остання цифра номеру залікової книжки	Розподіл сукупності X	Рівень істотності α
1	x_i = 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16. f_i = 8; 16; 40; 76; 81; 36; 18; 10.	0,01
2	x_i = 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24. f_i = 5; 14; 20; 34; 41; 18; 7; 5.	0,025
3	x_i = 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23. f_i = 6; 8; 13; 15; 20; 16; 10; 7; 5.	0,05
4	x_i = -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14. f_i = 5; 9; 14; 16; 18; 21; 15; 9; 6; 8.	0,01
5	x_i = -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. f_i = 14; 18; 32; 41; 70; 69; 31; 20; 36; 10.	0,025
6	x_i = -5; 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40. f_i = 6; 9; 26; 25; 30; 26; 21; 24; 20; 12.	0,05
7	x_i = -20; -10; 0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70. f_i = 6; 8; 25; 19; 34; 48; 26; 17; 9; 7.	0,01
8	x_i = -4; -1; 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23. f_i = 5; 7; 15; 14; 21; 24; 16; 9; 7; 6.	0,025
9	x_i = 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23. f_i = 2; 4; 6; 10; 18; 20; 16; 11; 7; 5; 1.	0,05
0	x_i = -13; -10; -7; -4; -1; 2; 5; 8; 11; 14. f_i = 5; 6; 14; 32; 43; 39; 30; 20; 6; 4.	0,01

Задача №3

Остання цифра номеру залікової книжки	Сукупність двох показників X та Y	Рівень істотності α
1	x_i = 57,6; 45,8; 50,7; 44,4; 42,9; 53,9; 44,8; 45,6; 44,2; 45,8 y_i = 3,8; 3,1; 5,2; 2,6; 2,5; 5,0; 3,6; 2,8; 4,0; 4,1	0,1
2	x_i = 1,1; 1,6; 1,2; 1,5; 2,1; 1,7; 1,3; 2,2; 2,0; 1,7; 1,2; 1,8 y_i = 25,6; 33,3; 28,2; 32,0; 37,1; 34,2; 29,7; 36,6; 36,9; 35,1; 27,0; 35,9	0,05
3	x_i = 13,1; 13,3; 13,7; 14,1; 13,2; 13,9; 13,1; 13,6; 14,5; 13,2. y_i = 1,45; 1,36; 1,32; 1,31; 1,40; 1,32; 1,43; 1,33; 1,31; 1,42	0,02
4	x_i = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 12. y_i = 0,6; 2,8; 5,4; 7,5; 10,2; 12,7; 13,9; 13,2; 12,8; 10,1	0,01
5	x_i = 59; 61; 61; 62; 64; 64; 64; 66; 66; 66; 67; 68. y_i = 18; 24; 25; 28; 35; 36; 32; 31; 30; 31; 31; 29	0,002
6	x_i = 42; 65; 86; 102; 110; 126; 132; 148; 157; 174. y_i = 14; 17; 18; 20; 23; 21; 22; 25; 26; 28	0,001
7	x_i = 14,7; 15,3; 15,6; 15,8; 16,1; 16,2; 16,5; 16,7; 17,2; 17,3 y_i = 125; 128; 130; 133; 129; 132; 137; 134; 135; 142	0,1
8	x_i = 5; 7; 7; 14; 14; 15; 18; 20. y_i = 78; 95; 85; 55; 53; 52; 30; 26.	0,05
9	x_i = 23,0; 24,0; 24,5; 24,5; 25,0; 25,5; 26,0; 26,0; 26,5; 26,5; 27,0. y_i = 0,48; 0,50; 0,49; 0,50; 0,51; 0,52; 0,51; 0,53; 0,50; 0,52; 0,54.	0,02
0	x_i = 71; 72; 73; 74; 75; 76; 77; 78; 79; 80. y_i = 8,6; 8,9; 8,9; 9,0; 9,1; 9,2; 9,2; 9,3; 9,4, 9,6	0,01

Задача №4

<table>
<tr><th>Остання цифра номеру залікової книжки</th><th>Сукупність двох показників X та Y</th><th>Рівень істотності α</th></tr>
<tr><td>1</td><td>
<table>
<tr><td>X \ Y</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>f_y</td></tr>
<tr><td>100</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>120</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>140</td><td></td><td></td><td>8</td><td>10</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>160</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>180</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,01</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
<table>
<tr><td>X \ Y</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>f_y</td></tr>
<tr><td>100</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>120</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>140</td><td></td><td></td><td>8</td><td>10</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>160</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>180</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
<table>
<tr><td>X \ Y</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>f_y</td></tr>
<tr><td>100</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>120</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>140</td><td></td><td></td><td>5</td><td>10</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>160</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td>6</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>180</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,02</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
<table>
<tr><td>X \ Y</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>f_y</td></tr>
<tr><td>0</td><td>18</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>10</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td><td>7</td><td>12</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>5</td><td>
<table>
<tr><td>X \ Y</td><td>0</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>f_y</td></tr>
<tr><td>7</td><td>19</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td>2</td><td>14</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>19</td><td></td><td>3</td><td>22</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>25</td><td></td><td></td><td></td><td>15</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>21</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,05</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Остання цифра номеру залікової книжки</th><th>Сукупність двох показників X та Y</th><th>Рівень істотності α</th></tr>
<tr><td>6</td><td>
<table>
<tr><th>Y
X</th><th>18</th><th>23</th><th>28</th><th>33</th><th>38</th><th>43</th><th>48</th><th>f_y</th></tr>
<tr><td>125</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>150</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>175</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>200</td><td></td><td></td><td>1</td><td>8</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>225</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>250</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td>7</td><td>
<table>
<tr><th>Y
X</th><th>22</th><th>25</th><th>28</th><th>31</th><th>34</th><th>f_y</th></tr>
<tr><td>117</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>122</td><td></td><td>2</td><td>6</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>127</td><td></td><td>1</td><td>5</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>132</td><td></td><td>1</td><td>6</td><td>7</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>137</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>142</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>147</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,01</td></tr>
<tr><td>8</td><td>
<table>
<tr><th>Y
X</th><th>6</th><th>12</th><th>18</th><th>24</th><th>30</th><th>36</th><th>f_y</th></tr>
<tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>40</td><td></td><td></td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td></td><td></td><td>2</td><td>18</td><td>10</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>60</td><td></td><td>6</td><td>14</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>70</td><td></td><td>6</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>80</td><td>4</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>90</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,002</td></tr>
<tr><td>9</td><td>
<table>
<tr><th>Y
X</th><th>6</th><th>10</th><th>14</th><th>18</th><th>f_y</th></tr>
<tr><td>1</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>14</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>2</td><td>18</td><td>9</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,001</td></tr>
<tr><td>0</td><td>
<table>
<tr><th>Y
X</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>f_y</th></tr>
<tr><td>10</td><td>20</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>20</td><td>7</td><td>15</td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>30</td><td></td><td>3</td><td>17</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>40</td><td></td><td></td><td>8</td><td>13</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>42</td><td></td></tr>
<tr><td>f_x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>0,02</td></tr>
</table>

Задача №5

<table>
<tr><th>Остання цифра номеру залікової книжки</th><th>Сукупність двох показників</th><th>Рівень істотності α</th></tr>
<tr><td>1</td><td>
<table>
<tr><td>X
Y</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>f_x</td></tr>
<tr><td>0</td><td>18</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>10</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td></td><td>7</td><td>12</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>17</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td rowspan="5">0,05</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
<table>
<tr><td>X
Y</td><td>0</td><td>4</td><td>6</td><td>7</td><td>10</td><td>f_x</td></tr>
<tr><td>7</td><td>19</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td>2</td><td>14</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>40</td><td></td><td>3</td><td>22</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>80</td><td></td><td></td><td></td><td>15</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>200</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>21</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
<table>
<tr><td>X
Y</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>f_x</td></tr>
<tr><td>1</td><td>50</td><td>5</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>35</td><td></td><td>44</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td></td><td>5</td><td>45</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
<table>
<tr><td>X
Y</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>f_x</td></tr>
<tr><td>10</td><td>20</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11</td><td>7</td><td>15</td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>20</td><td></td><td>3</td><td>17</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>35</td><td></td><td></td><td>8</td><td>13</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>42</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>5</td><td>
<table>
<tr><td>X
Y</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>f_x</td></tr>
<tr><td>200</td><td>41</td><td>7</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>300</td><td>1</td><td>52</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>400</td><td></td><td>8</td><td>40</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Остання цифра номеру залікової книжки</th><th>Сукупність двох показників</th><th>Рівень істотності α</th></tr>
<tr><td>6</td><td>
<table>
<tr><th>X
Y</th><th>6</th><th>30</th><th>50</th><th>f_x</th></tr>
<tr><td>1</td><td>15</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>14</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td>2</td><td>18</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td rowspan="5">0,05</td></tr>
<tr><td>7</td><td>
<table>
<tr><th>X
Y</th><th>1</th><th>9</th><th>19</th><th>f_x</th></tr>
<tr><td>0</td><td>13</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>23</td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>8</td><td>
<table>
<tr><th>X
Y</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>f_x</th></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>18</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>20</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>2</td><td>10</td><td>5</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td>12</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>17</td><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>9</td><td>
<table>
<tr><th>X
Y</th><th>0</th><th>4</th><th>6</th><th>7</th><th>10</th><th>f_x</th></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>19</td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td></td><td></td><td></td><td>14</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>40</td><td></td><td>2</td><td>22</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>80</td><td></td><td>15</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>200</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>0</td><td>
<table>
<tr><th>X
Y</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>f_x</th></tr>
<tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>1</td><td>3</td><td>15</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>20</td><td></td><td>4</td><td>17</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>35</td><td>7</td><td>13</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>50</td><td>42</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f_y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Додаток 1

Таблиця значень $t = t(\gamma, n)$

n \ γ	**0,95**	**0,99**	**0,999**	n \ γ	**0,95**	**0,99**	**0,999**
5	2,78	4,60	8,61	**20**	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	**25**	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	**30**	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	**35**	2,032	2,720	3,600
9	2,31	2,36	5,04	**40**	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	**45**	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	**50**	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	**60**	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	**70**	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	**80**	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	**90**	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	**100**	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	**120**	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Додаток 2

Таблиця значень $q = q(\gamma, n)$

n \ γ	**0,95**	**0,99**	**0,999**	n \ γ	**0,95**	**0,99**	**0,999**
5	1,37	2,67	5,64	**20**	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	**25**	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	**30**	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	**35**	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	**40**	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	**45**	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	**50**	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	**60**	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	**70**	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	**80**	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	**90**	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	**100**	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	**150**	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	**200**	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	**250**	0,089	0,120	0,162

Додаток 3

Значення критичних точок розподілу Стьюдента

Число ступенів свободи k	Критичні точки розподілу Стьюдента t					
	Значення ймовірності γ					
	0,9	**0,95**	**0,98**	**0,99**	**0,998**	**0,999**
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Додаток 4

Значення критичних точок розподілу χ^2

Число ступенів свободи k	Критичні точки розподілу χ^2					
	Рівень істотності α					
	0,01	**0,025**	**0,05**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Додаток 5

Таблиця значень функції $\varphi(\mathrm{u}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{u}^2}{2}}$

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0001
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Додаток 6

Критичні значення коефіцієнта детермінації R^2 та кореляційного відношення η^2 для рівня істотності α = 0,05

k_2 \ k_1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
5	0,569	0,699	0,764	0,806	0,835
6	500	632	704	751	785
7	444	575	651	702	739
8	399	527	604	657	697
9	362	488	563	618	659
10	332	451	527	582	624
12	283	394	466	521	564
14	247	348	417	471	514
16	219	312	378	429	477
18	197	283	345	394	435
20	179	259	318	364	404
24	151	221	273	316	353
28	130	193	240	279	314
32	115	171	214	250	282
36	102	153	192	226	256
40	093	139	176	207	234
50	075	113	143	170	194
60	063	095	121	144	165
80	047	072	093	110	1г7
100	038	058	075	090	103
120	032	049	063	075	087
200	019	030	038	046	053

Література

1. Герасименко С.С., Головач А.В., Єріна А.М., Козирєв О.В. Статистика: Підручник /За ред. С.С. Герасименка. -2-ге вид., перероб. і доп. – К.: КНЕУ, 2000. – 467 с.
2. Гихман И.И.. Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. –К.: Вища школа, 1979. – 408 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. -8-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
4. Головач А.В., Єріна А.М., Козирєв О.В. Атаманчук А.М., Герасименко С.С. Статистика: Підручник / За ред. А.В.Головача, А.М. Єріної, О.В. Козирєва. – К.: Вища школа, 1993. – 623 с.
5. Головач А.В., Єріна А.М., Козирєв О.В. Атаманчук А.М., Герасименко С.С. Статистика. Збірник задач: Підручник / За ред. А.В. Головача, А.М. Єріної, О.В. Козирєва. – К.: Вища школа, 1994. – 448 с.
6. Данилко В.К. Статистика охорони повітряного басейну Житомирщини. – Житомир: Житомирське обласне управління статистики, 2000. – 122 с.
7. Турчин В.М. Математична статистика: Посібник. – К.: Академия, 1999. – 240 с.
8. Уманець Т.В., Пігарєв Ю.Б. Статистика: Навчальний посібник. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.