

КВАНТУВАННЯ В СИСТЕМАХ ЦИФРОВОГО ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ

1. Квантування сигналів в цифрових системах

Цифрова система обробки сигналів – це дискретна система, яка описується різницеvim рівнянням і реалізована програмним шляхом на цифрових сигнальних процесорах або ж апаратним шляхом в вигляді спеціалізованого цифрового обчислювача.

Для представлення коефіцієнтів системи (коефіцієнти різницевого рівняння або системної функції) та відліків сигналу, що опрацьовується, в цифровій системі використовуються елементи пам'яті (реєстри, комірки пам'яті), розрядність яких скінчена. Операційні пристрої (суматори, помножувачі) також мають обмежену розрядність.

Відповідно, коефіцієнти системи та відліки сигналу представляються з обмеженою точністю. Обмеженість розрядності елементів пам'яті та операційних пристроїв системи приводять до операції квантування.

Квантування – це нелінійна операція. Її введення в алгоритм обробки сигналу викликає появу помилок при його реалізації. Сукупність цих помилок називають помилками (шумами) квантування.

В даному підрозділі описується форми представлення та способи кодування чисел, ефекти пов'язані з виконанням арифметичних операцій над числами, способи квантування чисел, джерела помилок квантування та їх властивості, а також приводяться оцінки шумів квантування вхідного сигналу та оцінки відповідного шуму квантування на виході системи.

1.1. Представлення та кодування чисел. Як уже відзначалося, дискретний сигнал являє собою послідовність відліків (чисел), що можуть отримувати довільні значення в деякому діапазоні. А цифровий сигнал – це квантований по рівню дискретний сигнал, тобто квантована послідовність відліків, які можуть приймати лише кінцевий ряд дискретних по величині значень – рівнів квантування. Значення відліків цифрового сигналу представляються числами в обраній системі числення. Як правило, в пристроях цифрової обробки сигналів числа представляються в двійковій системі числення.

В системах цифрової обробки сигналів використовуються дві форми представлення чисел:

- з фіксованою точкою;
- з плаваючою точкою.

Представлення чисел в формі з *фіксованою точкою* (ФТ) означає, що в межах заданого формату для всіх чисел логічно фіксуються однакове місцезнаходження точки, яка розділяє цілу та дробові частини числа. Старший розряд числа використовується, як знаковий, всі інші розряди рахуюмо, як значні. Після старшого знакового розряду логічно фіксується точка.

Символьне значення формату, в якому представлено двійкове число A має вигляд 2^b , де b – кількість розрядів числа A . На рисунку 1 показано двійкове число в формі з фіксованою точкою.

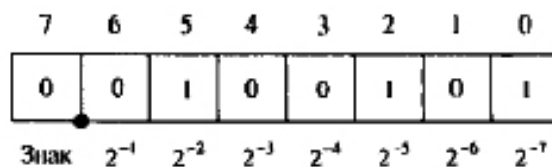


Рисунок 1 – Формат представлення двійкових чисел з фіксованою точкою

Діапазон абсолютних значень чисел A в формі з ФТ складає $0 \leq |A| \leq 1 - 2^{-b}$.

При математичних операціях результат може вийти за верхню межу діапазону $|A| \geq 1$ і тим самим викликати суттєву похибку. Для усунення переповнення в системах ЦОС з ФТ вводиться масштабування даних, при цьому всі математичні операції виконуються з числами A , по абсолютному значенні меншими за одиницю.

Для кодування чисел з ФТ застосовують два основні способи: прямий та додатковий.

Прямий код числа A формується по наступному правилу. В знаковий розряд записується нуль (для додатніх чисел) та одиниця (для від’ємних), значущі розряди відповідають дробовій частині числа. Після старшого знакового розряду логічно фіксується точка, яка відокремлює цілу частину від дробової. Це правило має вигляд:

$$[A]_{np} = \begin{cases} 0, a_1, a_2 \dots a_b & \text{при } A \geq 0, \\ 1, a_1, a_2 \dots a_b & \text{при } A < 0. \end{cases}$$

Додатковий код більш часто використовується в системах ЦОС, оскільки арифметичні дії над числами із знаком, представленими в додатковому коді, виконуються як над беззнаковими (числами, що мають позитивний знак по замовчуванню).

Додатковий код числа A формується за наступним правилом. Якщо число позитивне, то додатковий код співпадає з прямим кодом, тобто $[A]_{\text{дод}} = [A]_{np}$. Для негативних чисел в знаковий розряд записується одиниця, а значущі розряди початкового числа інвертуються (0 замінюється 1 і навпаки) і до молодшого значущого розряду отриманого числа додається 1 з дотриманням правил складання двійкових чисел, тобто

$$[A]_{\text{дод}} = \begin{cases} 0, a_1, a_2 \dots a_b & \text{при } A \geq 0, \\ 1, \bar{a}_1, \bar{a}_2 \dots \bar{a}_b + 2^{-b} & \text{при } A < 0. \end{cases}$$

Представлення числа A в формі з плаваючою точкою (ПТ) ґрунтується на записі

$$A = \mu s^{\pm \gamma},$$

де s – основа системи числення; μ – мантиса, число з знаком, представлене в формі з ФТ;

γ – порядок.

Для усунення неоднозначності та спрощення математики чисел з ПТ з всіх можливих варіантів представлення числа A найбільш часто обирають формат, з так званою, нормалізованою формою. Нормалізована форма відповідає такому представленню числа, коли ціла частина мантиси рівна нулю, а перша значуща цифра дробової частини відмінна від нуля.

1.2. Способи квантування чисел. Загалом квантування числа – це його представлення за допомогою кінцевої кількості (b) значущих розрядів. Операція квантування є нелінійною та вносить в представлене число помилку

$$\varepsilon = F(A) - A,$$

де A – число до квантування; $F(A)$ –

Кроком квантування Q називається відстань між двома сусідніми рівнями квантування. Розглянемо операцію квантування з постійним кроком $Q = const$.

процес квантування відліків дискретної послідовності показано на рис. 2. Процедура квантування може здійснюватися двома способами: за допомогою округлювання та урізання.

При *округленні* числа A до b значущих розрядів вихідне k -розрядне число замінюється на саме близьке b -розрядне. На рисунку 3,а наведено графік щільності розподілу ймовірностей похибки квантування при округленні.

При *урізанні* k -розрядного числа до b значущих розрядів $k > b$ молодші розряди вихідного числа урізаються. На рисунку 3,б наведена відповідна характеристики похибок квантування при урізанні.

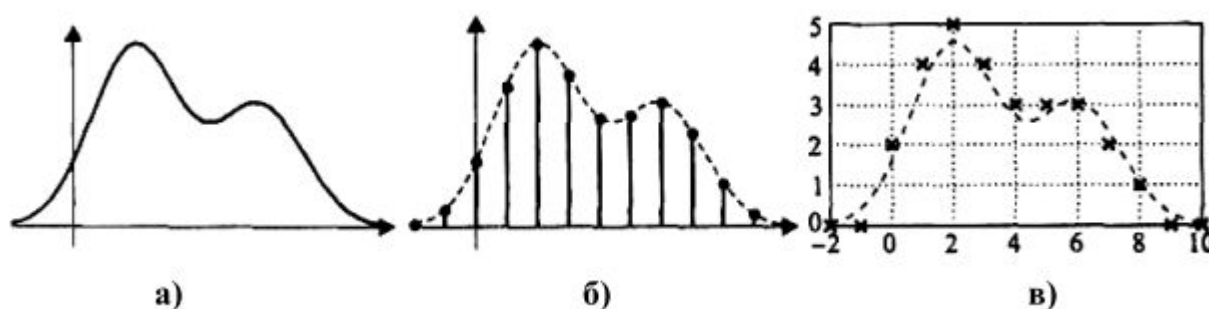


Рисунок 2 - Аналоговий (а), дискретний (б) і цифровий (в) сигнали

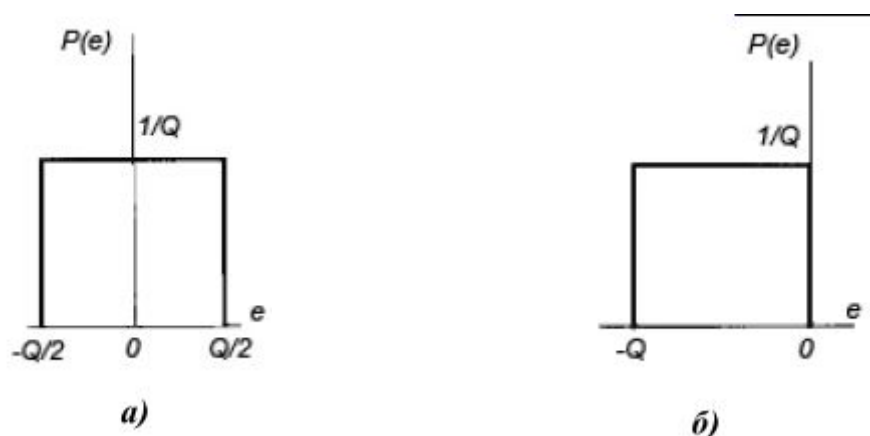


Рисунок 3 – Щільність ймовірностей похибок квантування при округленні (а) та при урізанні (б)

1.3. Моделі процесу квантування. Джерелами помилок квантування в ЦОС є:

- аналого-цифрові перетворення, при яких квантуються вхідні

- множення цифрових сигналів, результатом чого є округлення або урізання;
- квантування коефіцієнтів цифрової системи.

Нелінійна модель процесу квантування показана на рисунку 4,а, де $d(n)$ – квантований сигнал (дискретний або k – розрядний цифровий); $p(n)$ – квантований сигнал (b –розрядний цифровий, $b > k$).

Спрощена лінійна модель процесу квантування представлена на рисунку 4,б, де $e(n) = F\{d(n)\} - d(n)$ – адитивний дискретний сигнал, що представляє собою помилка квантування (шум квантування).

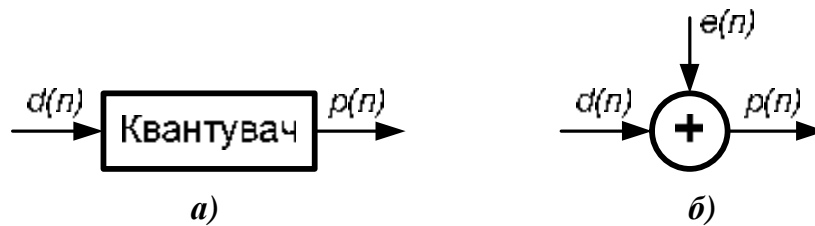


Рисунок 4 – Моделі процесу квантування: нелінійна (а) і лінійна (б)

1.4. Гіпотези про властивості квантування. Для сигналу помилки квантування $e(n)$ вводяться наступні припущення:

- послідовність $e(n)$ є стаціонарним і ергодичним дискретним випадковим процесом (стаціонарний процес володіє властивістю ергодичності, якщо середнє за часом випадкового процесу співпадає з середнім по множині реалізацій випадкового процесу);
- розподіл ймовірності помилок є рівномірним по діапазону помилок квантування (див. рисунок 3).
- будь-які два відліки послідовності $e(n)$ є некорельованими між собою, тобто послідовність $e(n)$ є випадковим процесом типу «білий шум»;
- послідовність $e(n)$ некорельована з квантованою послідовністю $d(n)$.

Введення вказаних допущень дозволяє спростити аналіз ефектів квантування сигналів в цифрових системах.

2. Шум аналого-цифрового перетворення

На практиці вхідний сигнал цифрової системи формується в аналого-цифровому перетворювачі (АЦП), який виконує дискретизацію та квантування значущих розрядів вхідного аналогового сигналу. Помилка квантування вхідного сигналу, яка при цьому з'являється, називають шумом АЦП.

2.1 Лінійна модель процесу квантування в АЦП. Для приблизного опису нелінійної операції квантування вхідного сигналу при аналізі цифрових систем використовується лінійна модель процесу квантування вхідного сигналу (див. рисунок 5).

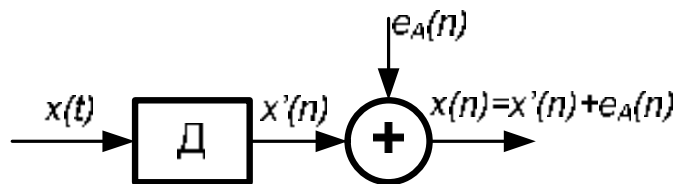


Рисунок 5 – Лінійна модель процесу квантування вхідного сигналу

Дискретизатор D перетворює аналоговий сигнал $x(t)$ в послідовність, до якої додається шум АЦП, який враховує помилку квантування $e_A(n)$ при формуванні b_A значущих розрядів цифрової послідовності. Чим більша розрядність АЦП тим менший його шум, а сам пристрій стає складніше та дорожче. Вихідний сигнал лінійної моделі – квантований (цифровий) сигнал $x(n)$.

Наведемо ймовірнісні оцінки (математичне сподівання μ_A і дисперсію σ_A^2) шуму АЦП $e_A(n)$:

$$\mu_A = E[e_A(n)] = \int_{-\infty}^{\infty} e_A(n) \rho_A(e) de_A(n);$$

$$\sigma_A^2 = E[(e_A(n) - \mu_A)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e_A^2(n) \rho_A(e) de_A(n) = E[e_A^2(n)] - \mu_A^2,$$

де ρ_A - щільність розподілу ймовірностей шуму квантування;

$E[\cdot]$ – оператор математичного сподівання.

2.2 Шум АЦП, приведений до виходу цифрової системи.

Розглянемо цифрову систему (цифровий фільтр) з системною функцією $H(z)$ та імпульсною характеристикою $h(n)$. Будемо вважати, що коефіцієнти системи та арифметичні операції, які виконуються в ній, реалізуються точно. Лінійна модель оцінки шуму АЦП, приведеного до виходу цифрового фільтра, показано на рисунку 6.

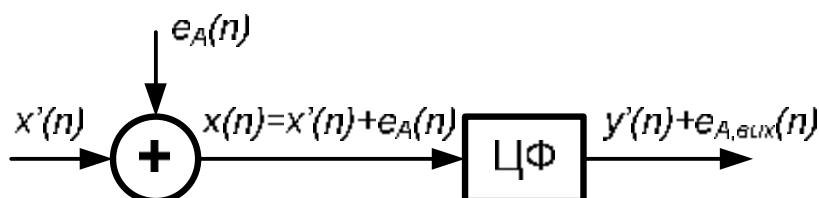


Рисунок 6 – Модель оцінки шуму АЦП, приведеного до входу цифрового фільтру

На цьому рисунку $x'(n)$ – відліки вхідного дискретного сигналу, $e_A(n)$ – шум АЦП, $x(n)$ – квантований сигнал, $y'(n)$ – складова вихідного сигналу, $e_{A,вых}(n)$ – вихідний шум обумовлений квантуванням вхідного сигналу (шум АЦП, приведений до виходу ЦФ).

Для цифрового фільтру, робота яка описується згорткою

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m),$$

шум АЦП на виході описується виразом

$$e_{A,вых}(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e_A(n-m).$$

Враховуючи, що математичне сподівання вхідного шуму квантування $\mu_A = 0$, а його дисперсія $\sigma_A^2 = Q_A^2/12$, отримаємо ймовірнісні оцінки (математичне сподівання та дисперсію) вихідного шуму $e_{A,вых}(n)$, обумовленого квантуванням вхідного сигналу:

$$\mu_{A,вых} = E[e_{A,вых}] = E\left[\sum_{m=0}^{\infty} h(m)e_A(n-m)\right] = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)E[e_A(n-m)] = 0;$$

$$\begin{aligned}\sigma^2_{A.вих} &= E[(e_{A.вих}(n) - \mu_{A.вих})^2] = E[e^2_{A.вих}(n)] = E\left[\left(\sum_{m=0}^{\infty} h(m)e_A(n-m)\right)^2\right] = \\ &= E\left[\sum_{m=0}^{\infty} h^2(m)e_A^2(n-m)\right] + \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} h(m)h(k)E[e_A(n-m)e_A(n-k)] = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} h^2(m)E[e_A^2(n-m)] = \frac{Q^2_A}{12} \sum_{m=0}^{\infty} h^2(m).\end{aligned}$$

Потужність вихідного шуму визначається наступним чином:

$$P_{A.вих} = 10 \lg(\sigma^2_{A.вих}) = 10 \lg(\sigma^2_A) + 10 \lg\left(\sum_{m=0}^{\infty} h^2(m)\right);$$

Детермінована оцінка (абсолютна межа) вихідного шуму $e_{A.вих}(n)$ з урахуванням отриманих співвідношень має вигляд:

$$\begin{aligned}E_{A.вих} &= \max_n |e_{A.вих}(n)| = \\ &= \max_n \left| \sum_{m=0}^{\infty} h(m)e_A(n-m) \right| \leq \sum_{m=0}^{\infty} |h(m)| \max_n |e_A(n-m)| = \\ &= \frac{Q_A}{2} \sum_{m=0}^{\infty} |h(m)|.\end{aligned}$$

Таким чином, можна зробити висновок, що абсолютна межа помилки квантування вихідного сигналу залежить від імпульсної характеристики системи та не залежить від статичних характеристик вхідного сигналу.

3. Ефекти квантування в цифрових системах

Для спрощення аналізу ефектів квантування в цифрових системах припускається, що помилки в вихідному сигналі, викликані квантуванням вхідного сигналу, та помилки, викликані квантуванням результатів арифметичних операцій в цифровій системі, не залежать одна від одної.

Враховуючи припущення, можна розглядати вказані складові вихідного шуму незалежно одне від одного. Відокремлений розгляд є корисним також для того, щоб оцінити вклад в повний вихідний шум кожної складової.

3.1. Власний шум цифрової системи. Власний шум цифрової системи – це вихідний шум квантування, зумовлений округленням результатів множення.

Аналіз власних шумів в цифровій системі набагато складніше, ніж аналіз ефектів квантування вхідного сигналу. Річ у тім, що при аналізі власних шумів необхідно знати:

- точки системи, в яких виконуються операції квантування;
- оцінки (математичне сподівання, дисперсію, абсолютну межу) шумових сигналів, які генеруються власними джерелами;
- структуру системи (шлях, який проходить кожний шумовий сигнал від свого джерела шуму до виходу системи);
- архітектуру та параметри цифрового пристрою.

Власний шум та його оцінки знаходяться в три етапи:

- 1) Складається модель цифрової системи, яка враховує шуми квантування в тих точках системи, в яких виконується операція квантування.
- 2) Знаходяться реакції системи на кожний шумовий сигнал (складові власного шуму).
- 3) На основі отриманих складових формується власний шум цифрової системи, знаходяться його ймовірності та детерміновані оцінки.

3.2. Лінійна модель цифрової системи. Основними джерелами шуму квантування в цифрових системах є помножувачі.

Дійсно операція множення значення послідовності $x(n)$ з b_y значущими розрядами на коефіцієнт a з тією ж розрядністю дає значення $ax(n)$, яке має точне значення з $2b_y$ значущими розрядами. Проте розрахункове значення повинно бути представлене послідовністю значень з b_y значущими розрядами (округлене або урізане). Таким чином при формуванні результатів з'являються помилки квантування, викликані скороченням кількості розрядів.

Лінійна модель помножувача показана на рисунку 7. Модель помножувача с кінцевим числом розрядів представлена в вигляді послідовного з'єднання ідеального помножувача та суматора, на вхід

якого подається помилка квантування $e_y(n)$. На виході моделі формується послідовність квантованих значень розрахунку з b_y значущими розрядами.

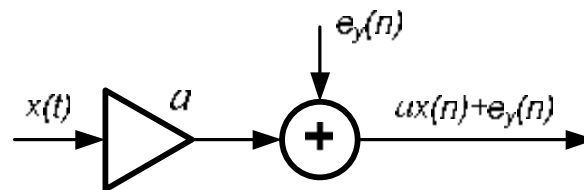


Рисунок 7 – Лінійна модель помножувача

Вважається, що припущення про властивості помилок квантування, викладені в п. 1.4, діють і у випадку шумового сигналу $e_y(n)$. Тоді, при використанні округлення, маємо наступні характеристики шуму квантування на виході помножувача:

- математичне сподівання: $\mu_y = 0$;
- дисперсія: $\sigma_y^2 = Q_y^2 / 12$, де $Q_y = 2^{-b_y}$ – крок квантування;
- абсолютна межа: $E_y = \max_n |e_y(n)| \leq Q_y / 2 = 2^{-b_y-1}$.

3.3. Знаходження власного шуму. Складові власного шуму – це реакція цифрової системи на шумові сигнали від кожного джерела шуму. На основі властивості лінійної цифрової системи помилка квантування на виході системи (власний шум) знаходиться, як суперпозиція помилок $e_{y_i,вих}(n)$, $i=1,2,\dots,L$, зумовлених всіма L джерелами квантування, тобто:

$$e_{y,вих}(n) = \sum_{i=1}^L e_{y_i,вих}(n).$$

При цьому i -та складові вихідного сигналу помилки (власного шуму) $e_{y_i,вих}(n)$, викликана i -им джерелом шуму, знаходиться за допомогою імпульсної характеристики $h_i(m)$ частини системи від точки прикладення i -го джерела шуму до виходу системи по формулі згортки:

$$e_{y_i,вих}(n) = \sum_{m=1}^{\infty} h_i(m) e_{y_i}(n-m).$$

Відповідно до цього виразу, власний шум системи розраховується як сума (суперпозиція) всіх шумових складових, отриманих в результаті аналізу проходження шумів квантування від точок їх появи до виходу цифрової системи.

Ймовірні та детерміновані оцінки власного шуму системи визначаються наступним чином:

- математичне сподівання $\mu_{y_{i.вих}} = \sum_{i=1}^L \mu_{y_{i.вих}} = 0$;
- дисперсія $\sigma^2_{y_{i.вих}} = \sum_{i=1}^L \sigma^2_{y_{i.вих}} = \frac{Q_y^2}{12} \sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^{\infty} h_i^2(m)$;
- абсолютна межа: $E_{y_{i.вих}} = \sum_{i=1}^L E_{y_{i.вих}} \leq \frac{Q_y}{2} \sum_{i=1}^L \sum_{m=0}^{\infty} |h_i(m)|$.

Слід відзначити, що чим більше помножувачів містить цифрова система, тим більший її власний шум. Таким чином, власний шум системи залежить від форми реалізації системи. На практиці доцільно використовувати таку форму реалізації, яка б генерувала менший власний шум, тобто містила в собі меншу кількість помножувачів.

4. Загальний вихідний шум системи

Помилки у вихідному сигналі, викликані квантуванням вхідного сигналу, та помилки, зумовлені квантуванням результатів арифметичних операцій в цифровій системі, не залежать одна від одної. На основі цього припущення повний вихідний шум системи, зумовлений квантуванням вхідного сигналу та квантуванням результатів арифметичних операцій помножувача, знаходиться як сума відповідних помилок:

$$e_{вих}(n) = e_{A.вих}(n) + e_{Y.вих}(n),$$

де $e_{вих}(n)$ – повний вихідний шум системи;

$e_{A.вих}(n)$ – шум квантування вхідного сигналу (шум АЦП), приведений до виходу системи;

$e_{Y.вих}(n)$ – власний шум системи.

Шумові сигнали, зумовлені квантуванням в певній точці системи, являються стаціонарними випадковими процесами типу «білий шум»,

вони некорельовані з квантованим сигналом, а будь-які два джерела шуму утворюють некорельовані шуми. Тоді з урахуванням лінійності моделі системи отримаємо оцінки повного вихідного шуму системи:

- математичне сподівання $\mu_{вих} = \mu_{A.вих} + \mu_{Y.вих}$,

де $\mu_{A.вих}$ – математичне сподівання шуму АЦП;

$\mu_{Y.вих}$ – математичне сподівання власного шуму системи;

- дисперсія $\sigma^2_{вих} = \sigma^2_{A.вих} + \sigma^2_{Y.вих}$

де $\sigma^2_{A.вих}$ – дисперсія шуму АЦП;

$\sigma^2_{Y.вих}$ – дисперсія власного шуму системи;

- абсолютна межа $E_{вих} = \max_n |\epsilon_{вих}(n)| = E_{A.вих} + E_{Y.вих}$.

5. Ефекти переповнення в суматорах

Вище були розглянуті ефекти квантування цифрових сигналів в цифрових системах та отримані оцінки дисперсії (потужності) повного вихідного шуму та її складових: $\sigma^2_{A.вих}$ – дисперсії шуму АЦП та $\sigma^2_{Y.вих}$ – дисперсії власного шуму системи. Таким чином, корисний сигнал на виході системи присутній на фоні шумів. Опишемо шумові характеристики системи, а також методи масштабування сигналів, які дозволяють покращити вказані характеристики та завадити появі ефектів переповнення в суматорах системи.

5.1. Динамічний діапазон цифрової системи. Важливою характеристикою цифрової системи виступає відношення сигнал/шум. Відношенням сигнал/шум R називається відношення потужності $P_{с.вих}$ вихідного сигналу системи до потужності $P_{ш.вих}$ шуму квантування на виході системи

$$R = 10 \lg \left(\frac{P_{с.вих}}{P_{ш.вих}} \right).$$

Пороговим відношенням сигнал/шум R_n називається відношення мінімальної потужності вихідного сигналу системи до потужності шуму на виході системи:

$$R_n = 10 \lg \left(\frac{P_{с.min.вих}}{P_{ш.вих}} \right);$$

Мінімальна потужність вихідного сигналу має місце при мінімальному рівні a_{min} вхідного сигналу.

Динамічним діапазоном D цифрової системи називається відношення максимальної амплітуди $a_{D.max}$ до мінімальної амплітуди $a_{D.min}$ вхідного сигналу, при якій забезпечується певне відношення R_D сигнал/шум на виході системи:

$$D = 20 \lg \left(\frac{a_{D.max}}{a_{D.min}} \right);$$

при

$$R_D = 10 \lg \left(\frac{P_{cD.min.шум}}{P_{ш.шум}} \right),$$

де $P_{cD.min.шум}$ – потужність вихідного сигналу на нижній межі динамічного діапазону (при амплітуді вхідного сигналу, рівній $a_{D.min}$).

Динамічний діапазон слід контролювати введенням коефіцієнтів масштабування.

5.2. Масштабуючі коефіцієнти. При сумуванні чисел з фіксованою точкою помилки квантування не виникає, якщо акумулятор має розрядність не меншу ніж розрядність доданків. Але при сумуванні чисел можливе переповнення, яке означає, що результат арифметичних операцій виходить за межі допустимого діапазона представлення чисел. В цьому випадку результат сумування істотно змінюється. Щоб не допустити цього переповнення в суматорах вводиться масштабування сигналів з використанням коефіцієнтів масштабування. Масштабування сигналів можна виконувати різними способами:

1. Масштабування сигналів з використанням імпульсної характеристики.

Якщо імпульсна характеристика системи рівна $h_i(n)$, то вихідний сигнал системи можна знайти по формулі

$$y_i(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h_i(m) x(n-m).$$

2. Масштабування сигналів по максимуму.

Даний спосіб використовується для систем невисокого порядку. Максимальне значення амплітудно-частотної характеристики системи повинне задовольняти вимозі:

$$\max_{\omega} |H_i(e^{j\omega T})| > 1.$$

Масштабуванню піддається вхідний сигнал системи. При цьому коефіцієнт масштабування розраховується за формулою:

$$\gamma_i = \frac{1}{\max_{\omega} |H_i(e^{j\omega T})|}.$$

6. Ефекти квантування коефіцієнтів цифрової системи

При реалізації цифрової системи значення її коефіцієнтів квантуються, оскільки вони представляють обмежену кількість розрядів. Зміна коефіцієнтів призводить до більшої чи меншої зміни значень нулів чи полюсів системної функції та до зміни частотних характеристик системи.

Важливо підкреслити, що операція квантування коефіцієнтів, нелінійна по своїй природі, не впливає на лінійність самої системи, лише змінює її частотні та часові характеристики. Іншими словами, виконав операцію квантування коефіцієнтів, переходимо від лінійної системи до іншої з характеристиками, які відрізняються від характеристик вихідної системи. Таким чином, квантування призводить до появи помилок АЧХ:

$$\nabla A(\omega) = A(\omega) - \bar{A}(\omega),$$

де $A(\omega) = |H(e^{j\omega T})|$ – АЧХ системи з неквантованими коефіцієнтами;

$\bar{A}(\omega)$ – АЧХ системи з квантованими коефіцієнтами.

Слід відзначити, що при синтезі необхідно знаходити коефіцієнти системної функції таким чином, щоб не тільки ідеальні частотні та часові характеристики вихідної системи, а й її характеристики з квантованими коефіцієнтами задовольняли заданим вимогам. Для оцінки впливу операцій квантування коефіцієнтів на параметри системи використовуються функції чутливості. Функція чутливості виступає в ролі коефіцієнта пропорційності в співвідношенні, зв'язуючи відносні зміни величини k -го коефіцієнта з відносною зміною певного параметра системи.

7. Граничні цикли роботи цифрової системи

При аналізі ефектів квантування, були зроблені певні припущення відносно властивостей моделей помилок квантування, які вносяться в сигнали. По-перше, було прийнято, що відліки шуму квантування не корельовано між собою, а також некорельовані з відліками вхідного сигналу. По-друге, при опрацюванні сигналу в цифровій системі не відбувається переповнення акумулятора. Проте ці інші припущення можуть бути порушеними. В рекурсивних цифрових системах це призводить до появи специфічних ефектів, які отримали назву граничних циклів. Розрізняють 2 види граничних циклів:

- граничні цикли низького рівня, пов'язані з квантуванням відліків сигналу, що обробляється;
- граничні цикли високого рівня, пов'язані з переповненням регістрів суматорів;

Граничними циклами низького рівня називаються постійні або періодичні сигнали, які можуть виникати в рекурсивних системах при відсутності дії та нульових початкових умовах в системі. Поява цих сигналів зумовлена помилками округлення при квантуванні сигналів на виходах помножувачів.

Граничними циклами високого рівня можуть виникати в рекурсивних системах, якщо при складанні відліків сигналів в акумуляторі відбувається переповнення. В цьому випадку система набуває суттєвої нелінійності, у вихідному сигналі з'являються значні помилки, тобто система фактично є недієздатною. В більшості випадків при переповненні акумулятора вихідний сигнал системи приймає вид періодичного коливання з граничними значеннями амплітуди, рівному одиниці. Часто граничні цикли високого рівня називають «коливанням переповнення». В зв'язку з цим необхідно приймати спеціальні заходи для усунення переповнення регістрів суматорів, пов'язані з масштабування сигналів.