

Лекція 6

Операції з растровими та векторними зображеннями в комп'ютерній графіці

Типи операцій:

1. Модифікація координат

Растрова графіка - координати точок на площині

$A(x_a, y_a)$

Векторна графіка – координати об'єктів - графічних примітивів на площині та в тривимірному просторі

$A(x_a, y_a, z_a)$ - точка

$A_i(x_i, y_i, z_i)$ $i=1 \dots K$, де K – кількість контрольних точок об'єкта векторної графіки

Спосіб модифікації – геометричні перетворення (афінні та проєкційні) на площині та в тривимірному просторі

2. Модифікація яскравості та контрастності

Растрова графіка – точки

Y_a – яскравість точки

0...255 при 8-бітовому кодуванні каналу яскравості або 0...1 для дійсних чисел

$C=Y_{об} - Y_{ф}$ - контрастність як різниця між яскравістю **точок** об'єкта і фону

$C=(Y_{об} - Y_{ф}) / Y_{ф}$

Векторна графіка – об'єкти (графічні примітиви)

$Y_{об}$ – яскравість об'єкта

$C=Y_{об} - Y_{ф}$ - контрастність як різниця між яскравістю об'єкта і фону

$C=(Y_{об} - Y_{ф}) / Y_{ф}$

3. Модифікація кольору

Повнокольорове зображення (24 біти/т) ->

Палітрове зображення (8біт/т) ->

Зображення в градаціях сірого кольору (8біт/т) ->

Чорно-біле зображення (1 біт/т)

Зменшення кількості інформації

В зворотньому порядку – додавання інформації - фарбування для підвищення інформаційності та полегшення сприйняття

Медичні діагностичні зображення

Відео Анімація

4. Операції над групами точок

Фільтрація, відновлення, виділення контурів об'єктів, сегментація, стиснення, морфологічні операції, розпізнавання об'єктів

Просторова і частотна область, кореляційні функції, перетворення Фур'є

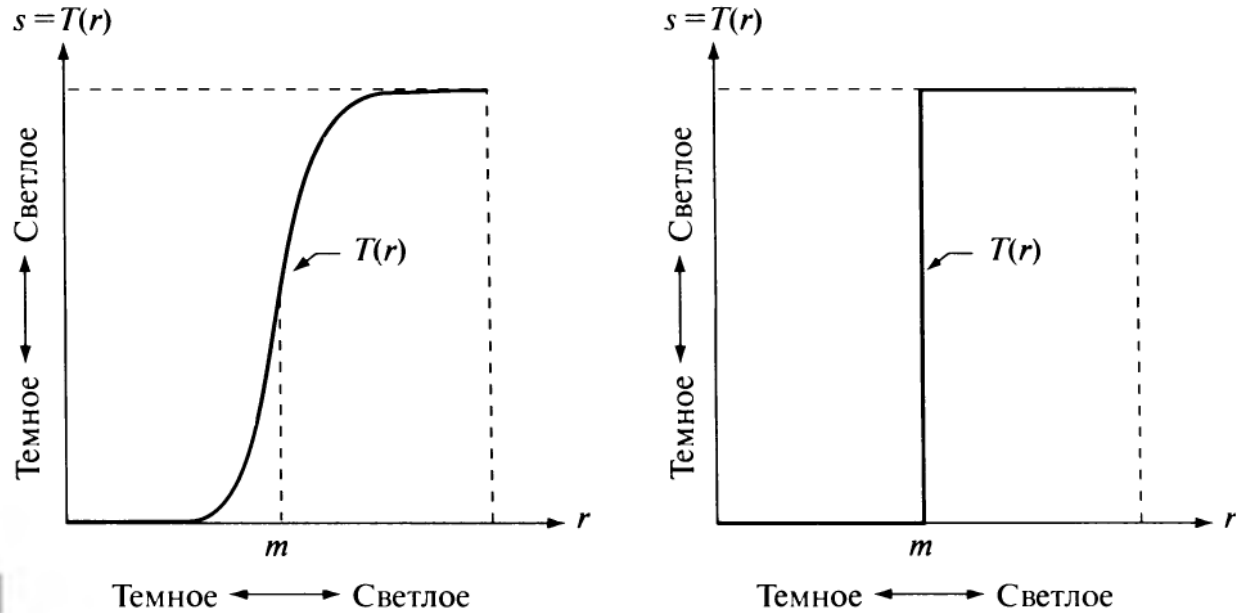
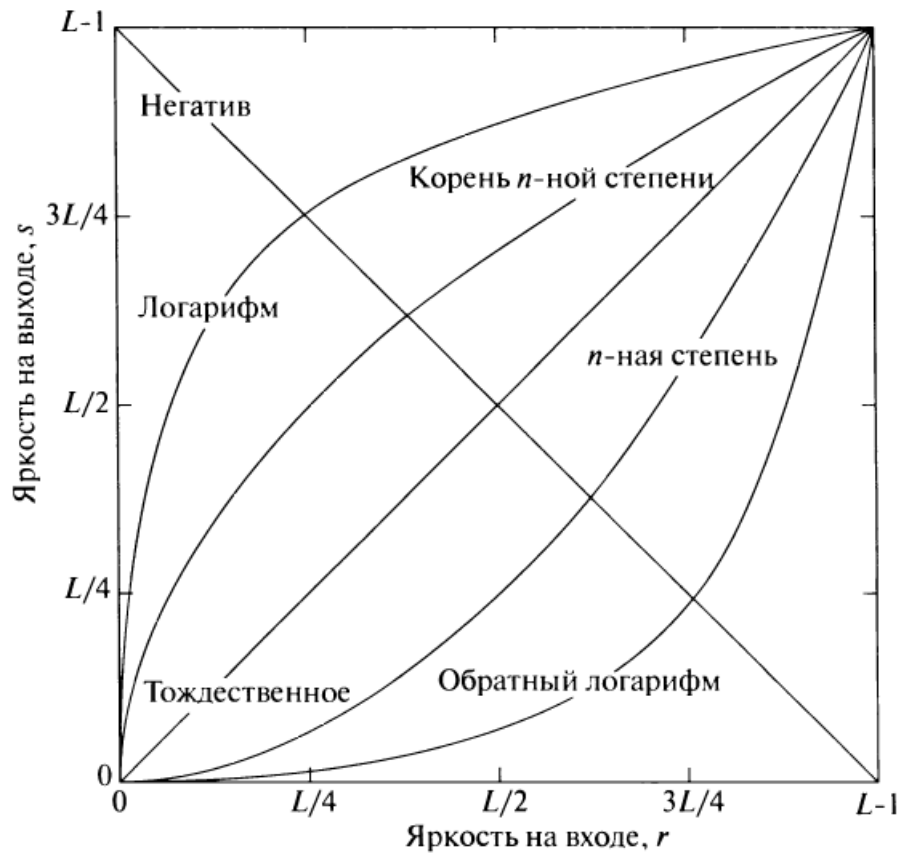


Рис. 3.2. Градационное преобразование для улучшения контраста.



Еквілізація гістограми

Рівні яскравості після перетворення покривають весь діапазон можливих значень $0 \dots 255$ або $0 \dots 1$

В реальних умовах сформовані зображення мають ряд недоліків в передачі яскравості та кольору об'єктів

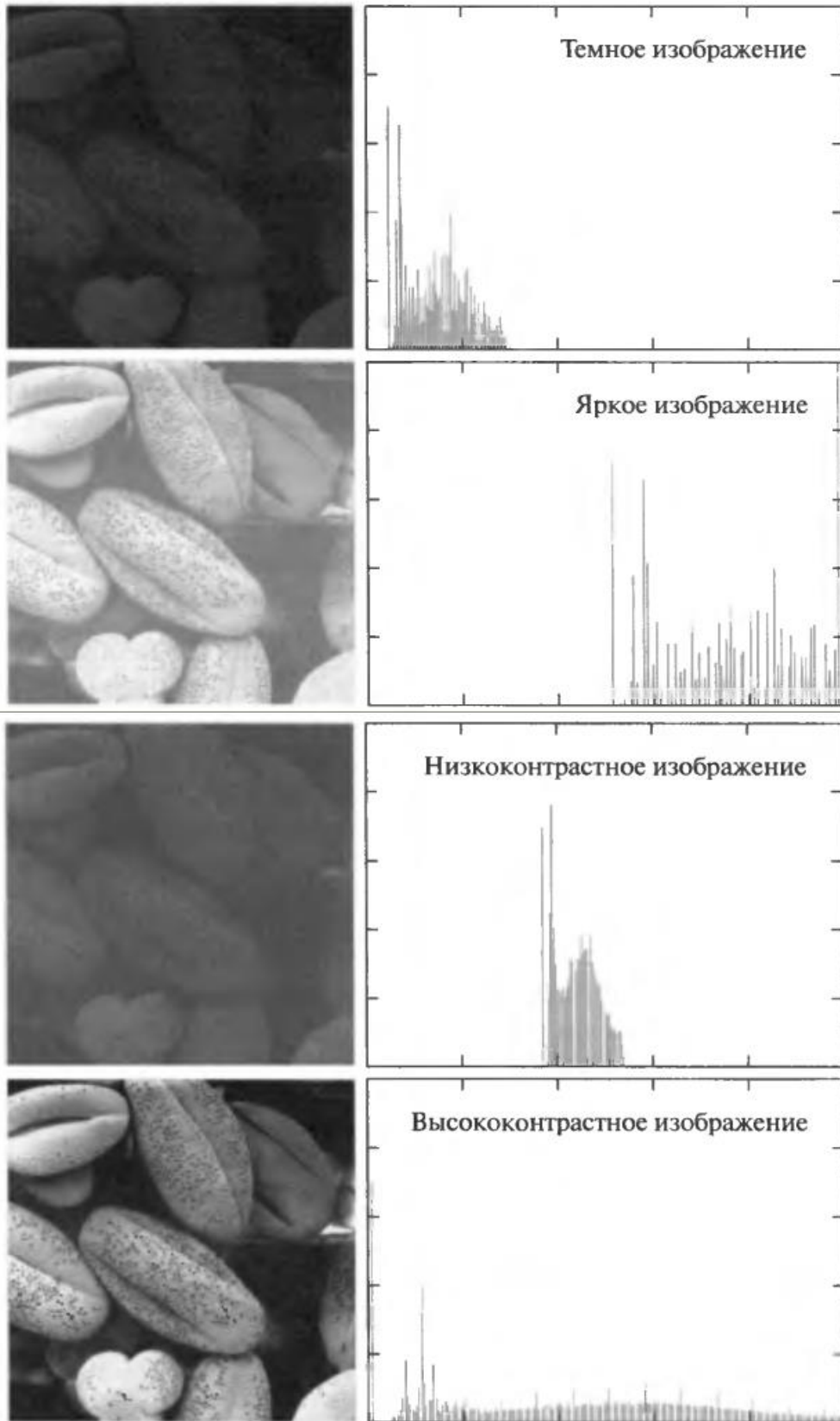
Оцінка розподілу значень яскравості на основі побудови гістограми зображення

Яскравість по горизонталі (діапазони з фіксованими межами)

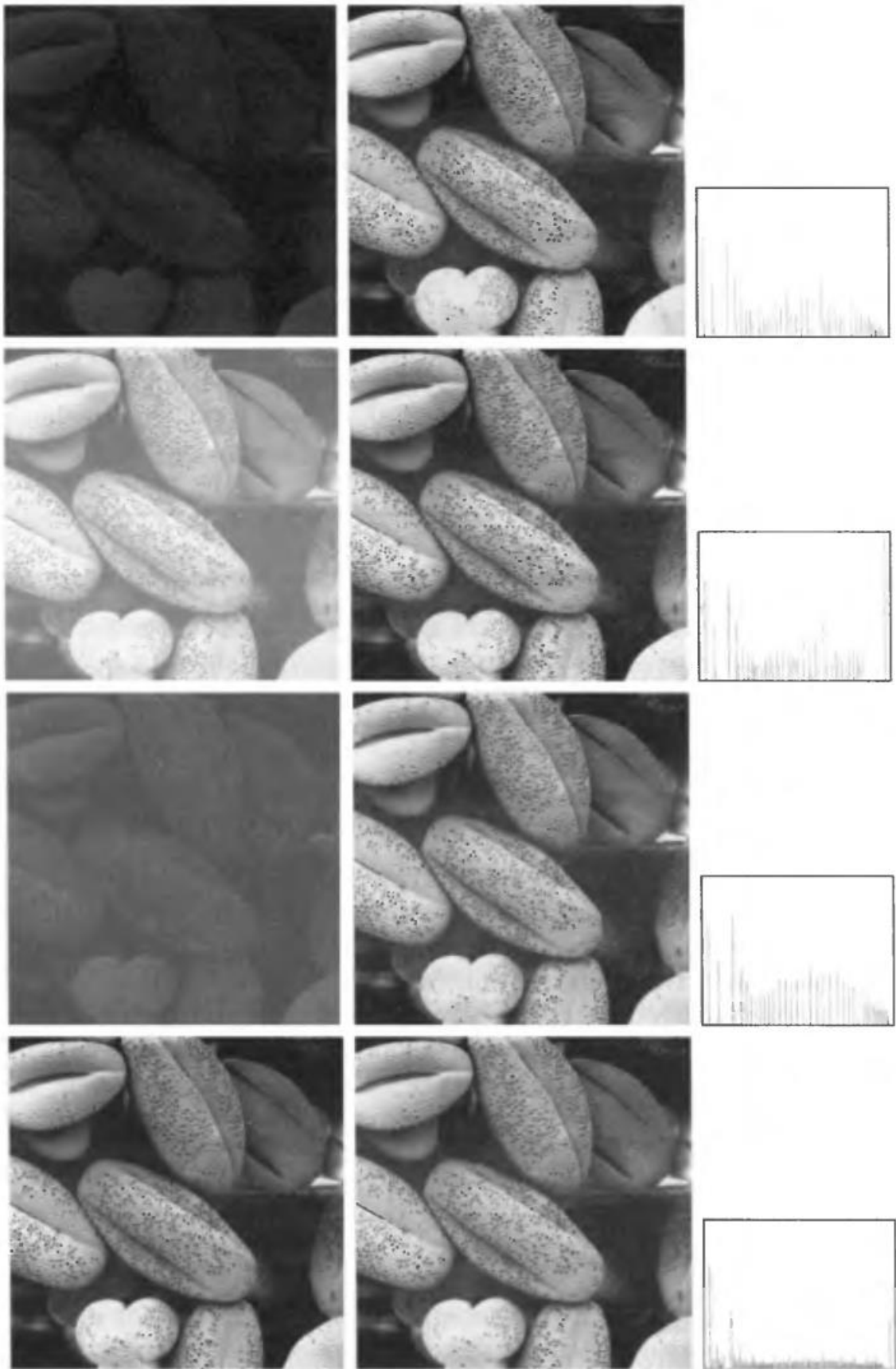
Кількість точок зображення, яскравість яких знаходиться в даному діапазоні

Для неперервної функції яскравості діапазони виділяються штучно

Для цифрового зображення з яскравістю в цілих числах – кожне ціле значення яскравості відображається на горизонтальній осі гістограми



Зображення, сформовані в несприятливих умовах



Результат після автоматичної корекції гистограми

Лекція 6. Фільтрація шумів на цифрових зображеннях з вимірювальною інформацією

1. Виникнення шумів
2. Типи шумів
3. Задача фільтрації шумів на зображеннях
4. Фільтрація в просторовій області
5. Фільтрація в частотній області
6. Оцінка якості цифрових зображень

1. Виникнення шумів

Неідеальність технічних засобів формування зображень

Теплових шум, дробовий шум, оптичні завади

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y),$$

Перетворення в цифрову форму

Шум дискретизації та квантування

Передача зображень по каналам зв'язку з завадами

Спотворення окремих пікселів та блоків інформації

2. Типи шумів

Класифікація та причини виникнення кожного типу шуму, вплив на вимірювальну інформацію. Лінійні та нелінійні моделі та явища

Імпульсний шум

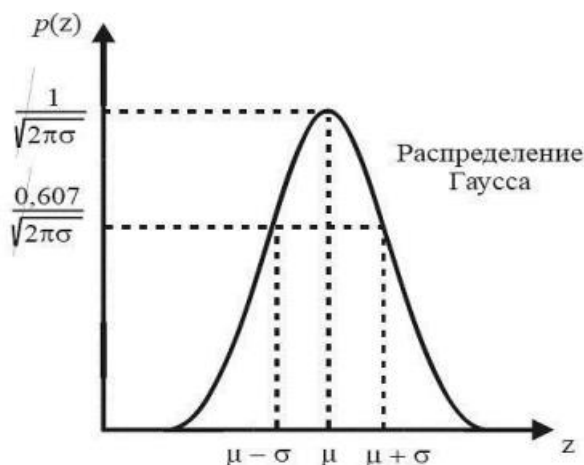
$$x_{i,j} = \begin{cases} d & \text{с вероятностью } p, \\ s_{i,j} & \text{с вероятностью } (1 - p), \end{cases}$$

Адитивний шум

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y),$$

Щільність розподілу

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(z-\mu)^2 / 2\sigma^2},$$



Мультиплікативний шум

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot \eta(x, y),$$

Шум квантування
Контури та об'єкти

3. Задача фільтрації шумів на зображеннях

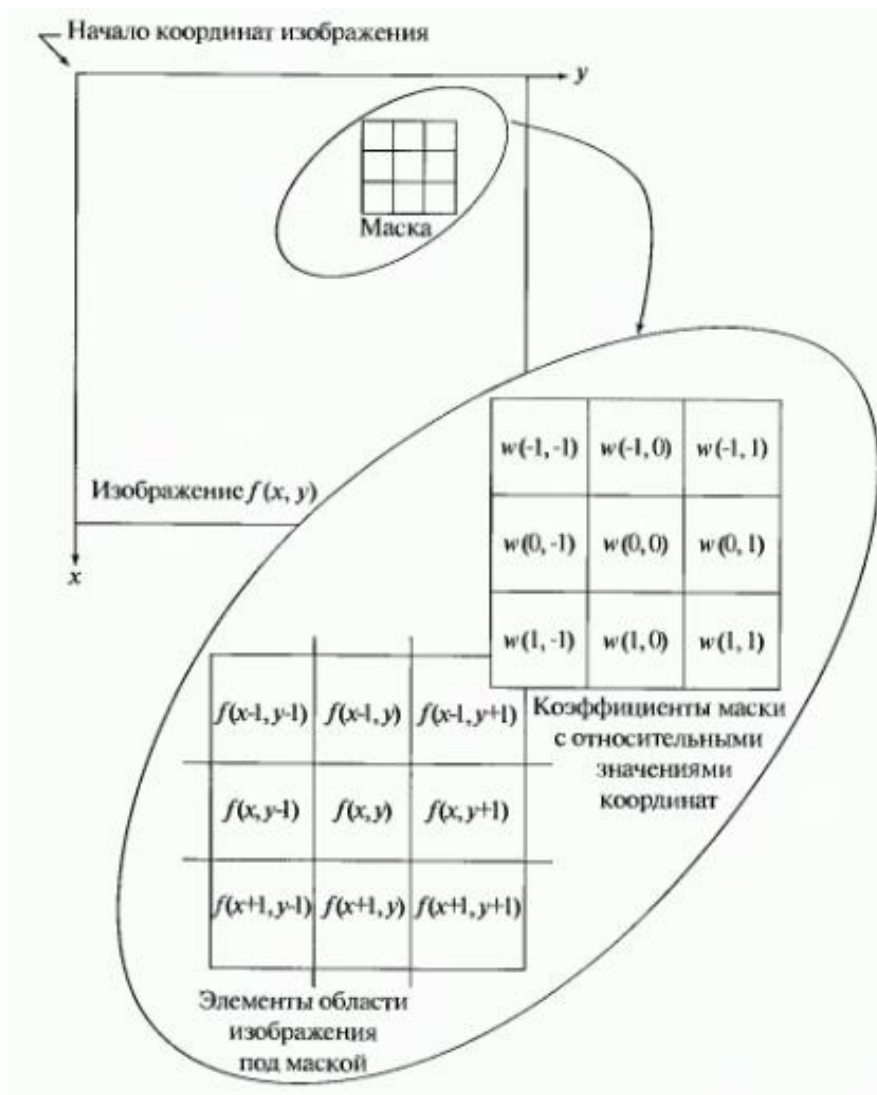
Мета – покращення зображень, підвищення точності вимірювальної інформації

Лінійні та нелінійні методи
Усреднення ряду зображень
Локальні перетворення у вікні
Медіанний фільтр
Аналіз спектра зображень

Необхідна апіорна інформація про властивості шумів

4. Фільтрація в просторовій області

Обробка по пікселам Локальні перетворення у вікні
Просторові координати зображення
Піксел та його околі
Вікно та маска фільтра



$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t),$$

Межи зображення

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Усереднення ряду зображень

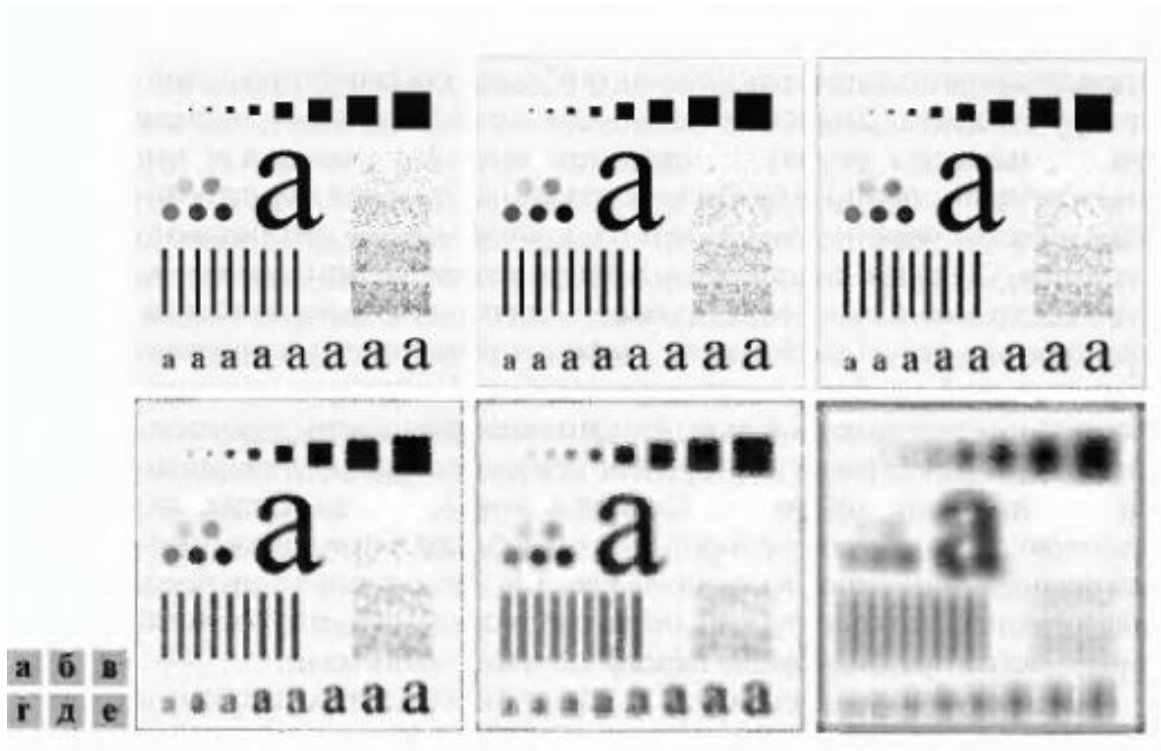
Адитивні шуми

Арифметичний усереднюючий фільтр

$$f(x, y) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N g(i, j),$$

Геометричний усереднюючий фільтр

$$f(x, y) = \left[\prod_{i=0}^M \prod_{j=0}^N g(i, j) \right]^{\frac{1}{M \cdot N}}.$$

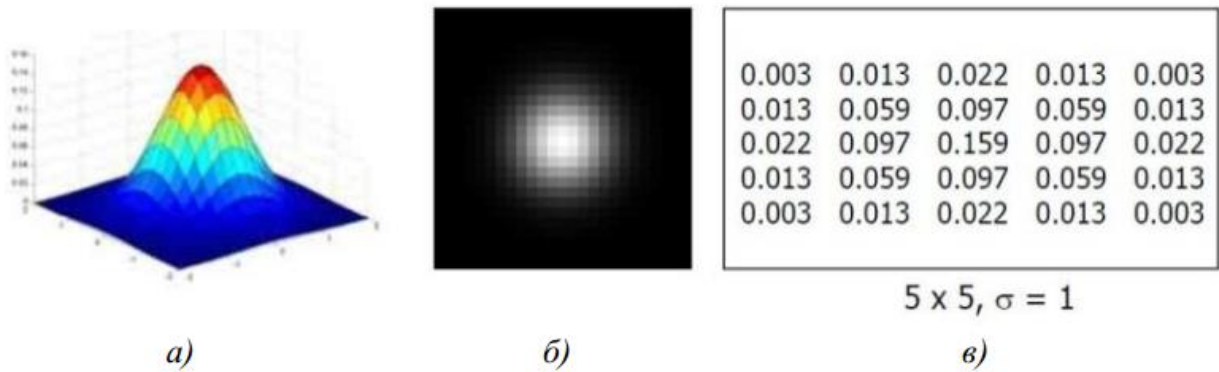


Початкове зображення з тепловим шумом та результати фільтрації усереднюючим фільтром з маскою $n=3,5,9,15,35$ пікселів

Фільтр Гауса

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

$$G_\sigma = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}.$$

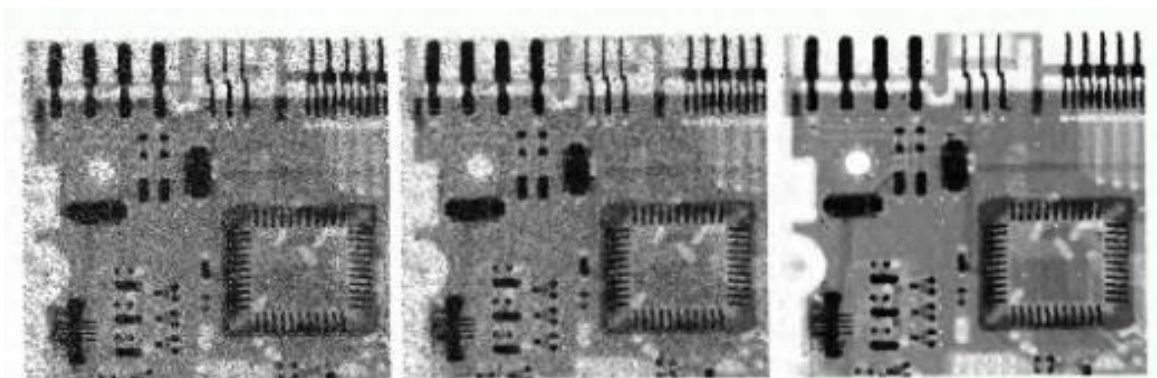
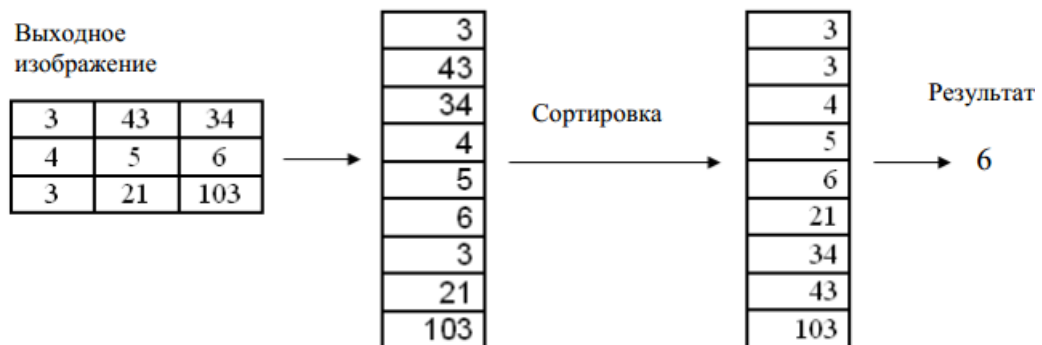


Двовимірний фільтр Гауса

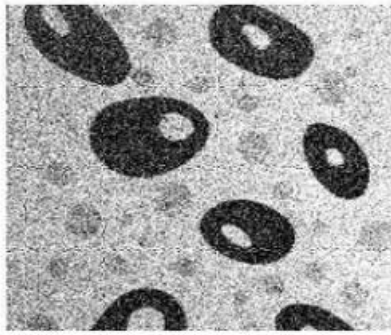
Обчислювальні аспекти фільтрації
Розподіл по координатам

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)\right),$$

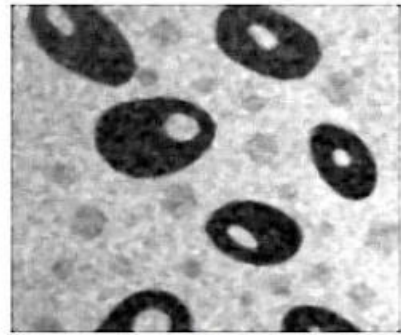
Медіанна фільтрація
Імпульсні шуми



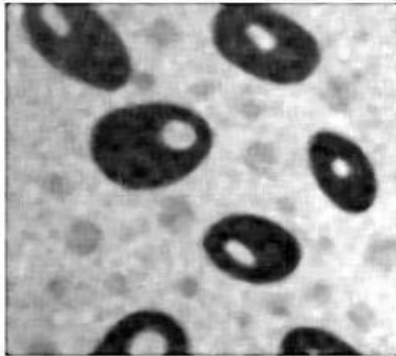
Друкована плата, зображення з імпульсним шумом, усереднюючий фільтр $n=3$ та медіанний фільтр $n=3$



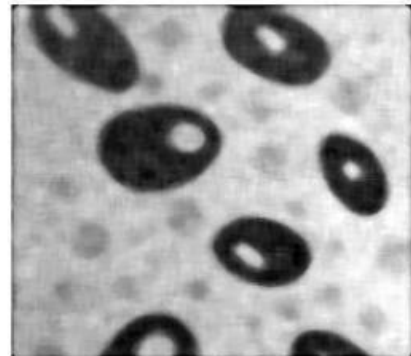
a)



б)

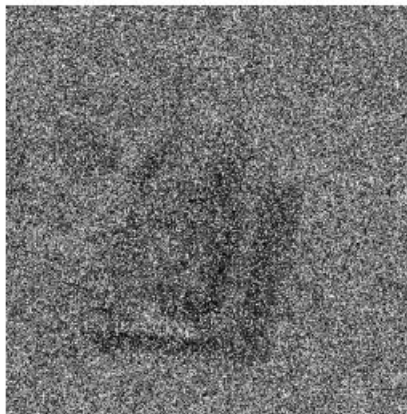


в)



г)

*Медіанна фільтрація зображення з імпульсним шумом (А),
результат для $n=5,7,9$ (Б В Г)*



Рангова фільтрація

5. Фільтрація в частотній області

Операції з спектром зображення

Прямое фурье-преобразование (фурье-образ) $F(u)$ непрерывной функции одной переменной $f(x)$ определяется равенством

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx, \quad (4.2-1)$$

где i — мнимая единица ($i^2 = -1$). Наоборот, по заданному фурье-преобразованию $F(u)$ можно получить исходную функцию $f(x)$ при помощи *обратного* преобразования Фурье:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{i2\pi ux} du. \quad (4.2-2)$$

раз можно получить исходную функцию. указанные преобразования можно легко распространить на функции двух переменных:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (4.2-3)$$

и, аналогично, для обратного преобразования

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} du dv. \quad (4.2-4)$$

Фурье-преобразование дискретной функции одной переменной $f(x)$, $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$, задается равенством

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x) e^{-i2\pi ux / M}, \quad u = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.2-5)$$

Это (*прямое*) *дискретное преобразование Фурье (ДПФ)* лежит в основе всех рассмотрений настоящей главы. Как и ранее, по заданному фурье-преобразованию $F(u)$ можно восстановить исходную функцию при помощи обратного ДПФ:

$$f(x) = \sum_{u=0}^{M-1} F(u) e^{i2\pi ux / M}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4.2-6)$$

Дискретное прямое и обратное преобразования Фурье допускают непосредственное обобщение на двумерный случай. Прямое дискретное фурье-преобразование функции $f(x,y)$ (изображения) размерами $M \times N$ задается равенством

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-i2\pi(ux/M + vy/N)}. \quad (4.2-16)$$

Как и в одномерном случае, это выражение должно быть вычислено для всех $u = 0, 1, 2, \dots, M-1$ и также для всех $v = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Аналогично, по заданному фурье-преобразованию $F(u,v)$, мы можем получить $f(x,y)$ при помощи обратного преобразования Фурье, задаваемого выражением

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{i2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad (4.2-17)$$

где $x = 0, 1, 2, \dots, M-1$ и $y = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Равенства (4.2-16) и (4.2-17) составляют *пару двумерных дискретных преобразований Фурье (ДПФ)* (прямое и обратное). Переменные u и v называются *переменными преобразования* или *частотными переменными*, переменные x и y — *пространственными переменными* или *переменными изображения*. Как и в одномерном случае, положение множителя $1/MN$ не имеет значе-

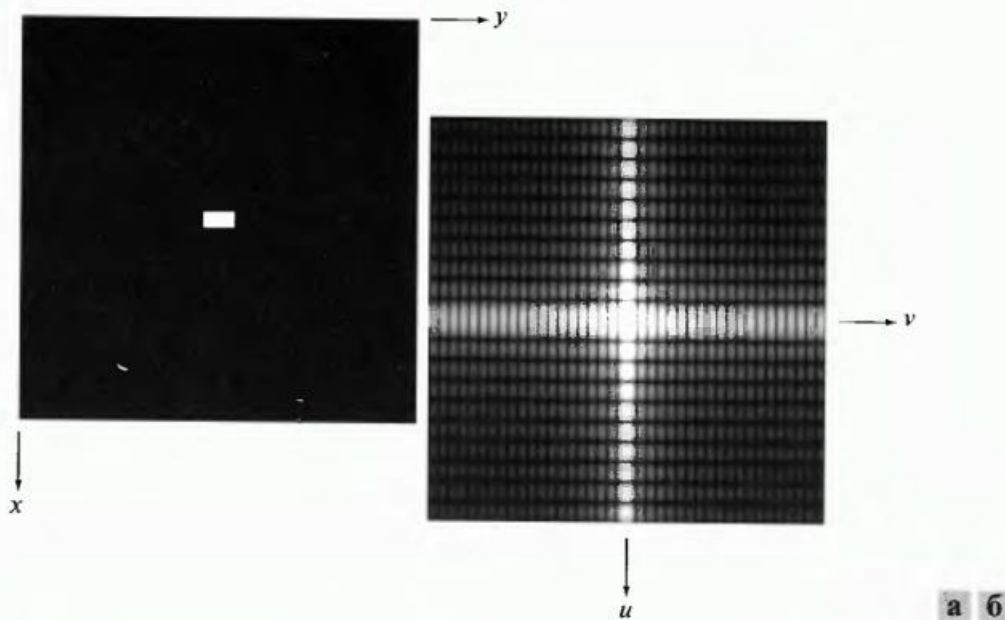


Рис. 4.3. (а) Изображение белого прямоугольника 20×40 на черном фоне размерами 512×512 пикселей. (б) Центрированный спектр Фурье представлен после применения логарифмического преобразования (3.2-2). Сравните с Рис. 4.2.

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v).$$

H – передаточна функція фільтра

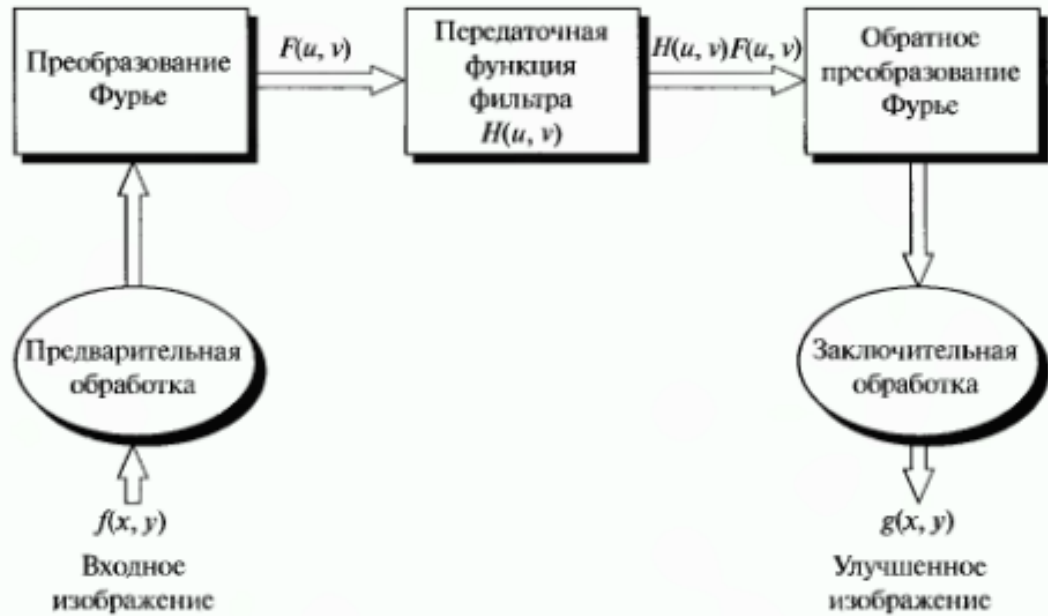
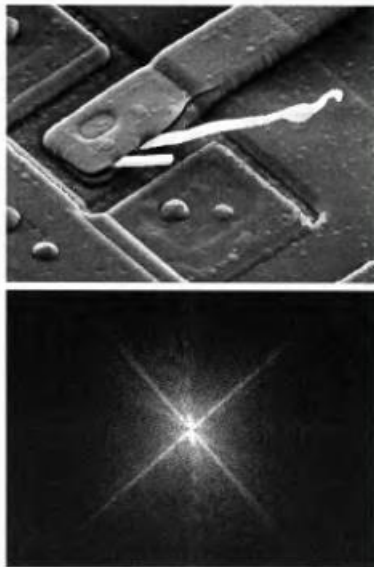
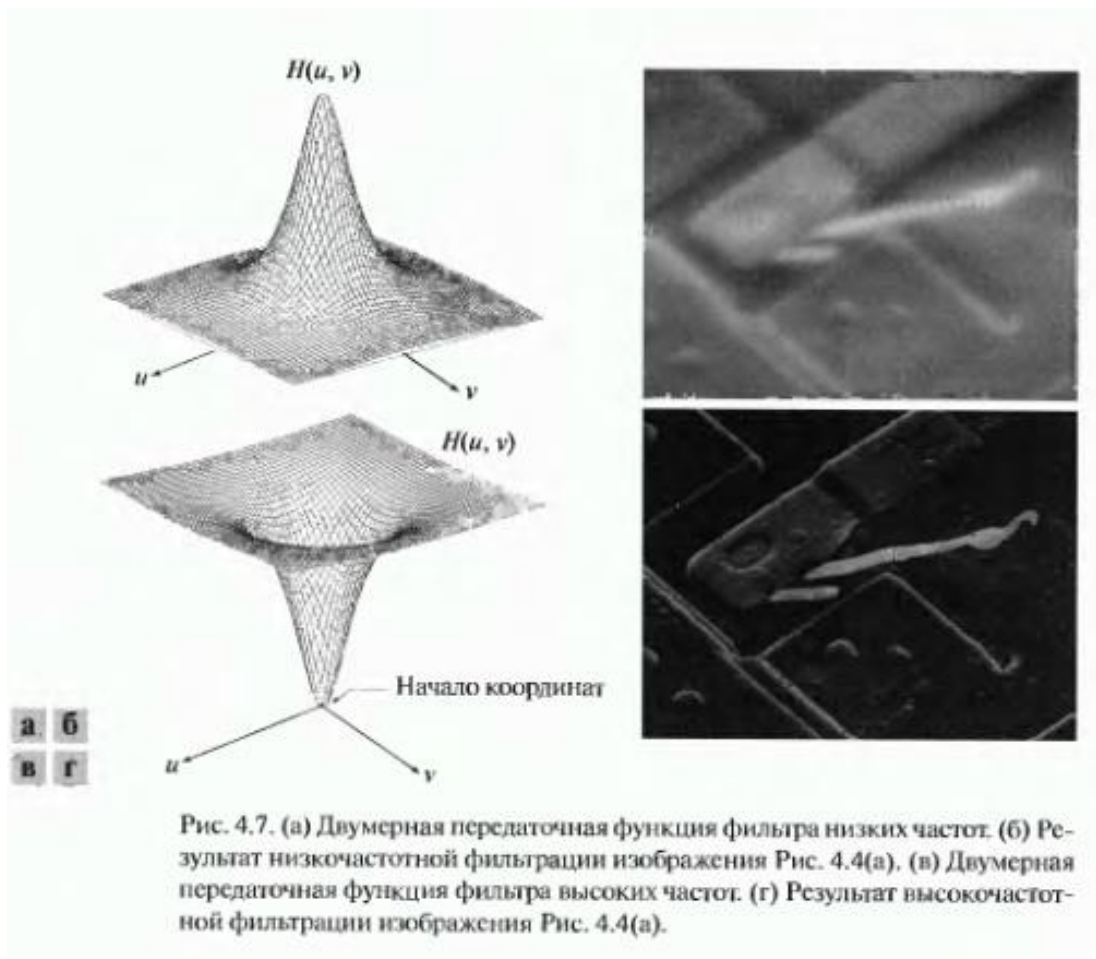


Рис. 4.5. Основные этапы фильтрации в частотной области.

Обчислювальні аспекти - просторова і частотна області





Соответствие между фильтрацией в пространственной области и фильтрацией в частотной области

Згортка функцій

$$f(x, y) * h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) h(x-m, y-n)$$

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) H(u, v).$$