

Комп'ютерна томографія

Гرادієнтні поля. Реконструкція МРТ-зображень

Градiєнтні поля

Як селектувати переріз у МРТ?

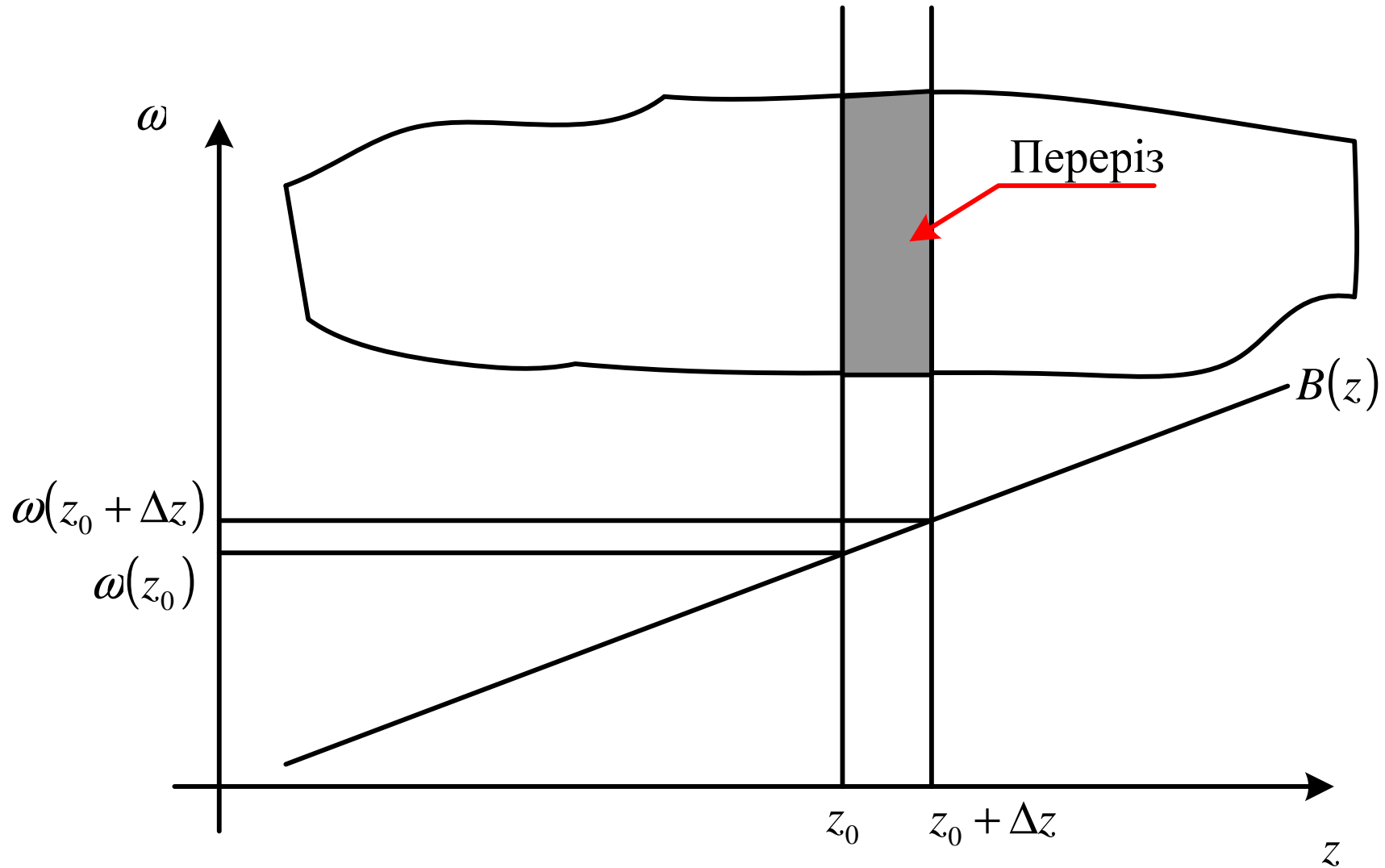
Розглянемо ситуацію: нехай досліджується рука від кисті до ліктя. Вісь z спрямовано уздовж руки. Нехай в її об'ємі створено постійне магнітне поле B_0 спрямоване уздовж осі z . Тимчасово вважатиметься, що розфазування спінів протонів відсутнє і $\Delta B = 0$. У цьому випадку всі протони прецесуватимуть з однаковою ларморовою частотою $\omega = \gamma B_0$ і якщо прикласти 90 і 180 –ти градусні імпульси, отримаємо луна-сигнал.

Але це буде луна-сигнал від усіх протонів цього об'єму, а не від тих, які розташовано у певному шарі.

Відокремити перерізи один від одного можна, якщо поставити їм у відповідність різні значення індукції магнітного поля, а значить, і ларморової частоти. Тоді, приймаючи луна-сигнали на різних частотах, отримаємо інформацію про кожен шар. Тому магнітна індукція має бути функцією поздовжньої координати (z у даному випадку, тобто $B(z)$).

Простіше (математично і технічно), щоб закон $B(z)$ був лінійним (рисунок) – цьому відповідає поняття градієнтного поля.

Градiєнтні поля



Селекція поперечних перерізів за допомогою градієнтного поля

Градiєнтнi поля

Градiєнтним z -полем називають поле, напруженiсть (iндукцiя) якого $G(z)$ змiнюється за лiнiйним законом

$$G_z \equiv G(z) = g_z z, \quad (1)$$

$$g_z = \text{const}, \quad g_z = \frac{\partial G(z)}{\partial z}$$

Аналогiчно вводяться поля по x та y :

$$\begin{aligned} G_x &= g_x x, \\ G_y &= g_y y. \end{aligned} \quad (2)$$

Реконструкція МРТ-зображень

Під **реконструкцією МРТ-зображень** розуміють визначення щільності протонів $c_z(x, y)$ у перерізах за виміряними на різних частотах $\omega(z)$ луна-сигналами $S_{\omega(z)}(t)$.

Основний **принцип реконструкції МРТ-зображень полягає у просторовому кодуванні частоти**: на статичне однорідне магнітне поле B_0 накладають градієнтні поля, індукції яких залежать від координат x, y, z , а значить і навпаки – кожній точці (x, y, z) відповідає певна індукція, і, відповідно, частота і (або) фаза.

Тому в апаратній частині МРТ-томограф обов'язково містить надпровідний постійний магніт та три пари градієнтних котушок (на одну вісь СК припадає дві котушки).

Реконструкція МРТ-зображень



Пам'ятайте – МРТ-томограф, це, у першу чергу, потужний постійний магніт.
Тому іноді бувають пригоди, одну з яких показано на цьому фото.

Реконструкція МРТ-зображень

Іншими словами, точку простору (x, y, z) кодують під частоту ω (або) фазу, і, навпаки, під частотою ω (або) фазою закодовано координати x, y, z .

Якщо, для простоти, поле B_0 відсутнє, але включено відразу три градієнтних поля G_x, G_y, G_z . Тоді у деякій точці простору (x, y, z) індукція поля дорівнюватиме

$$G_x + G_y + G_z = g_x x + g_y y + g_z z,$$

а резонансна частота (частота ларморової прецесії)

$$\omega(x, y, z) = \gamma(g_x x + g_y y + g_z z) = \gamma \vec{G} \vec{r}, \quad (3)$$

\vec{G} - вектор суми градієнтних полів;

\vec{r} - радіус - вектор точки (x, y, z) .

Ще раз: введення градієнтних полів дозволяє розв'язати зворотну задачу – визначити координати точки (x, y, z) , з якої випромінюється сигнал деякої частоти.

Реконструкція МРТ-зображень

Множина цих точок, які відповідають деякому фіксованому значенню частоти ω утворюють у просторі площину, площину перерізу:

$$\gamma(g_x x + g_y y + g_z z) = \omega. \quad (4)$$

Якщо вимірювання здійснюють на цій частоті, то луна-сигнал при цьому:

$$A \iiint c(x, y, z) \exp(i\gamma(g_x x + g_y y + g_z z)t) dx dy dz = S_\omega(t), \quad (5)$$

A - деяка константа.

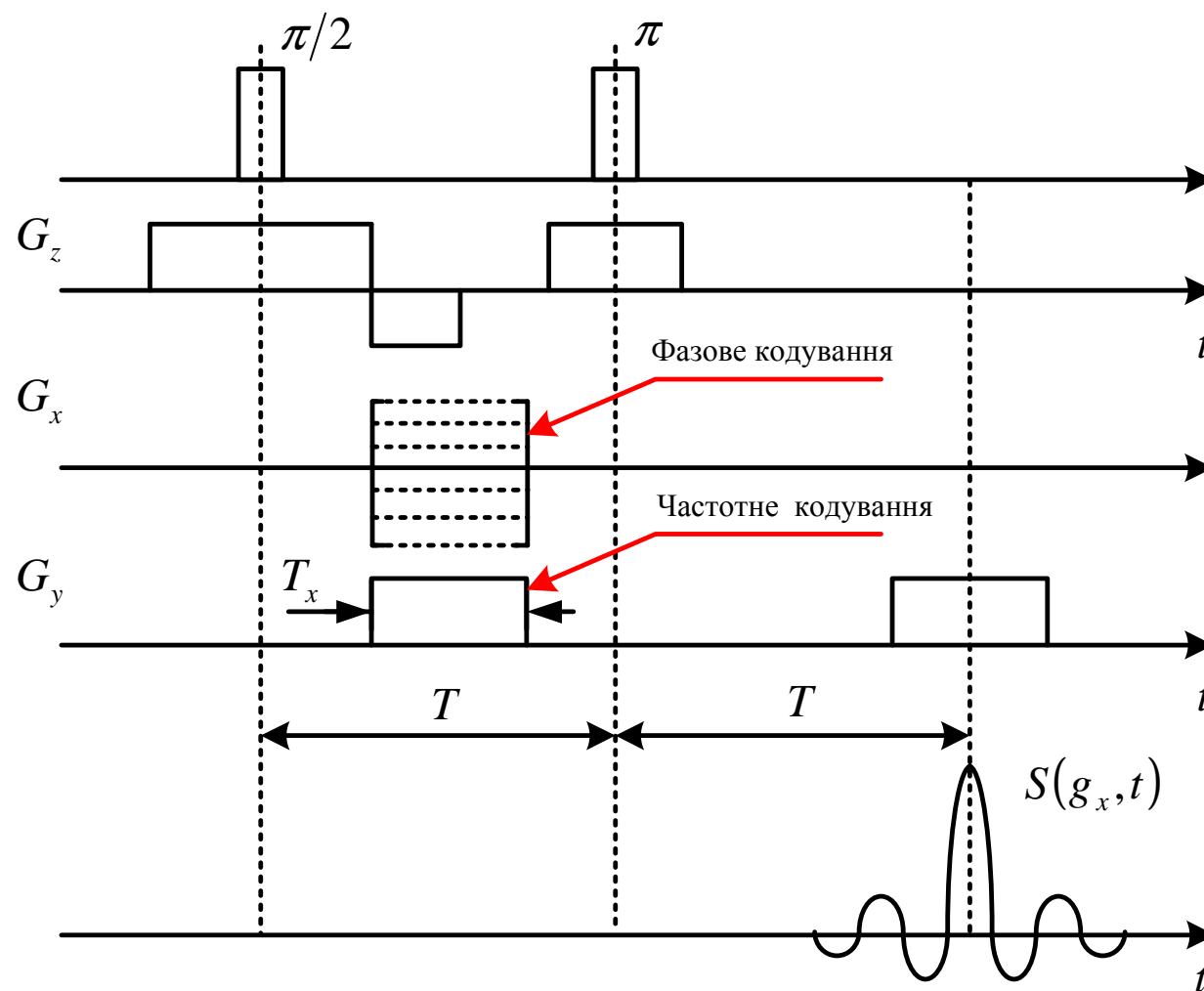
Інтегрування у (5) здійснюють по площині ω з урахуванням фази, оскільки луна-сигнал – хвильовий процес, тому вводиться множник, який і враховує фазові відмінності точок інтегрування.

Проте вираз (5) неможливо розглядати як інтегральне рівняння відносно $c(x, y, z)$, оскільки шукана функція $c(x, y, z)$ – функція трьох змінних, а виміряна функція $S_\omega(t)$ – функція однієї змінної. Де взяти ще дві змінні?

Реконструкція МРТ-зображень

Кілька практичних схем, у яких це протиріччя розв'язано. У всіх схемах

$g_z \gg g_x, g_z \gg g_y$, що створює селекцію по z .



Перша практична схема

Реконструкція МРТ-зображень

Для селекції поперечних перерізів включають градієнтне поле G_z з великим значенням g_z . Уздовж осі x включають по чергово декілька градієнтних полів G_x (роблять серію експериментів) з різними g_x тривалістю T_x , тобто при кожному значенні g_x створюється фазове кодування, оскільки у кожному експерименті луна-сигналу відповідає постійність фази $\gamma g_x x T_x$. Уздовж осі y включають одне градієнтне поле G_y в принципі нескінченної тривалості, тобто створюється частотне кодування, оскільки цьому відповідає постійність лише частоти $\gamma g_y y$. В результаті луна-сигнал можна записати у вигляді

$$A \iint c(x, y) \exp(i\gamma(g_x x T_x + g_y y t)) dx dy = s(g_x, t). \quad (6)$$

g_x, t - змінні, а T_x, g_y - постійні (мають по одному значенню).

Технічно це означає, що задається ряд значень g_x і при кожному з цих значень вимірюють луна-сигнал. В результаті буде виміряно функцію двох змінних $s(g_x, t)$. Тому (6) можна розглядати як двовимірне інтегральне рівняння відносно щільності $c(x, y)$, яке відповідає деякому селективному перерізу (шару) з координатою z , і, відповідно, частотою $\omega = \gamma g_z z$.

Реконструкція МРТ-зображень

Це означає, що вимірювання правої частини $s(g_x, t)$ виконано по деякій середній частоті ω_z , а шукана функція $c(x, y)$ відповідає координаті

$z = \omega_z / \gamma g_z$. Тому (6) можна переписати так:

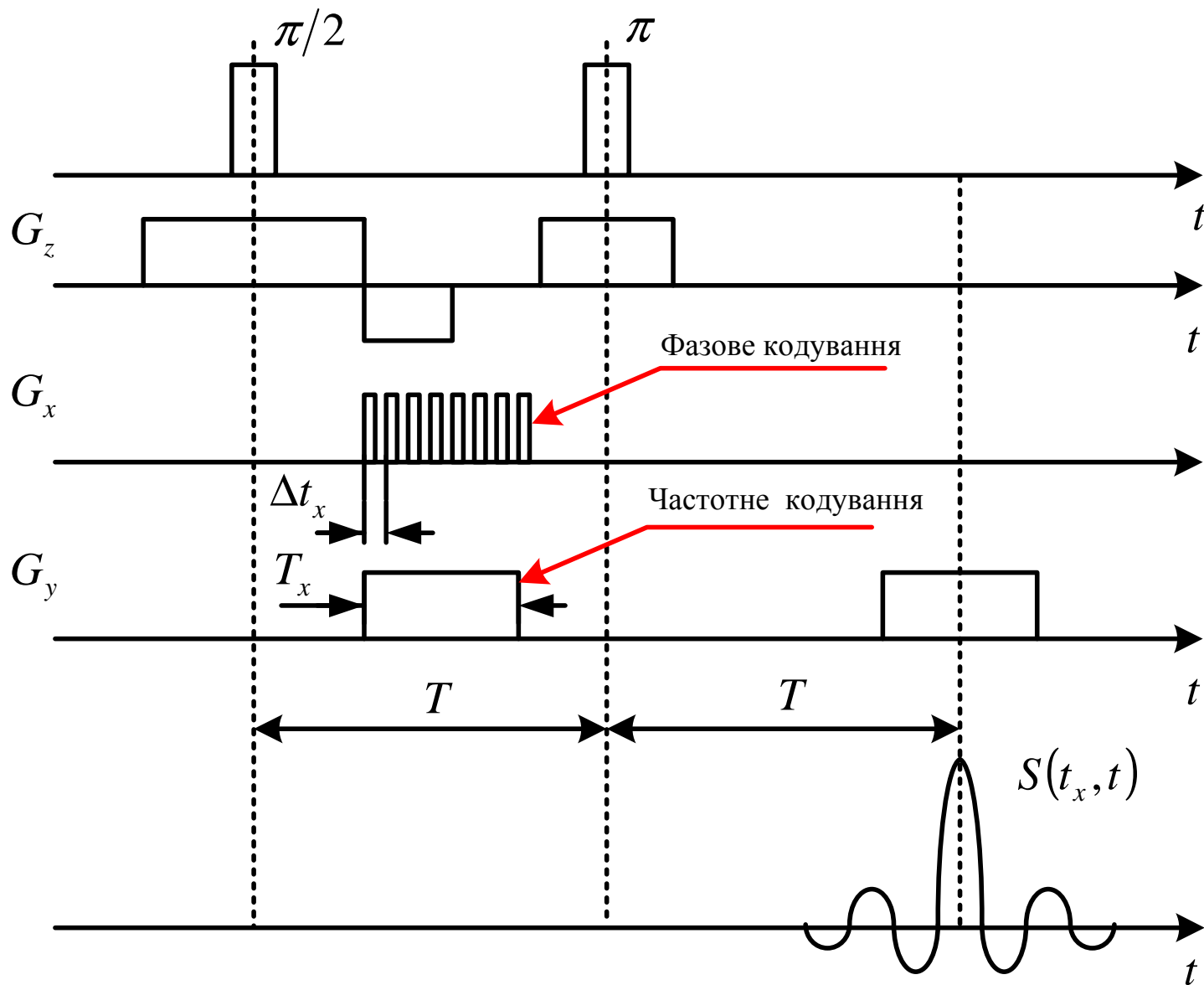
$$A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) \exp(i\gamma(g_x x T_x + g_y y t)) dx dy = S_{\omega_z}(g_x, t). \quad (7)$$

Розв'язок (7) методом зворотного перетворення Фур'є такий

$$c\left(\frac{\xi}{\gamma T_x}, \frac{\omega_y}{\gamma g_y}\right) = \frac{\gamma^2 T_x g_y}{4\pi^2 A} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\omega_z}(g_x, t) \exp(-i(\xi g_x + \omega_y t)) dg_x dt.$$

Таким чином, протонна щільність визначається за допомогою двовимірного зворотного перетворення Фур'є від набору луна-сигналів.

Реконструкція МРТ-зображень



Друга практична схема

Реконструкція МРТ-зображень

У цій схемі задають набір градієнтних полів по x з однаковими g_x , але різної тривалості дії t_x . А по y , як і у першій схемі, створюють частотне кодування. У результаті виходить набір луна-сигналів, які відрізняються різними значеннями t_x :

$$A \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(x, y) \exp(i\gamma(g_x x t_x + g_y y t)) dx dy = S_{\omega_z}(t_x, t),$$

$$t_x = n \cdot \Delta t_x, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Ефективна товщина збуджуваного шару протонів

Реальні 90 та 180-ти градусні імпульси не є прямокутними, вони мають форму гаусівської кривої з шириною 2τ на напіввисоті. У цьому випадку збуджуватимуться протони в ефективному шарі товщиною

$$\delta_z = \frac{4 \ln 2}{\gamma g_z \tau}.$$

Щоб усунути розфазування протонів у межах цього шару, напрям градієнтного поля змінюють на протилежний (метод Хоулта) – див. 2 попередніх слайди.

Вплив неоднорідності полів на роздільну здатність томограм

Неоднорідність магнітних полів спричиняє зменшення роздільної здатності томограм. Для випадку неоднорідності постійного магнітного поля ΔB_0 на МРТ розрізнятимуться деталі з відстанню між ними

$$\delta x \geq \frac{B_0}{g_x} \frac{\Delta B_0}{B_0} \Leftrightarrow \frac{\Delta B_0}{B_0} \leq \frac{g_x}{B_0} \delta x,$$

тобто роздільну здатність можна збільшити, якщо збільшувати співвідношення $\frac{\Delta B_0}{B_0}$ і зменшувати g_x .

Якщо ж говоримо про вплив неоднорідності градієнтного поля, то роздільні здатності по осях будуть такі (x – лінійний розмір робочого об'єму):

$$\frac{\Delta g_x}{g_x} \leq \frac{\delta x}{x}, \quad \frac{\Delta g_y}{g_y} \leq \frac{\delta y}{y}, \quad \frac{\Delta g_z}{g_z} \leq \frac{\delta z}{z}.$$

Приклад. $B_0 = 0,1$ Тл, $g_x = 5$ мТл/м, $x = 20$ см.

Вимагається $\delta x \leq 0,2$ мм.

Тоді $\frac{\Delta B_0}{B_0} \leq 10^{-5}$, $\frac{\Delta g_x}{g_x} \leq 10^{-3}$, що є доволі високими вимогами.

Вимірювання часу поздовжньої та поперечної релаксацій

Нехай період повторення імпульсів T_D . Тоді початкова амплітуда луна-сигналу у момент закінчення чергового $\pi/2$ – імпульса

$$\begin{aligned} M_z(t) \Big|_{\substack{t=T_D \\ \theta=\pi/2}} &\equiv M_z(T_D) = M_z - M_z \exp(-T_D/T_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{T_D}{T_1} &= \ln\left(1 - \frac{M_z(T_D)}{M_z}\right) = f(T_D). \end{aligned} \quad (8)$$

Здійснюючи серію дослідів з різними значеннями T_D , можна побудувати залежність (8), за якою можна визначити час поздовжньої (спін-решітчастої) релаксації.

$$\begin{aligned} M_{\perp}(t) \Big|_{\substack{t=T_D \\ \theta=\pi/2}} &\equiv M_{\perp}(T_D) = M_0 \exp(-T_D/T_2^*) \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{T_D}{T_2^*} &= \ln\left(\frac{M_{\perp}(T_D)}{M_0}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Здійснюючи серію дослідів, у принципі, для одного імпульса, можна побудувати залежність (9), за якою можна визначити час поперечної (спін-спінової) релаксації.