#  **МЕТОД СИМПЛЕКС-ТАБЛИЦЬ**

$$F\left(x\_{1},x\_{2}\right)=3x\_{1}+2x\_{2}\rightarrow max$$

$$\left\{\begin{matrix}\begin{array}{c}3x\_{1}+x\_{2}\leq 21\\2x\_{1}+3x\_{2}\leq 30\\2x\_{2}\leq 16\\x\_{1}\geq 0,x\_{2}\geq 0\end{array}&\begin{array}{c} \\ \\\rightarrow x\_{2}\leq 8\\ \end{array}\end{matrix}\right.$$

Математична модель задачі приводиться до канонічного вигляду.

Нерівності обертаються в рівності шляхом введення вільних змінних – $x\_{3},x\_{4},x\_{5}$ відповідно:

$$F\left(x\_{1},x\_{2},…,x\_{5}\right)=3x\_{1}+2x\_{2}+0x\_{3}+0x\_{4}+0x\_{5}\rightarrow max$$

$$\left\{\begin{matrix}\begin{array}{c}3x\_{1}+x\_{2}+1x\_{3}+0x\_{4}+0x\_{5}=21\\2x\_{1}+3x\_{2}+0x\_{3}+1x\_{4}+0x\_{5}=30\\x\_{2}+0x\_{3}+0x\_{4}+1x\_{5}=8\\x\_{1},x\_{2},…,x\_{5}\geq 0\end{array}\end{matrix}\right.$$

Отримується початковий допустимий базисний розв’язок задачі, який задовольняє всім умовам-обмеженням:

$$x\_{1}=0,x\_{2}=0,x\_{3}=21,x\_{4}=30,x\_{5}=8.$$

Складається вихідна симплекс-таблиця:

Таблиця 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | C | **–** | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
|  | B | $$A\_{0}$$ | $$A\_{1}$$ | $$A\_{2}$$ | $$A\_{3}$$ | $$A\_{4}$$ | $$A\_{5}$$ |
| 0 | $$x\_{3}$$ | 21 | **3** | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | $$x\_{4}$$ | 30 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | $$x\_{5}$$ | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|  | $$∆$$ | 0 | -3 | -2 | 0 | 0 | 0 |

Аналізуються оцінки індексного рядка.

Розв’язуємо задачу ЛП на $max$, маємо в індексному рядку найвід’ємнішу оцінку $∆\_{1}=-3$, а у відповідному стовпці додатні елементи, тому можливий перехід до іншого, більш кращого розв’язку задачі.

Визначаємо напрямний стовпець – $A\_{1}$ (за найвід’ємнішою оцінкою), який вказує на змінну, що вводитиметься в базис для покращення розв’язку задачі – $x\_{1}$.

Визначаємо напрямний рядок – $x\_{3}$ (за найменшим з відношень елементів стовпця $A\_{0}$ до елементів напрямного стовпця ($A\_{1}$)). Змінна $x\_{3}$ виводитиметься з базису.

На перетині напрямного стовпця та напрямного рядка знаходиться напрямний елемент – $x\_{31}$.

Розраховуються елементи наступної симплекс-таблиці:

Таблиця 2´

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | **–** | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| B | $$A\_{0}$$ | $$A\_{1}$$ | $$A\_{2}$$ | $$A\_{3}$$ | $$A\_{4}$$ | $$A\_{5}$$ |
| $$x\_{1}$$ | $$21∶3$$ | $$3∶3$$ | $$1∶3$$ | $$1∶3$$ | $$0∶3$$ | $$0∶3$$ |
| $$x\_{4}$$ | $$30-\frac{21⋅2}{3}$$ | $$2-\frac{3⋅2}{3}$$ | $$3-\frac{1⋅2}{3}$$ | $$0-\frac{1⋅2}{3}$$ | $$1-\frac{0⋅2}{3}$$ | $$0-\frac{0⋅2}{3}$$ |
| $$x\_{5}$$ | $$8-\frac{21⋅0}{3}$$ | $$0-\frac{3⋅0}{3}$$ | $$1-\frac{1⋅0}{3}$$ | $$0-\frac{1⋅0}{3}$$ | $$0-\frac{0⋅0}{3}$$ | $$1-\frac{0⋅0}{3}$$ |
| $$∆$$ |  |  |  |  |  |  |

Таблиця 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | C | **–** | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
|  | B | $$A\_{0}$$ | $$A\_{1}$$ | $$A\_{2}$$ | $$A\_{3}$$ | $$A\_{4}$$ | $$A\_{5}$$ |
| 3 | $$x\_{1}$$ | 7 | 1 | $$\frac{1}{3}$$ | $$\frac{1}{3}$$ | 0 | 0 |
| 0 | $$x\_{4}$$ | 16 | 0 | $$\frac{7}{3}$$ | $$-\frac{2}{3}$$ | 1 | 0 |
| 0 | $$x\_{5}$$ | 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|  | $$∆$$ | 21 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 |

Напрямний стовпець – $A\_{2}$, напрямний рядок – $x\_{4}$, напрямний елемент – $x\_{42}$.

Будується наступна симплекс-таблиця.

Таблиця 3´

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | **–** | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| B | $$A\_{0}$$ | $$A\_{1}$$ | $$A\_{2}$$ | $$A\_{3}$$ | $$A\_{4}$$ | $$A\_{5}$$ |
| $$x\_{1}$$ | $$7-(16⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ | $$1-(0⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ | $$\frac{1}{3}-(\frac{7}{3}⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ | $$\frac{1}{3}-(-\frac{2}{3}⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ | $$0-(1⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ | $$0-(0⋅\frac{1}{3})∶\frac{7}{3}$$ |
| $$x\_{2}$$ | $$16∶\frac{7}{3}$$ | $$0∶\frac{7}{3}$$ | $$\frac{7}{3}∶\frac{7}{3}$$ | $$-\frac{2}{3}∶\frac{7}{3}$$ | $$1∶\frac{7}{3}$$ | $$0∶\frac{7}{3}$$ |
| $$x\_{5}$$ | $$8-\left(16⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ | $$0-\left(0⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ | $$1-\left(\frac{7}{3}⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ | $$0-\left(-\frac{2}{3}⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ | $$0-\left(1⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ | $$1-\left(0⋅1\right)∶\frac{7}{3}$$ |
| $$∆$$ |  |  |  |  |  |  |

Таблиця 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | C | **–** | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 |
|  | B | $$A\_{0}$$ | $$A\_{1}$$ | $$A\_{2}$$ | $$A\_{3}$$ | $$A\_{4}$$ | $$A\_{5}$$ |
| 3 | $$x\_{1}$$ | $$\frac{33}{7}$$ | 1 | 0 | $$\frac{3}{7}$$ | $$-\frac{1}{7}$$ | 0 |
| 2 | $$x\_{2}$$ | $$\frac{48}{7}$$ | 0 | 1 | $$-\frac{2}{7}$$ | $$\frac{3}{7}$$ | 0 |
| 0 | $$x\_{5}$$ | $$\frac{8}{7}$$ | 0 | 0 | $$\frac{2}{7}$$ | $$-\frac{3}{7}$$ | 1 |
|  | $$∆$$ | $$\frac{195}{7}$$ | 0 | 0 | $$\frac{5}{7}$$ | $$\frac{3}{7}$$ | 0 |

В індексному рядку всі оцінки $∆\_{1},∆\_{2},…,∆\_{5}\geq 0$, тому отриманий оптимальний розв’язок задачі: $x\_{1}=\frac{33}{7},x\_{2}=\frac{48}{7},F\_{max}=\frac{195}{7}.$