

Лабораторна робота №1

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ЛДС НА ОСНОВІ РІВНЯННЯ ЗГОРТКИ

МЕТА: дослідити моделювання роботи ЛДС на основі згортки

Теоретичні відомості

1. Загальна характеристика пакету **Signal Processing**

Signal Processing Toolbox - потужний пакет по аналізу, моделюванню і проектуванню пристроїв обробки всіляких сигналів, забезпеченню їх фільтрації і безлічі перетворень.

Пакет Signal Processing забезпечує надзвичайно обширні можливості по створенню програм обробки сигналів для сучасних наукових і технічних додатків. У пакеті використовується різноманітна техніка фільтрації і новітні алгоритми спектрального аналізу. Пакет містить модулі для розробки нових алгоритмів обробки сигналів, розробки лінійних систем і аналізу тимчасових рядів. Пакет буде корисний, зокрема, в таких областях, як обробка аудіо- і відеоінформації, телекомунікації, геофізика, завдання управління в реальному режимі часу, економіка, фінанси і медицина.

Призначення пакету:

- Моделювання сигналів і лінійних систем;
- Проектування, аналіз і реалізація цифрових і аналогових фільтрів;
- Швидке перетворення Фур'є, дискретне косинусне та інші перетворення;
- Оцінка спектрів і статистична обробка сигналів;
- Параметрична обробка тимчасових рядів;
- Генерація сигналів різної форми;
- Віконне відображення.

Пакет Signal Processing - ідеальна оболонка для аналізу і обробки сигналів. В ньому використовуються перевірені практикою алгоритми, вибрані по критеріях максимальної ефективності і надійності. Пакет містить широкий спектр алгоритмів для представлення сигналів і лінійних моделей. Цей набір дозволяє користувачеві досить гнучкий підходити до створення сценарію обробки сигналів. Пакет включає алгоритми для перетворення моделі з одного вигляду в інший.

Пакет Signal Processing включає повний набір методів для створення цифрових фільтрів зі всілякими характеристиками. Він дозволяє швидко розробляти фільтри високих і низьких частот, смугові пропускаючі і затримуючі фільтри, багатосмугові фільтри, у тому числі фільтри Чебишева,

Юла-Уолкера, еліптичні і інші фільтри.

Графічний інтерфейс дозволяє проектувати фільтри, задаючи вимоги до них в режимі перенесення об'єктів мишею. У пакет включені наступні нові методи проектування фільтрів:

- Узагальнений метод Чебишева для створення фільтрів з нелінійною фазовою характеристикою, комплексними коефіцієнтами або довільним відгуком. Алгоритм розроблений Макленаном і Карамом в 1995 році;
- Метод найменших квадратів з обмеженнями дозволяє користувачеві явно контролювати максимальну помилку (згладжування);
- Метод розрахунку мінімального порядку фільтру з вікном Кайзера;
- Узагальнений метод Баттерворта для проектування низькочастотних фільтрів з максимально однорідними смугами пропускання і загасання.

Заснований на оптимальному алгоритмі швидкого перетворення Фур'є, пакет Signal Processing володіє неперевершеними характеристиками для частотного аналізу і спектральних оцінок. Пакет включає функції для обчислення дискретного перетворення Фур'є, дискретного косинусного перетворення, перетворення Гільберта і інших перетворень, часто вживаних для аналізу, кодування і фільтрації. У пакеті реалізовані такі методи спектрального аналізу, як метод Вельха, метод максимальної ентропії та інші.

Пакет Signal Processing є основою для вирішення багатьох інших завдань. Наприклад, комбінуючи його з пакетом Image Processing, можна обробляти і аналізувати двомірні сигнали і зображення. У парі з пакетом System Identification пакет Signal Processing дозволяє виконувати параметричне моделювання систем тимчасової області. У поєднанні з пакетами Neural Network і Fuzzy Logic може бути створено безліч засобів для обробки даних або виділення класифікаційних характеристик. Засіб генерації сигналів дозволяє створювати імпульсні сигнали різної форми.

2. Згортка

Згортка грає дуже важливу роль в теорії ЦОС (див лекції). Дискретною згорткою двох сигналів g і h називають одновимірний масив

$$c(n+1) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k+1)h(n-k)$$

Нижче наведена ілюстрація процесу обчислення згортки.

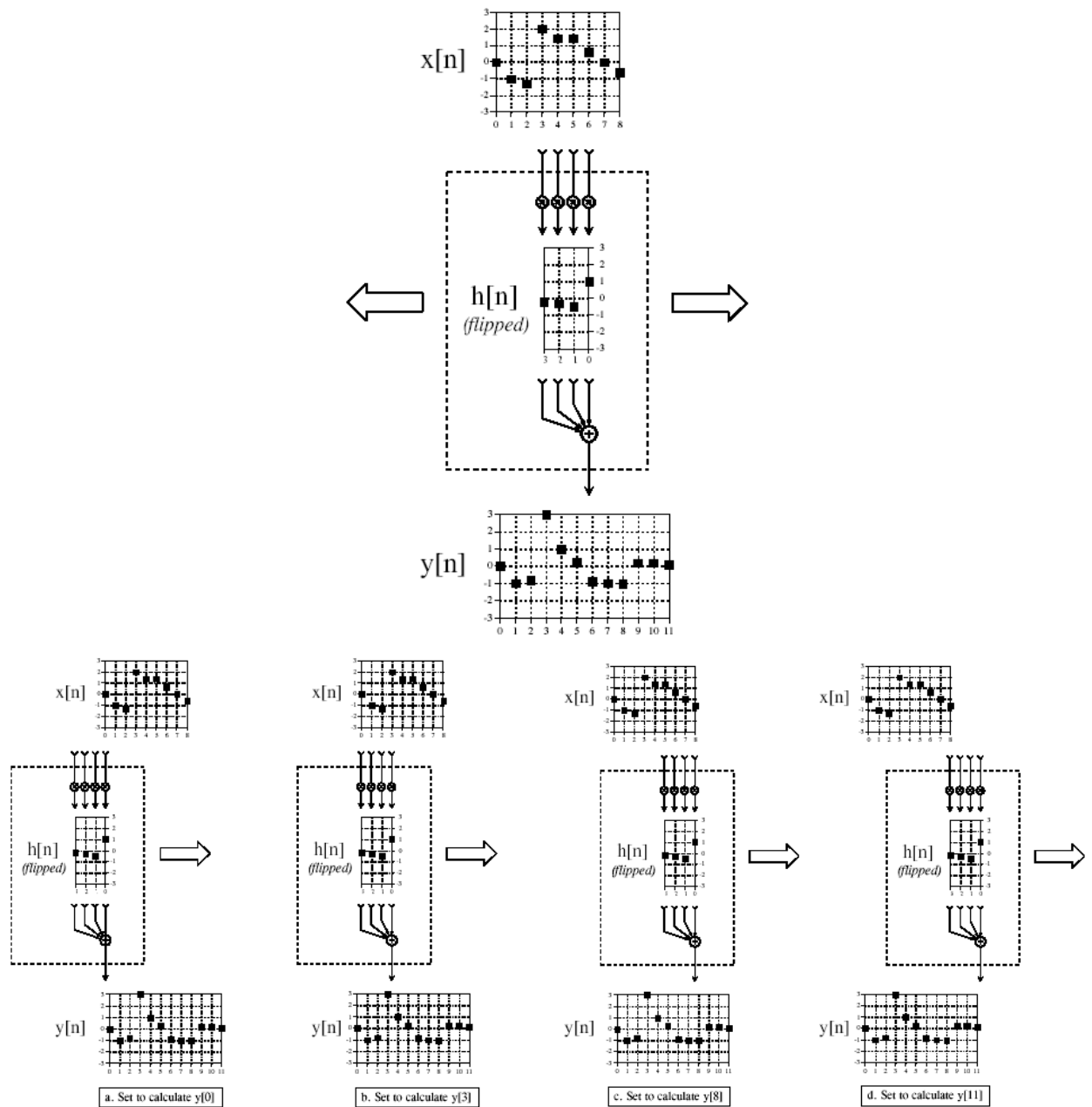


Рис.1.1

У середовищі MATLAB згортка реалізується наступною функцією $\text{conv}(A,b)$.

В результаті виходить вектор довжиною $\text{LENGTH}(A)+\text{LENGTH}(B)-1$.

Завдання для самостійної роботи

1. Написати програму, що обчислює згортку двох сигналів, оформити її у вигляді функції $Z=\text{myconv}(A,b)$. Порівняти результати роботи програми з функцією $\text{conv}(A,b)$.

2. Для сигналів знайти згортки (використовуючи свою програму) відповідно до завдання. Пояснити отримані результати аналітично.

$A = \{\dots, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, \dots\}$
 $B = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 0, \dots\}$
 $C = \{\dots, 0, 2, 1, 0.5, 0, \dots\}$
 $D = \{\dots, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, \dots\}$
 $E = \{\dots, 0, 5, 4, 5, 3, 1, 0, \dots\}$
 $F = \sin(2\pi t) + 0.1 \cdot \text{randn}(1, \text{length}(t));$ $t = 0:1/125:10;$
 $G = \{\dots, 0, 2, 1, 2, 0, \dots\}$

1. $A * A$
2. $B * C;$ $C * B$
3. $(D * E) * B;$ $D * (E * B)$
4. $D * (E + B);$ $D * E + D * B$
5. $F * A$
6. $F * G$

Індивідуальні завдання

Знайти згортку послідовностей $x(n)$ і $y(n)$ двома способами: прямим обчисленням та з використанням z-перетворення. Результат обчислень представити графічно.

Варіант 1

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	2	0	1	1	1	1
y(n)	1	2	3	0	3	2	1

Варіант 2

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	2	1	0	0	1	2
y(n)	4	0	4	0	1	1	1

Варіант 3

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	1	1	0	0	0	2	2
y(n)	0	0	1	3	3	1	1

Варіант 4

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	2	1	0	1	2	3
y(n)	2	0	2	0	0	1	2

Варіант 5

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	5	3	2	2	1	1	1
y(n)	0	1	2	2	1	0	2

Варіант 6

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	4	2	1	1	1	1
y(n)	1	1	2	3	1	2	3

Варіант 7

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	1	1	2	1	1	2
y(n)	2	1	2	1	2	1	3

Варіант 8

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	4	3	0	0	1	2	3
y(n)	2	2	0	0	1	2	2

Варіант 9

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	3	2	1	1	2	3
y(n)	1	1	0	0	0	1	2

Варіант 10

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	1	0	1	2	3	3
y(n)	-1	-1	0	0	-2	-2	-2

Варіант 11

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	1	2	3	3	3	2	1
y(n)	2	2	0	0	2	1	1

Варіант 12

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	4	2	1	0	-1	-1	-1
y(n)	2	3	1	2	3	1	2

Варіант 13

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	2	2	1	1	-1	-1
y(n)	2	4	3	2	4	1	3

Варіант 14

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	2	2	1	1	0	0
y(n)	1	1	2	3	4	4	4

Варіант 15

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	4	0	0	1	2	3	4
y(n)	2	2	1	1	1	3	3

Варіант 16

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	1	2	3	0	3	2	1
y(n)	4	3	2	1	0	1	2

Варіант 17

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	3	3	2	2	1	1
y(n)	-1	0	1	2	1	2	2

Варіант 18

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	-2	-2	-2	-1	2	2
y(n)	3	3	0	0	0	3	3

Варіант 19

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	4	3	2	1	2	2	3
y(n)	1	1	0	0	1	2	3

Варіант 20

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	2	0	0	0	2	3
y(n)	1	2	3	0	1	2	3

Варіант 21

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	1	0	-1	-1	-1	-1
y(n)	3	4	4	0	4	4	3

Варіант 22

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	3	1	1	1	3	2	1
y(n)	4	3	2	1	1	2	3

Варіант 23

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	1	3	5	3	1	1	1
y(n)	2	2	2	4	4	4	2

Варіант 24

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	5	5	3	3	3	1	1
y(n)	2	2	0	0	3	2	1

Варіант 25

n	0	1	2	3	4	5	6
x(n)	2	1	0	0	1	2	3
y(n)	1	1	2	2	3	4	1

Вимоги до звіту

Звіт повинен містити наступні розділи:

1. Титульний аркуш;
2. Цілі роботи;
3. Опис сигналів, коди програм, візуальне представлення сигналу.

Контрольні питання

1. Які властивості згортки використовувалися в лабораторній роботі?
2. Роль згортки в ЦОС.
3. У чому відмінність дискретної згортки від безперервної?
4. Як представити дискретний сигнал з використанням згортки і дельта-функції.

Приклад виконання

Моделювання роботи ЛДС на основі рівняння згортки з нульовими початковим умовами виконується за допомогою функції `conv`, формат якої має вигляд:

`conv(x,h)`.

x – вектор відліків впливів,

h – вектор відліків імпульсної характеристики.

Таблиця 1

<i>n</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
<i>x(n)</i>	4	2	0	0	1	2	3
<i>y(n)</i>	1	1	2	2	2	1	1

Виконання роботи

1. Знайдемо згортку прямим обчисленням:

$$F(n) = \sum_{i=0}^n x(i) \cdot y(n-i)$$

$$F(0) = x(0)y(0) = 4 \cdot 1 = 4$$

$$F(1) = x(0)y(1) + x(1)y(0) = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 6$$

$$F(2) = x(0)y(2) + x(1)y(1) + x(2)y(0) = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 10$$

$$F(3) = x(0)y(3) + x(1)y(2) + x(2)y(1) + x(3)y(0) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$F(4) = x(0)y(4) + x(1)y(3) + x(2)y(2) + x(3)y(1) + x(4)y(0) = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 13$$

$$F(5) = x(0)y(5) + x(1)y(4) + x(2)y(3) + x(3)y(2) + x(4)y(1) + x(5)y(0) = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 11$$

$$F(6) = x(0)y(6) + x(1)y(5) + x(2)y(4) + x(3)y(3) + x(4)y(2) + x(5)y(1) + x(6)y(0) = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 13$$

$$F(7) = x(1)y(6) + x(2)y(5) + x(3)y(4) + x(4)y(3) + x(5)y(2) + x(6)y(1) = 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 11$$

$$F(8) = x(2)y(6) + x(3)y(5) + x(4)y(4) + x(5)y(3) + x(6)y(2) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 12$$

$$F(9) = x(3)y(6) + x(4)y(5) + x(5)y(4) + x(6)y(3) = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 11$$

$$F(10) = x(4)y(6) + x(5)y(5) + x(6)y(4) = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9$$

$$F(11) = x(5)y(6) + x(6)y(5) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5$$

$$F(12) = x(6)y(6) = 3 \cdot 1 = 3$$

$$F(n) = \{4; 6; 10; 12; 13; 11; 13; 11; 12; 11; 9; 5; 3\}$$

Знайдемо згортку послідовності $x(n)$ та $y(n)$ (табл. 1) за допомогою програмного пакету Matlab 2010, та перевіримо результат, обчислений вручну.

Дана програма виглядає наступним чином:

```
>> x=[4 2 0 0 1 2 3];  
>> y=[1 1 2 2 2 1 1];  
>> h=conv(x,y)
```


h =

Columns 1 through 10

4 6 10 12 13 11 13 11 12 11

Columns 11 through 13

9 5 3

```
>> n=0:1:6;
```

```
>> stem(n,x)
```

```
>> grid
```

```
>> stem(n,y)
```

```
>> grid
```

```
>> stem(h)
```

```
>> grid
```

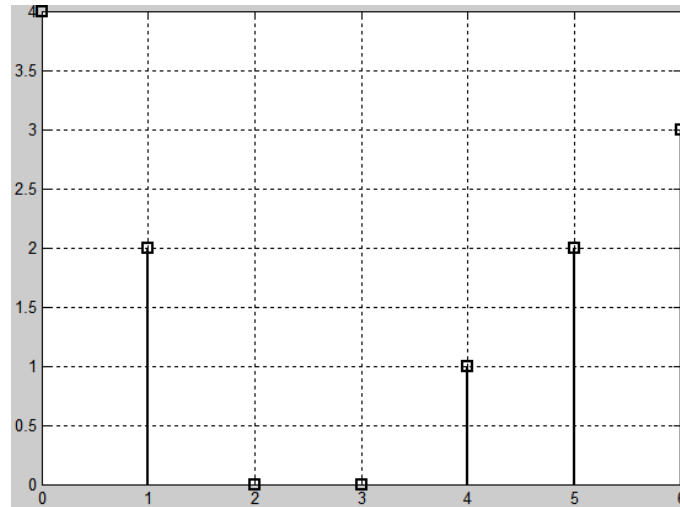


Рис.3.1. Графік послідовності $x(n)$

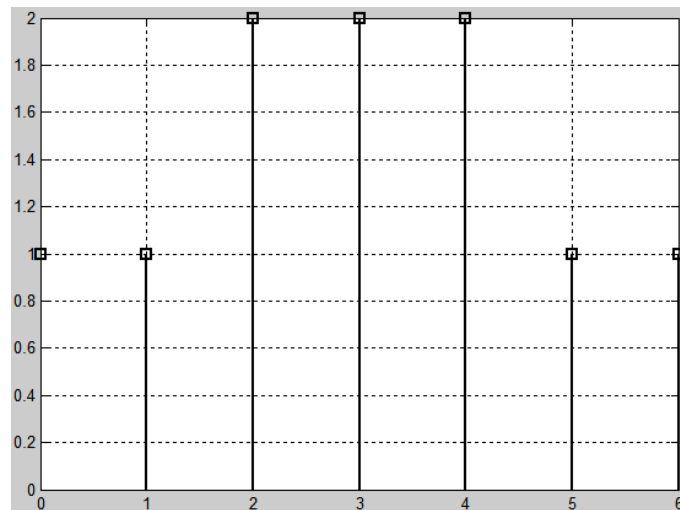


Рис.3.2. Графік послідовності $y(n)$

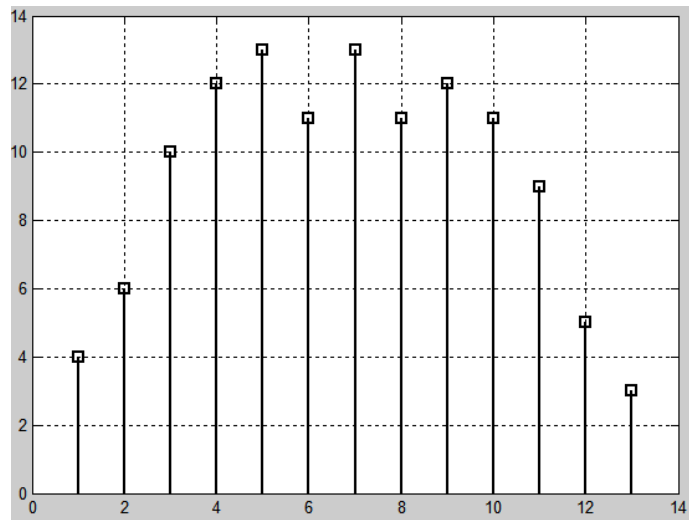


Рис.3.3. Графік послідовності $h(n)$

ВИСНОВОК: в даній лабораторній роботі було знайдено згортку послідовностей прямим розрахунком та проведено моделювання роботи ЛДС на основі рівняння згортки. Результати обчислень співпали з результатами моделювання, що й підтвердило правильність виконання.