

Основні поняття та визначення теорії моделювання

Математичне забезпечення (МЗ)

Одним з основних видів забезпечення САПР є математичне забезпечення, яке реалізується у вигляді програм і документації супроводу. Процес автоматизованого проектування можна представити як процес перетворення математичних моделей (ММ). Тому характеристики САПР в основному залежать від властивостей реалізованого в них математичного забезпечення. А самі математичні моделі служать для опису властивостей об'єктів в процедурах автоматизованого проектування.

Математичне забезпечення ділиться на дві складові:

- обслуговуюче;
- проектує.

1. Обслуговуюче МЗ містить у собі:

- бібліотеки типових зображень (математичні засоби машинної графіки);
- команди редагування і перетворення;
- методи методи обробки інформаційних масивів;
- засоби забезпечення обчислення;
- засоби, які накопичують статистичні дані.

2. Проектуєча система МЗ містить у собі засоби розв'язання прикладних задач.

Проектна процедура містить у собі засоби, які забезпечують опис виробу з визначенням вхідних параметрів і отриманням вихідних даних.

Виріб спочатку представляють у вигляді моделі, модель у вигляді алгоритмічного завдання, а за алгоритмом реалізують програму.

Модель – це така уявна або матеріально реалізована система чи фізичний об'єкт, яка відображає та відтворює реальний об'єкт, явище або процес дослідження, відображає його суттєві особливості і здатна замінити його так, що її подальше вивчення та дослідження дає нам нову інформацію про цей об'єкт.

Модель – спосіб заміщення реального об'єкта, який використовується для його дослідження, коли натуральний експеримент неможливий, дорогий, небезпечний, довготривалий.

Приклади.

Оскільки дослідження Місяця небезпечно для людини, для цієї мети використовують місяцехід як модель дослідника;

оскільки реальні експерименти над економікою країни дороги за своїми наслідками, то використовують математичні моделі економіки для вивчення наслідків керуючих рішень;

оскільки процес обробки металів вибухом швидкоплинний у часі, то його вивчають на моделі в збільшеному масштабі часу, а процес корозії - в зменшеному;

атом вивчається в збільшеному масштабі простору,

а космогонічні процеси - в зменшеному масштабі простору;

оскільки при проектуванні об'єкта його просто не існує, то дослідження майбутніх властивостей об'єкта ведеться на моделі.

На моделі вивчають невідомі властивості предметів. Модель є концентрованим вираженням сутності предмета або процесу, виділяючи тільки його основні риси.

Моделювання – це процес формалізації фізичного об'єкта, метою якого є створення певного аналогу об'єкта його моделі, адекватної йому.

Моделювання – метод пізнання, що полягає у створенні і дослідженні моделей. Тобто дослідження об'єктів шляхом побудови і вивчення моделей.

Формалізація – процес побудови інформаційних моделей за допомогою формальних мов.

Класифікація моделей

за областю використання:

Навчальні моделі – використовуються при навчанні;

Дослідні – це зменшені або збільшені копії проєктованого об'єкта. Використовують для дослідження і прогнозування його майбутніх характеристик.

Науково - технічні – створюються для дослідження процесів і явищ.

Ігрові – репетиція поведінки об'єкта в різних умовах.

Імітаційні – відображення реальності в тій чи іншій мірі (це метод проб і помилок)

за способом моделювання:

- символічні;
- речові (фізичні і приладові);

за призначенням:

- гносеологічні (для встановлення законів природи);
- сенсуального (для опису емоційної сфери);

- інформаційні (для розробки);

за способом побудови моделі:

- аналітичні;
- формальні;
- комбіновані;

за принципом побудови:

- стохастичні (містять імовірнісні факти, що представляють собою систему емпіричних залежностей, отриманих в результаті статистичного обстеження об'єкта);
- детерміновані (систему функціональних залежностей);

за типом опису мови моделі:

- текстові,
- математичні,
- графічні,
- змішані.

за фактором часу:

Статичні – моделі, що описують стан системи в певний момент часу (одноразовий зріз інформації по даному об'єкту). Приклади моделей: класифікація тварин, будова молекул, список посаджених дерев, звіт про обстеження стану зубів в школі і т.д.

Динамічні – моделі, що описують процеси зміни і розвитку системи (зміни об'єкта в часі). Приклади: опис руху тіл, розвитку організмів, процес хімічних реакцій.

за галуззю знань – це класифікація за галуззю діяльності людини: математичні, біологічні, хімічні, соціальні, економічні, історичні і т.д.

за формою подання:

Матеріальні – це предметні (фізичні) моделі. Вони завжди мають реальне втілення. Відображають зовнішні властивості і внутрішній устрій вихідних об'єктів, суть процесів і явищ об'єкта-оригіналу. Це експериментальний метод пізнання навколишнього середовища. Приклади: дитячі іграшки, скелет людини, опудало, макет сонячної системи, шкільні посібники, фізичні та хімічні досліди

Абстрактні (нематеріальні) – не мають реального втілення. Їх основу складає інформація. Це теоретичний метод пізнання навколишнього середовища.

за ознакою реалізації:

Уявні моделі формуються в уяві людини в результаті роздумів, висновків, іноді у вигляді деякого образу. Це модель супроводжує свідомої діяльності людини.

Вербальні – уявні моделі, виражені в розмовній формі. Використовуються для передачі думок.

Інформаційні моделі – цілеспрямовано відібрана інформація про об'єкт, яка відображає найбільш істотні для дослідника властивостей цього об'єкта.

Типи інформаційних моделей:

Табличні - об'єкти і їх властивості представлені у вигляді списку, а їх значення розміщуються в осередках прямокутної форми. Перелік однотипних об'єктів розміщений в першому стовпці (або рядку), а значення їх властивостей розміщуються в наступних стовпцях (або рядках)

Ієрархічні - об'єкти розподілені за рівнями. Кожен елемент високого рівня складається з елементів нижнього рівня, а елемент нижнього рівня може входити до складу лише одного елемента вищого рівня

Мережеві - застосовують для відображення систем, в яких зв'язки між елементами мають складну структуру

За ступенем формалізації інформаційні моделі бувають образно-знакові та знакові.

Образно-знакові моделі:

Геометричні (малюнок, піктограма, креслення, карта, план, об'ємне зображення)

Структурні (графічні форми та об'ємні конструкції, таблиця, граф, схема, діаграма)

Словесні (опис природними мовами, усні та письмові описи з використанням ілюстрацій)

Алгоритмічні (нумерований список, покрокове перерахування, блок-схема). Алгоритми – знання, які вибудовуються людиною в ланцюжок так, щоб з'єднати початковий стан з бажаним, метою; це один з варіантів ряду заходів, кроків, що призводять до мети.

Структурні моделі – схеми, графіки, таблиці і т. П .;

Логічні моделі – моделі, в яких представлені різні варіанти вибору дій на основі висновків і аналізу умов;

Знакові моделі:

Математичні – представлені математичними формулами, що відображають зв'язок різних параметрів об'єкта або процесу

Спеціальні – представлені на спецмовах (ноти, хімічні формули)

Алгоритмічні – програми

Проте, стосовно природничих і технічних наук прийнято розрізняти такі види моделювання:

- **концептуальне моделювання**, при якому сукупність вже відомих фактів або подань щодо досліджуваного об'єкта або системи тлумачиться за допомогою деяких спеціальних знаків, символів, операцій над ними або допомогою природного або штучного мов;

Концептуальна (змістовна) модель – це абстрактна модель, яка визначає структуру модельованої системи, властивості її елементів і причинно-наслідкові зв'язки, властиві системи і суттєві для досягнення мети моделювання. Іншими словами, це змістовна модель, при формулюванні якої використовуються поняття і уявлення предметних областей, пов'язаних з моделлю.

Виділяють три види концептуальних моделей: логіко-семантичні, структурно-функціональні та причинно-наслідкові.

Логіко-семантична модель – опис об'єкта в термінах відповідних предметних областей знань. Аналіз таких моделей здійснюється засобами логіки із залученням спеціальних знань.

При побудові **структурно-функціональної моделі** об'єкт розглядається як цілісна система, яку розчленовують на окремі підсистеми або елементи. Частина системи пов'язують структурними відносинами, що описують підпорядкованість, логічну і тимчасову послідовність вирішення завдань.

Причинно-наслідкова модель служить для пояснення і прогнозування поведінки об'єкта. Такі моделі орієнтовані на наступні моменти: 1) виявлення головних взаємозв'язків між підсистемами; 2) виявлення певного впливу різних чинників на стан об'єкта; 3) опис динаміки цікавлять розробника параметрів.

Формальна модель є представленням концептуальної моделі за допомогою формальних мов. До таких мов відносяться математичний апарат, алгоритмічні мови, мови моделювання.

Побудова концептуальної моделі включає наступні етапи:

- 1) визначення типу системи;
- 2) опис зовнішніх впливів;
- 3) декомпозиція системи.

- **фізичне (натурне) моделювання**, при якому модель і модельований об'єкт є реальні об'єкти або процеси єдиної або різної фізичної природи, причому між процесами в об'єкті-оригіналі і в моделі виконуються деякі співвідношення подібності, що впливають з схожості фізичних явищ;

- **структурно-функціональне моделювання**, при якому моделями є схеми (блок-схеми), графіки, креслення, діаграми, таблиці, малюнки, доповнені спеціальними правилами їх об'єднання і перетворення;

• **математичне (логіко-математичне) моделювання**, при якому моделювання, включаючи побудову моделі, здійснюється засобами математики і логіки; : «Математичної моделлю називається сукупність математичних співвідношень, рівнянь, нерівностей і т.п., що описують основні закономірності, притаманні досліджуваному процесу, об'єкту або системі.»

Математична модель фізичного об'єкту (системи, процесу) – це сукупність математичних співвідношень (рівнянь, формул, графічних співвідношень, нерівностей), що пов'язують вихідні характеристики стану фізичного об'єкту з вхідною інформацією, початковими даними, геометричними (просторовими та іншими) обмеженнями, що накладаються на функціонування об'єкту.

Математична модель знаходиться у певній відповідності з фізичним об'єктом і здатна замінити його з тією метою, щоб вивчення та дослідження моделі давало нову інформацію про поведінку об'єкту (механізм протікання процесів, динаміку, поведінку об'єкту як в минулому так і в майбутньому тощо). У таблиці 1 показані види математичних моделей за різними ознаками класифікації.

Класифікація математичних моделей

Ознаки класифікації	Види математичних моделей
1. Приналежність до ієрархічного рівня	Моделі мікрорівня Моделі макрорівня Моделі метарівня
2. Характер властивостей об'єкту, що відображаються	Структурні Функціональні
3. Спосіб представлення властивостей об'єкту	Аналітичні Алгоритмічні Імітаційні
4. Спосіб отримання моделі	Теоретичні Емпіричні
5. Особливості поведінки об'єкту	Детерміновані Імовірнісні

Математична модель може буди у вигляді схеми або формули.
Математичний опис у загальному вигляді становить систему рівнянь виду:

$$\bar{Y} = F(\bar{U}, \bar{X}, \bar{Z}).$$

Або схеми

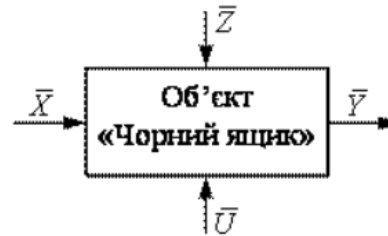


Рисунок 2.1 – Схема моделі

$\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}$ – вектор вхідних параметрів, \bar{Y} – вектор вихідних параметрів.

Вхідні параметри поділяються на три групи X – контрольовані, але не регулюємі параметри; U – контрольовані і регулюємі параметри (керуючі параметри); Z – неконтрольовані та нерегулюємі параметри (збурення).

• **імітаційне (комп'ютерне) моделювання**, при якому логіко-математична модель досліджуваного об'єкта є алгоритм функціонування об'єкта, реалізований у вигляді програмного комплексу для комп'ютера.

При імітаційному моделюванні який реалізує модель алгоритм відтворює процес функціонування системи в часі. Імітуються елементарні явища, що становлять процес, зі збереженням їх логічної структури і послідовності протікання в часі.

Комп'ютерне моделювання - це математичне моделювання з використанням засобів обчислювальної техніки. Відповідно, технологія комп'ютерного моделювання передбачає виконання таких дій:

- 1) визначення мети моделювання;
- 2) розробка концептуальної моделі;
- 3) формалізація моделі;
- 4) програмна реалізація моделі;
- 5) планування модельних експериментів;
- 6) реалізація плану експерименту;
- 7) аналіз і інтерпретація результатів моделювання.

Пряма і зворотна задачі математичного моделювання

Традиційно виділяють два основні класи задач, пов'язаних з математичними моделями: прямі і зворотні.

Пряма задача: структура моделі і все її параметри вважаються відомими, головне завдання – провести дослідження моделі для вилучення корисного знання про об'єкт. Як літак подолає звуковий бар'єр, чи не розвалиться він від флатера, - ось типові приклади прямого завдання.

Зворотна задача: відомо безліч можливих моделей, треба вибрати конкретну модель на підставі додаткових даних про об'єкт. Найчастіше, структура моделі відома, і необхідно визначити деякі невідомі параметри. Додаткова інформація може складатися в додаткових емпіричних даних, або у вимогах до об'єкта (завдання проектування). Додаткові дані можуть надходити незалежно від процесу розв'язання оберненої задачі (пасивне спостереження) або бути результатом спеціально планованого в ході рішення експерименту (активне спостереження).

Одним з перших прикладів віртуозного розв'язання оберненої задачі з максимально повним використанням доступних даних був побудований І. Ньютоном метод відновлення сил тертя за спостережуваними загасаючим коливань.

Основні етапи математичного моделювання

Першим етапом математичного моделювання є постановка завдання, визначення об'єкта і цілей дослідження, завдання критеріїв (ознак) вивчення об'єктів і управління ними. Неправильна або неповна постановка завдання може звести нанівець результати всіх наступних етапів

Другим етапом моделювання є вибір типу математичної моделі, що є найважливішим моментом, що визначає напрямок усього дослідження. Спочатку виявляються основні особливості явища і зв'язки між ними на якісному рівні. Потім знайдені якісні залежності формулюються на мові математики, тобто будується математична модель. Це найважча стадія моделювання.

Зазвичай послідовно будується кілька моделей. Порівняння результатів їх дослідження з реальністю дозволяє встановити найкращу з них. На етапі вибору типу математичної моделі за допомогою аналізу даних пошукового експерименту встановлюються: лінійність або нелінійність, динамічність або статичність, стаціонарність або нестаціонарність, а також ступінь детермінованості досліджуваного об'єкта або процесу.

Процес вибору математичної моделі об'єкта закінчується її попереднім контролем, який також є першим кроком на шляху до дослідження моделі. При цьому здійснюються наступні види контролю (перевірки): розмірностей; порядків; характеру залежностей; екстремальних ситуацій; граничних умов; математичної замкнутості; фізичного сенсу; стійкості моделі.

Контроль розмірностей зводиться до перевірки виконання правила, згідно з яким прирівнюватися і складатися можуть лише величини однаковою розмірності.

Контроль порядків величин спрямований на спрощення моделі. При цьому визначаються порядки складаються величин і явно незначні складові відкидаються.

Аналіз характеру залежностей зводиться до перевірки напряму і швидкості зміни одних величин при зміні інших. Напрямки і швидкість, що впливають з ММ, повинні відповідати фізичним змістом завдання.

Аналіз екстремальних ситуацій зводиться до перевірки наочного сенсу рішення при наближенні параметрів моделі до нуля або нескінченності.

Контроль граничних умов полягає в тому, що перевіряється відповідність ММ граничним умовам, що впливають зі змісту завдання. При цьому перевіряється, чи дійсно граничні умови поставлені і враховані при побудові шуканої функції і що ця функція насправді задовольняє таким умовам.

Аналіз математичної замкнутості зводиться до перевірки того, що ММ дає однозначне рішення.

Аналіз фізичного сенсу зводиться до перевірки фізичного змісту проміжних співвідношень, які використовуються при побудові ММ.

Перевірка стійкості моделі полягає в перевірці того, що варіювання вихідних даних в рамках наявних даних про реальний об'єкт не призведе до істотної зміни рішення.

Етап третій. Рішення математичної задачі, до якої призводить модель. На цьому етапі велика увага приділяється розробці алгоритмів і чисельних методів рішення задачі на ЕОМ, за допомогою яких результат може бути знайдений з необхідною точністю і за допустимий час.

Четвертий етап. Інтерпретація отриманих слідств з математичної моделі. Слідства, виведені з моделі на мові математики, інтерпретуються мовою, прийнятою в даній області.

Етап п'ятий. Перевірка адекватності моделі. На цьому етапі з'ясовується, чи узгоджуються результати експерименту з теоретичними наслідками з моделі в межах певної точності.

Шостий етап. Модифікація моделі. На цьому етапі відбувається або ускладнення моделі, щоб вона була більш адекватною дійсності, або її спрощення заради досягнення практично прийняттого рішення.

Цілі моделювання:

Перший етап - визначення цілей моделювання. Основні з них такі:

- 1) модель потрібна для того, щоб зрозуміти як влаштований конкретний об'єкт, яка його структура, основні властивості, закони розвитку і взаємодії з навколишнім світом (**розуміння**);
- 2) модель потрібна для того, щоб навчитися управляти об'єктом (або процесом) і визначити найкращі способи управління при заданих цілях і критеріях (**управління**);
- 3) модель потрібна для того, щоб прогнозувати прямі і непрямі наслідки реалізації заданих способів і форм впливу на об'єкт (**прогнозування**).

- Пізнання дійсності
- Проведення експериментів
- Проектування та управління
- Прогнозування поведінки об'єктів
- тренування і навчання фахівців
- Обробка інформації

Властивості моделей:

- Скінченість: модель відображає оригінал лише в кінцевому числі його відносин і, крім того, ресурси моделювання кінцеві;
- Спрощеність: модель відображає тільки істотні сторони об'єкта;
- Наближеність: дійсність відображається моделлю грубо або приблизно;
- Адекватність: наскільки успішно модель описує моделюєму систему, характеризує спроможність ММ відтворювати властивості виробу з похибкою не більше заданої;
- Інформативність: модель повинна містити достатню інформацію про систему - в рамках гіпотез, прийнятих при побудові моделі;
- Потенційність: передбачуваність моделі і її властивостей;

- Складність: зручність її використання;
- Повнота: враховані всі необхідні властивості, надання отримувачу всієї необхідної інформації про об'єкт;;
- Адаптивність.

Гнучкість – можливість відтворення різних ситуацій у всьому діапазоні зміни умов і параметрів;

Трудомісткість розробки повинна бути прийнятною для наявного часу і програмних засобів.

Стійкість моделі - це її здатність зберігати адекватність при дослідженні ефективності системи на всьому можливому діапазоні робочого навантаження, а також при внесенні змін в конфігурацію системи.

Універсальність характеризує можливість використання даної математичної моделі до великої групи однотипних виробів.

Наприклад, закон Ома описує поведінку резистора в схемах незалежно від того його габаритів, номіналу, механічної прочності і таке інше.

Принципи моделювання

1. Принцип інформаційної достатності. При повній відсутності інформації про досліджувану систему побудова її моделі неможливо. При наявності повної інформації про систему її моделювання позбавлене сенсу. Існує певний критичний рівень апріорних відомостей про систему (рівень інформаційної достатності), при досягненні якого може бути побудована її адекватна модель.

2. Принцип здійсненності. Створювана модель повинна забезпечувати досягнення поставленої мети дослідження з ймовірністю, істотно відрізняється від нуля, і за кінцевий час.

3. Принцип множинності моделей. Даний принцип є ключовим. Йдеться про те, що створювана модель повинна відображати в першу чергу ті властивості реальної системи (або явища), які впливають на обраний показник ефективності. Відповідно при використанні будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі сторони реальності. Для більш повного її дослідження необхідний ряд моделей, що дозволяють з різних сторін і з різним ступенем детальності відбивати розглянутий процес.

4. Принцип агрегування. У більшості випадків складну систему можна уявити що складається з агрегатів (підсистем), для адекватного математичного опису яких виявляються придатними деякі стандартні математичні схеми. Принцип агрегування дозволяє, крім того, досить гнучко перебудовувати модель залежно від завдань дослідження.

5. Принцип параметризації. У ряді випадків моделювана система має в своєму складі деякі відносно ізольовані підсистеми, що характеризуються певним параметром, в тому числі векторних. Такі підсистеми можна замінювати в моделі відповідними числовими величинами, а не описувати процес їх функціонування. При необхідності залежність значень цих величин від ситуації може здаватися в вигляді таблиці, графіка або аналітичного виразу (формули). Принцип параметризації дозволяє скоротити обсяг і тривалість моделювання. Однак треба мати на увазі, що параметризація знижує адекватність моделі.

Ступінь реалізації перерахованих принципів і кожної конкретної моделі може бути різною, причому це залежить не тільки від бажання розробника, але і від дотримання ним технології моделювання. А будь-яка технологія передбачає наявність певної послідовності дій

Основні етапи моделювання

1. Постановка завдання.

Визначення мети аналізу та шляхи її досягнення і вироблення загального підходу до досліджуваної проблеми. На цьому етапі потрібно глибоке розуміння істоти поставленого завдання. Іноді, правильно поставити завдання не менш складно ніж її вирішити. Постановка - процес не формальний, загальних правил немає.

2. Вивчення теоретичних основ і збір інформації про об'єкт оригіналу.

На цьому етапі підбирається або розробляється відповідна теорія. Якщо її немає, встановлюються причинно - наслідкові зв'язки між змінними описують об'єкт. Визначаються вхідні і вихідні дані, приймаються спрощують припущення.

3. Формалізація.

Полягає у виборі системи умовних позначень і з їх допомогою записувати відносини між складовими об'єкта у вигляді математичних виразів. Встановлюється клас завдань, до яких може бути віднесена отримана математична модель об'єкта. Значення деяких параметрів на цьому етапі ще можуть бути не конкретизовані.

4. Вибір методу рішення.

На цьому етапі встановлюються остаточні параметри моделей з урахуванням умови функціонування об'єкта. Для отриманої математичної задачі вибирається будь-якої метод вирішення або розробляється спеціальний метод. При виборі методу враховуються знання користувача, його переваги, а також переваги розробника.

5. Реалізація моделі.

Розробивши алгоритм, пишеться програма, яка регламентуватиме, тестується і виходить рішення потрібної задачі.

6. Аналіз отриманої інформації.

Зіставляється отримане і передбачуване рішення, проводиться контроль похибки моделювання.

7. Перевірка адекватності реальному об'єкту.

Результати, отримані за моделлю зіставляються або з наявною про об'єкт інформацією або проводиться експеримент і його результати зіставляються з розрахунковими.

Процес моделювання є ітеративним. У разі незадовільних результатів етапів 6. або 7. здійснюється повернення до одного з ранніх етапів, який міг привести до розробки невдалої моделі. Цей етап і всі наступні уточнюються і таке уточнення моделі відбувається до тих пір, поки не будуть отримані прийнятні результати.